

## 【論 説】

# 景気循環の2つの定義と 地域景気循環のコムーブメント

石 山 健 一

### 目 次

1. はじめに
2. 経済時系列のコムーブメント
3. クロスウェーブレット解析
4. 日本の地域景気循環分析への応用
5. 結びにかえて

## 1. はじめに

一国の経済活動の水準は常に同じということはなく、高いこともあれば低いこともある。我々はそのことを経験的に知っている。さらに言えば、良い状態の後にはいずれ悪い状態が、悪い状態の後にもそのうち良い状態が来ることも経験的に知っている。そして、このような循環的経済変動現象を景気循環と呼んでいるのである。一国全体ではなく一つの地域についても、同様の現象、すなわち、地域景気循環と呼ぶべきものが存在する。景気循環のメカニズムを説明することは経済学の重要なテーマであり、そのための動学モデルは既にいくつも提示されている。ここでは、それらについて詳しく議論することは控え、貯蓄性向や労働人口成長率、技術進歩率の大きさなどが景気循環の周期の長さや変動の複雑さに影響を与えうるというモデルの含意を思い起こすにとどめておく<sup>1)</sup>。

日本には47の都道府県があり、それぞれの地域の間では、人口や産業の分布も異なれば、他の都道府県や他国との結びつきも異なっている。それゆ

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

えに、各地域の景気循環は、全国レベルでのそれに一致しているのではなく、地域によって異なっていると考えられる。ただし、国内各地域はヒト、モノ、カネおよび情報の流れを通じて強く結びついており、そのために、地域景気循環は同期<sup>2)</sup>あるいは連動している可能性が高い。さらには、同期や連動の状態は通時的に変化するとも考えられる<sup>3)</sup>。近年になってしばしば指摘されているように、各地域での効果的な経済政策を実行するためには、このような「コムーブメント」を定性的および定量的に把握することが必要なのである。

ところが、そもそも、現実の景気循環を分析する研究領域においてはあいまいな専門用語が多く、景気循環の定義<sup>4)</sup>次第で全く逆の結論に至る可能性もある。また、景気循環の関連性の測り方も結論に影響を与えうる。本研究では、景気循環の関連性分析に関する既存の分析手法<sup>5)</sup>を整理し、我が国の都道府県景気循環の関連性を測るにあたってどういった問題が起こりうるかを明らかにすることを試みる。

この論文の構成は次の通りである。次節では経済時系列のコムーブメントの測定方法について最も簡単な方法から順に考察していく。第3節では、地域景気循環のコムーブメントを捉える手法として最も有力と考えられるクロスウェーブレット解析について議論を深める。第4節では、クロスウェーブレット解析を日本の地域景気循環の分析に利用した場合、どういう点が問題になるかについて例示する。本研究の成果については第5節にまとめられる。

## 2. 経済時系列のコムーブメント

景気の指標として最も重視されるのは実質 GDP である。実際の分析においては、四半期 GDP と月次 GDP の代理変数としての月次鉱工業生産指数の2つがしばしば用いられる<sup>6)</sup>。本節において、我々はこれらの経済時系列を用いて、地域景気循環のコムーブメント（comovement）をどのようにして捉えるかについて議論する。

「景気」のみならず，Croux et al. (2001) が指摘しているように「コムーブメント」も意味のあいまいな言葉である。本研究では，2つの地域の景気指標が一時的に，あるいは長期にわたって同じような振る舞いをする現象をコムーブメントとみなす。同期現象，とくに完全同期は明らかにコムーブメントである。景気循環の連動現象もコムーブメントであるといえよう。コムーブメントを測る既存の指標について，以下で概括する。

2変量データの関連性を測る統計量として最も良く知られているのは相関係数である。時点  $t = 1, 2, \dots, T$  で観測した標本データを  $x_t, y_t$  としよう。このとき， $x$  と  $y$  の標本相関係数は

$$r_{xy} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

として求められる。ただし， $\bar{x}$ ， $\bar{y}$  はそれぞれ  $x$  と  $y$  の標本平均である。相関係数の定義は「共分散を互いの標準偏差で割ったもの」であり，その取りうる範囲は

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1 \quad (2)$$

である<sup>7)</sup>。この不等式において等号が成立するのは一方の系列の線形変換が他方に一致する場合のみである。2つの地域の景気が長期にわたって同じように変動していれば，それは景気指標の間の強い正の相関として捉えられる。また，一方の地域の経済が他方の地域の経済を駆動しているようなケースでは，ラグを入れて相関係数を求めることによって，どれほどの遅れがあるかを明らかにすることもできる。Rua (2010) が述べているように，相関係数はコムーブメントを測る最もポピュラーな指標である。ただし，その性質上，元の系列を線形変換しても相関係数の値は変わらないため，相関係数によって2つの系列の類似性を議論するということは，それらの標準偏差の相違を考慮していないことを意味する。この点には注意が必要である。

ところで，1920年代の景気分析ブーム以来，経済の変動には短いスケー

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント (石山)

ルから長いスケールまで様々なものがあることが知られている<sup>8)</sup>。この事実により、それらの合成体として観察される時系列データについて上記のような相関をみることは、景気循環の関連性の評価としては適切であるとはいえない。ノイズや季節変動、長期的趨勢などを取り除いた経済学的に有意な循環変動について関連性をみるためには、特定の周波数に注目する必要がある<sup>9)</sup>。そのためにクロススペクトル解析から景気循環の分析に導入されたのがコヒーレンス (coherence)<sup>10)</sup> やコヒーレンシー (coherency) である<sup>11)</sup>。コヒーレンシーや、コヒーレンシーの2乗であるコヒーレンスは時系列解析でよく使われる概念であるが、同一時点での相関係数がゼロであってもすべての周波数でコヒーレンスが1になる時系列をつくることができる<sup>12)</sup>。ため、これらはコムーブメントの指標としては、やはり不適切である。そこで、Croux et al. (2001) は経済時系列のコムーブメントを測る指標としてダイナミック・コリレーション (dynamic correlation) を提示した。以下にその定義を示す。

まず、2つの確率過程  $x$  と  $y$  を考える。それらの期待値はゼロとする。また、そのスペクトル密度関数を、それぞれ  $S_x(\lambda)$ ,  $S_y(\lambda)$  で表す。この関数の定義域は  $-\pi \leq \lambda \leq \pi$  とする。さらに  $x$  と  $y$  のコスペクトル (cospectrum) を  $C_{xy}(\lambda)$  で表す。このとき、

$$\rho_{xy}(\lambda) = \frac{C_{xy}(\lambda)}{\sqrt{S_x(\lambda)S_y(\lambda)}} \quad (3)$$

によって定義される指標  $\rho_{xy}(\lambda)$  をダイナミック・コリレーションと呼ぶ。ダイナミック・コリレーションは、一般に複素数の値をとるコヒーレンシーの実数部分に一致する統計量である。これを用いることによって、我々は関心のある周波数領域における景気循環のコムーブメントの強さを測ることができる。ここで注意しておくべきことは、コムーブメントは経済のグローバル化などによって通時的に変化するということである。この点を考慮に入れて分析するには、観測期間を複数に分割してそれぞれでダイナミック・コリ

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）  
レーションを求める<sup>13)</sup>か、あるいは、時間領域においてローカルにコムーブメントを評価できる方法を導入するしかない。後者の方法に相当するのがいわゆるクロスウェーブレット解析である。景気循環のコムーブメントを測ることにに関して、これまでウェーブレット解析はあまり注目されていなかった<sup>14)</sup>。この新しい手法については次節で詳しく説明しよう。

### 3. クロスウェーブレット解析

ウェーブレット（wavelet）とは小さな波を意味する言葉である。ウェーブレット解析の大きなメリットは時間と周波数の両方の領域から時系列データの特徴を捉えることができる点にある。また、フーリエ解析とは異なり、データが非定常であっても問題ない。ウェーブレット解析では様々なスケールに対する局所的な振動の情報を得るために、マザーウェーブレット（mother wavelet）とよばれる関数  $\psi(t)$  を元にして離散データ  $x_i$  を

$$W_x(m, k) = \frac{1}{\sqrt{s_k}} \sum_{t=1}^T x_t \psi^* \left( \frac{t-m}{s_k} \right) \quad (4)$$

と変換する<sup>15)</sup>。ここで  $s_k$  ( $k = 1, 2, \dots, F$ ) は時間スケールを表すものとする。また、 $\psi^*(t)$  は  $\psi(t)$  の共役複素数とする。

マザーウェーブレットには様々なものがあるが、経済データの離散ウェーブレット変換でしばしば使われるのは Daubechies ウェーブレット<sup>16)</sup>である。連続ウェーブレット変換では後で詳しく紹介する Morlet ウェーブレットがよく使われているようである。マクロ経済変動に対する初期のウェーブレット解析としては、たとえば Goffe（1994）が挙げられる。Goffe（1994）は米国における1958年第2四半期から1990年第1四半期までの実質GNPを離散ウェーブレット変換し、各スケールにおけるウェーブレット係数の変化をグラフに示した。その結果、対数変換した実質GNPのウェーブレット係数に関しては全米経済研究所（National Bureau of Economic Research）が判定

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

した景気後退期において数値が高い傾向にあることが明らかになった。なお、実質 GNP 成長率に対するウェーブレット解析からは同様の結論は明確には引き出せなかった。このことは、古典的景気循環と成長循環のいずれを分析するかによって異なる結果が得られることを示唆している<sup>17)</sup>。

ウェーブレット解析の経済学への本格的な応用は Ramsey らによって精力的に進められた<sup>18)</sup>。ウェーブレット解析は、特に連続ウェーブレット変換において一般に大きなデータサイズを必要とするため、当初の応用は金融データの離散ウェーブレット解析が主であったが、2国あるいは2地域間の景気循環の動学的関連性を明らかにするための道具としても、ウェーブレット解析は経済学に応用された<sup>19)</sup>。景気循環の関連性分析への応用は大きく2つのカテゴリに分けることができる。

一つは地域景気循環を2変量確率過程とみなす立場からの応用である。Jagrič and Ovin (2004) は、Percival and Walden (2000) で紹介されたウェーブレット共分散やウェーブレット相関係数<sup>20)</sup>を経済学に応用して、スロベニアとドイツの景気循環の関連性を分析した。彼らは、この2国の1992年1月から2002年3月までの月次鉱工業生産指数の年間成長率の変動を確率過程とみなし、Daubechies マザーウェーブレットおよび Gaussian マザーウェーブレットによるウェーブレット変換についてウェーブレット係数の積の期待値を推定することを通じた実証分析によって、定型化された事実 (stylized fact)<sup>21)</sup> が移行期のスロベニア経済にもあてはまることを確認した。

もう一つはデータ変換の立場からの応用である。Rua (2010) は、1981年第1四半期から2008年第4四半期までの欧州各国の GDP 成長率を連続ウェーブレット変換した。彼がウェーブレット変換に用いたのは次の Morlet マザーウェーブレットである。

$$\psi_{\omega_0}(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (5)$$

さらに、Rua (2010) は、2国の成長循環のウェーブレット係数  $W_x(\tau, s)$ ,  $W_y(\tau, s)$  を用いて、コヒーレンシーに類似した

$$\rho_{xy}(\tau, s) = \frac{\operatorname{Re}[W_x(\tau, s)W_y^*(\tau, s)]}{\sqrt{|W_x(\tau, s)|^2|W_y(\tau, s)|^2}} \quad (6)$$

という指標を考案し、これによって様々なスケールの経済変動に関する2国の関連性の通時的な変化を捉えることに成功した<sup>22)</sup>。この指標は、ウェーブレットコヒーレンシー（wavelet coherency）と呼ばれている<sup>23)</sup>。

ところで、最近のクロスウェーブレット解析としては、Aguiar-Conraria and Soares（2011）が、連続ウェーブレット変換によって得られたウェーブレット係数から2国の景気循環の類似性のある種の「距離」として測ることを提案している。以下では、Aguiar-Conraria and Soares（2011）が提案した2つの時系列間の類似性の「距離」<sup>24)</sup>を簡単に説明しよう。

ウェーブレット変換された2つの時系列、 $F \times T$ 行列  $W_x$  と  $W_y$  に対し、 $W_y$  のエルミート変換を  $W_y^H$  で表し、まずは  $W_x$  と  $W_y^H$  の積を次のように特異値分解する。

$$W_x W_y^H = U \Sigma V^H \quad (7)$$

ここで、ユニタリ行列  $U$  と  $V$  をそれぞれ

$$U = (\mathbf{u}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_F), \quad (8)$$

$$V = (\mathbf{v}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_F) \quad (9)$$

とおく。また、 $k = 1, 2, \dots, F$  に対し

$$\mathbf{l}_x^k = \mathbf{u}_k^H W_x, \quad (10)$$

$$\mathbf{l}_y^k = \mathbf{v}_k^H W_y \quad (11)$$

とおく。ベクトル  $\mathbf{l}_x^k, \mathbf{l}_y^k$  の成分  $p_j^k, q_j^k$  に対して、2つの4次元実ベクトル

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

$$\mathbf{x} = (1, 0, \text{Re}[p_{j+1}^k - p_j^k], \text{Im}[p_{j+1}^k - p_j^k]) \quad (12)$$

$$\mathbf{y} = (1, 0, \text{Re}[q_{j+1}^k - q_j^k], \text{Im}[q_{j+1}^k - q_j^k]) \quad (13)$$

のなす角の大きさの  $j = 1, 2, \dots, F-1$  における単純平均  $d(\mathbf{l}_x^k, \mathbf{l}_y^k)$  を求め、それらを式 (7) の  $\Sigma$  の対角成分  $\sigma_k$ 、すなわち、特異値を用いて加重平均した

$$\text{dist}(W_x, W_y) = \frac{\sum_{k=1}^F \sigma_k^2 d(\mathbf{l}_x^k, \mathbf{l}_y^k)}{\sum_{k=1}^F \sigma_k^2} \quad (14)$$

を元の2つの時系列の類似性の指標と考える。この指標の値は、ウェーブレット変換後の2つの系列が似ていれば似ているほどゼロに近くなる。この意味において、これは2地域の景気循環の「距離」を表す尺度となる<sup>25)</sup>。このような指標を用いて Aguiar-Conraria and Soares (2011) は EU の15ヶ国における地理上の距離と鉱工業指数における成長循環の同期現象の関連を表にまとめ、同期に関する興味深い統計的検定を行っている。

#### 4. 日本の地域景気循環分析への応用

日本の場合、たとえば米国に較べて鉱工業生産指数と GDP の動きに乖離が大きいことが知られている<sup>26)</sup>。都道府県の域内総生産については十分なデータがないため本研究では月次の都道府県鉱工業生産指数を景気指標として採用するが、鉱工業生産指数と GDP の乖離については留意しておく必要がある。まずは、鉱工業生産指数について概括しておこう。

鉱工業指数は、鉱工業製品を生産する国内の事業所における生産、出荷、在庫に関連する諸活動を体系的に捉えるためのラスパイレス指数である<sup>27)</sup>。鉱工業指数のうち、景気指標として最もよく使われるのが鉱工業生産指数である。日本経済新聞デジタルメディアが提供する景気指数作成支援ツール NEEDS CIDIc は、サンプルデータとして全都道府県の月次鉱工業生産指数



### 景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

の長期時系列データを同梱しており、これを入手すれば簡単に地域景気循環の関連性を分析することができるようになるが、ここでは、兵庫県と岡山県がそれぞれ県庁のホームページ<sup>28)</sup>で公開している鉱工業生産指数を例に挙げて、この2つの県の間景気循環のコムーブメント、および日本全体の景気循環<sup>29)</sup>とのコムーブメントについて、前節で紹介したクロスウェーブレット解析を用いて分析する。

使用するデータは2003年1月から2012年11月までの全国および兵庫県、岡山県の月次鉱工業生産指数（原系列）とした<sup>30)</sup>。いずれも基準年は2005年である。図1から図3はそれらの時系列をプロットしたものである。既に述べたように、景気循環には成長循環と古典的景気循環の2通りの捉え方がある。我々は、Massmann and Mitchell（2004）と同様に、成長循環と古典的景気循環の両方について鉱工業生産指数のコムーブメントを分析する。なお、本研究では古典的景気循環を表す系列について対数階差をとったものを成長循環とみなしている。

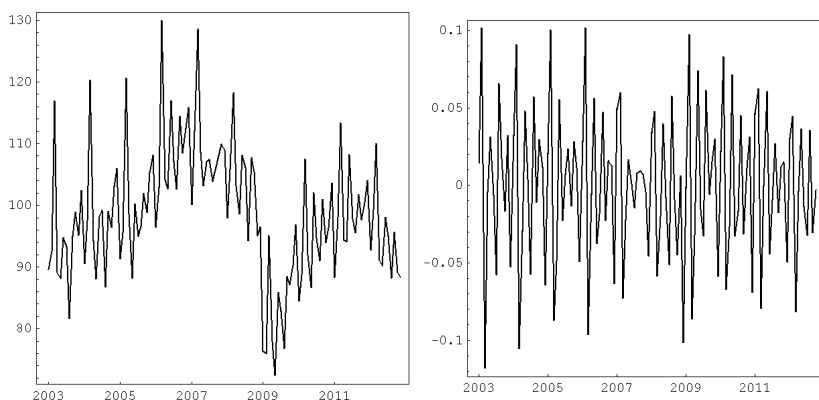


図1 鉱工業生産指数（兵庫県） 左：古典的景気循環 右：成長循環

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

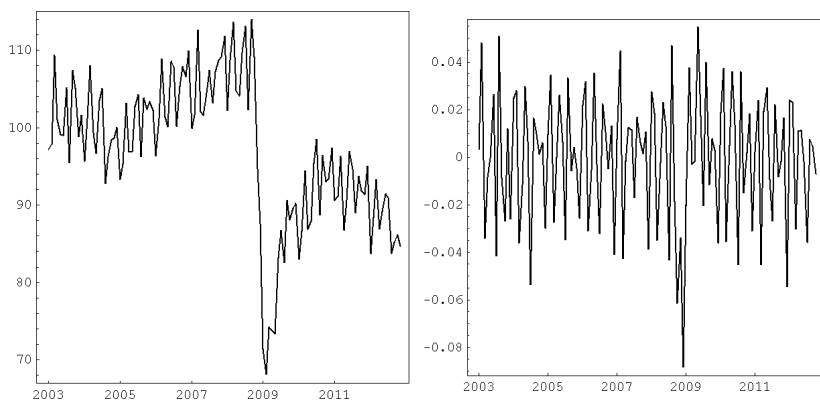


図2 鋳工業生産指数（岡山県） 左：古典的景気循環 右：成長循環

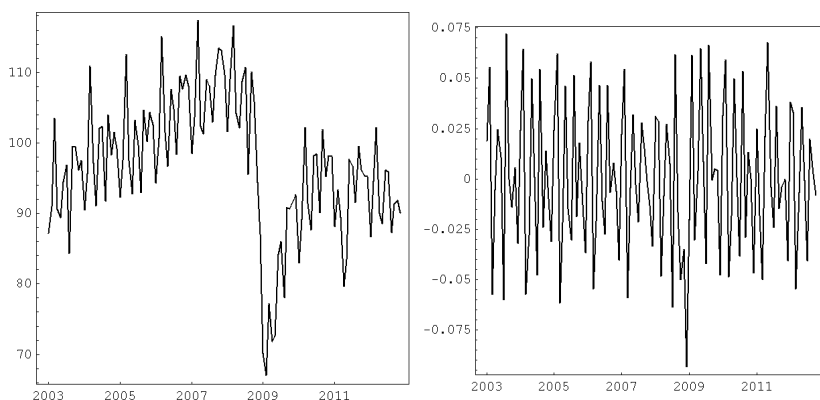


図3 鋳工業生産指数（全国） 左：古典的景気循環 右：成長循環

クロスウェーブレット解析にあたって、我々は Morlet マザーウェーブレット<sup>31)</sup>を用いた連続ウェーブレット変換を採用する。Morlet マザーウェーブレットは式 (5) によって定義された  $\omega_0$  をパラメータとする関数であるが、 $\omega_0 = 6$  に固定すると周波数がほぼスケールの逆数になるため、これによる解釈の容易さを考慮し、 $\omega_0 = 6$  として分析を進める。

図4に示した Morlet マザーウェーブレット ( $\omega_0 = 6$ ) を用いて兵庫県、岡山県、全国のそれぞれの古典的景気循環および成長循環を連続ウェーブレッ

# 景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

ト変換し、それらのクロスウェーブレットコヒーレンシーを等高線で表すと、図5から図7のようになった。Rua（2010）と同じく、黒が正の数、白が負の数を意味している。我が国においては高度経済成長期を含めた長期にわたって景気の上下をよく把握できる成長循環の方が古典的景気循環より重視される傾向にある<sup>32)</sup>が、これらの図においても古典的景気循環より成長循環の方が、その特徴が若干出ているように見える。米国では古典的景気循環の方が重視されており、成長循環と古典的景気循環の両方をウェーブレット変換した Goffe（1994）が古典的景気循環の方で鮮明にその特徴を捉えることができたこととは対照的である。景気循環のクロスウェーブレット解析では成長循環を対象にすることが多いが、対象とする国や地域、また、データの観測期間によって、どちらを用いるべきかよく考慮する必要があるといえるだろう。

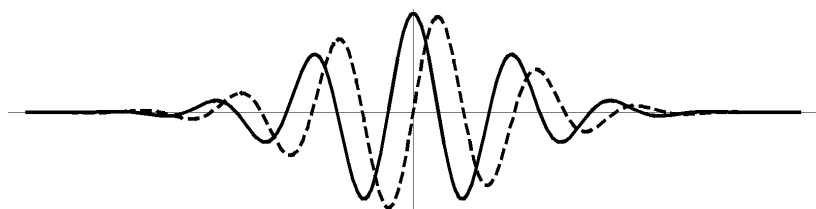


図4 Morlet マザーウェーブレット ( $\omega_0 = 6$ ) 実線：実部 破線：虚部

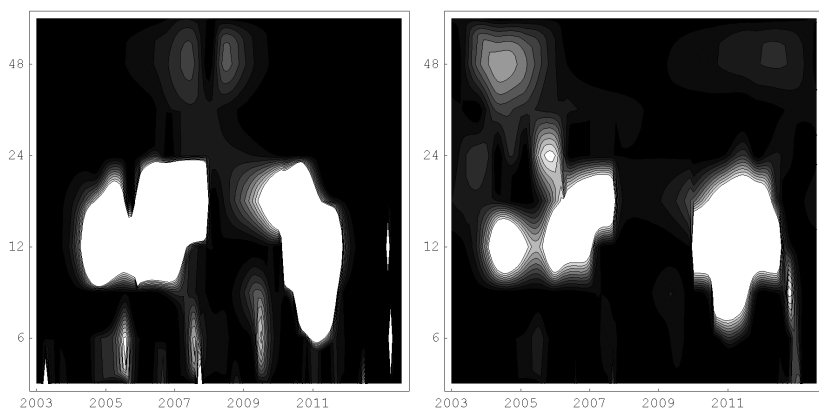


図5 コムーブメント（全国と兵庫） 左：古典的景気循環 右：成長循環

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

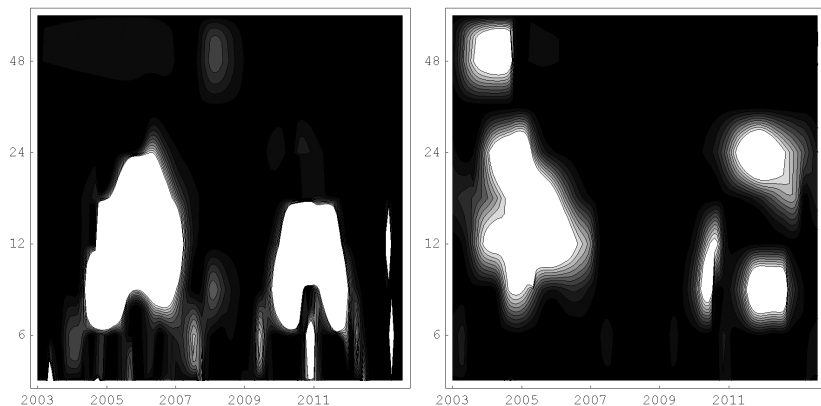


図6 コムーブメント（全国と岡山） 左：古典的景気循環 右：成長循環

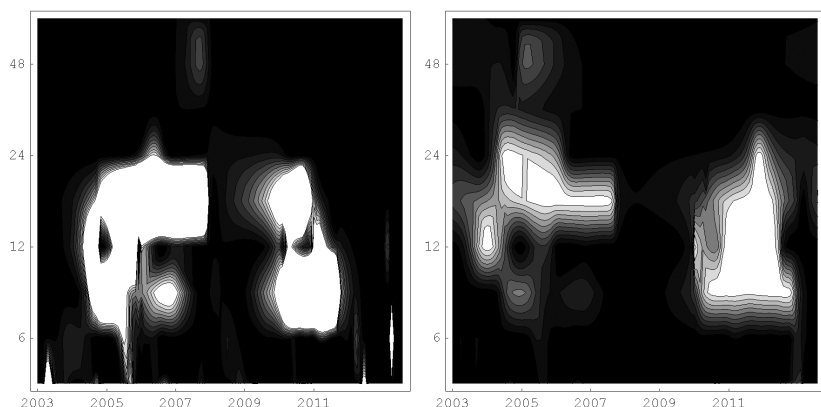


図7 コムーブメント（兵庫と岡山） 左：古典的景気循環 右：成長循環

図5から図7に描いたウェーブレットコヒーレンシーは2つの時系列の異なる時期，異なるスケールにおけるコムーブメントを視覚的に捉える目的には有用であるが，兵庫県と岡山県のどちらが全国に近い景気変動をしているかを議論するにはより客観的な指標が必要である。そのための観点の一つが式（14）で定義された距離である。式（14）によって古典的景気循環に関する兵庫県と全国の距離を計算したところ 0.309 となり，岡山県と全国の距離

については0.237だった。この結果は岡山県の方が全国に近い景気変動だったことを示唆しており、図1から図3の時系列を直接眺めたときの印象に合致する。同様にして成長循環の距離を測ったところ、兵庫県と全国では0.092、岡山県と全国では0.069となり、やはり岡山の方が全国に近いという結果になった。ところが、同じ計算を全国ではなく、たとえば愛知県の鉱工業生産指数に対して計算してみると、古典的景気循環の場合では岡山が、成長循環では兵庫の方が愛知に近いという結果になってしまった。また、成長循環を対数階差<sup>33)</sup>ではなく年間成長率とみなした場合でも、対数階差の場合と同様の結果となった。このことは、地域の組み合わせによってはこのように古典的景気循環と成長循環で得られる結果が異なる可能性があることを示唆している。鉱工業指数の基準年の設定は単にどの年の指数の平均を100にするかではなく、指数を計算するためのウェイトをどの年にするかの問題であるから、鉱工業生産指数に関しては、基準年の選択によっても古典的景気循環と成長循環で逆の結論が引き出される可能性がある。また、産業のサービス化など、産業構造には変化があることを考えると、基準年の産業規模で重みづけ平均した鉱工業生産指数を使って長期のコムーブメントを評価した場合には基準年から遠く離れるほどコムーブメントが適切に評価できなくなるという問題にも注意を払う必要があるだろう。

## 5. 結びにかえて

地域景気循環における同期や連動、伝播は非常に興味深い現象である。これらは広い意味でコムーブメントとみなされる。コムーブメントを測る指標は特に欧州を中心に様々な研究者によってこれまでに多く提示され、改良されてきた。本論文では、第2節で、代表的な指標として相関係数、コヒーレンシー、コヒーレンス、ダイナミック・コリレーションを紹介した。さらに、第3節では、特定のスケールにおける一時的なコムーブメントを把握するための手法として提案されたウェーブレットコヒーレンシーについて概括

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコムーブメント（石山）

した。さらに、地域間の景気循環の類似性を客観的に比較する方法についても言及した。これらを日本の地域景気循環の分析に利用する場合の問題点について議論したのが第4節であった。以下にその結果をまとめておこう。

景気循環のコムーブメントを識別するのに最も重要な変数は実質 GDP の四半期データと鉱工業生産指数の月次データである。日本の場合、米国に較べて鉱工業生産指数と GDP の動きに乖離が大きいいため、いずれを選択するかによって結果が左右される可能性があることに留意しておく必要がある。日本では景気判断において鉱工業生産指数が重要視される。これを踏まえ、本研究では2003年1月から2012年11月までの兵庫県、岡山県、愛知県および全国の鉱工業生産指数を例に挙げて、クロスウェーブレット解析によって県と国との景気循環のコムーブメントを記述統計として捉えることを試みた。その結果、鉱工業生産指数そのものの変動を古典的景気循環とみなして直接分析するか、あるいはその対数階差や年成長率を求め、それを成長循環の指標として分析するかによって結論が異なる場合があることが明らかになった。そもそもウェーブレット解析はマザーウェーブレットの選択や境界条件など恣意的に設定している部分が多く、コムーブメントを適切に評価するためには、そのような恣意性の問題に加え、この景気循環の定義の問題について、今後さらに、特に推測統計の立場から詳細に議論する必要があると考えられる。

## 注

- 1) 詳しくは、たとえば、吉田（2003）などを参照せよ。
- 2) 同期現象および同期のメカニズムについては Pikovsky et al.（2001）が詳しい。
- 3) 日本国内よりデータが充実している欧州各国の景気循環の関連性の変化に関しては、Artis and Zhang（1997, 1999）が為替相場の制度、Frankel and Rose（1998）は国際貿易が影響していることをそれぞれ報告している。我が国の地域景気循環の関連については、たとえば、浅子ほか（2007）が、景気が全国一律に変動するとは限らず、地域によって、景気の局面によって、あるいは同じ局面であったとしても跋行することがあることを確認している。都道府県レベルでの景気

の同期や連動のありかたは多様で不安定なものであるといえよう。

- 4) 景気循環の定義として最も有名なもののひとつは Burns and Mitchell (1946) の以下の記述である。

*“Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate economic activity of nations that organize their work mainly in business enterprises: a cycle consists of expansions occurring at about the same time in many economic activities, followed by similarly general recessions, contractions, and revivals which merge into the expansion phase of the next cycle; this sequence of changes is recurrent but not periodic; in duration business cycles vary from more than one year to ten or twelve years; they are not divisible into shorter cycles of similar character with amplitudes approximating their own.”* (Burns and Mitchell 1946, p. 3)

- 5) とくに欧州各国の景気循環に関する分析は、Artis and Zhang (1997, 1999) を皮切りにかなり進んでおり、様々な手法や指標が提示されている。詳しくは、De Haan et al. (2008) を参照せよ。
- 6) De Haan et al. (2008) は、景気循環の同期を識別するのに最も重要な変数は実質 GDP の四半期データと鉱工業生産指数の月次データであると述べている。
- 7) 定義により、相関係数は単位をもたない無次元数である。
- 8) 田原 (1983) 第2章を参照。
- 9) とくに Burns and Mitchell (1946) では1年から10年ないし12年のサイクルを景気循環として定義しており、これに基づくならば、それより短いスケールのノイズや長いスケールのトレンドは除去すべきものである。
- 10) 日野 (1977, p. 63) によれば、コヒーレンスの定義には多少の混乱ないしは不統一があり、コヒーレンスをコヒーレンシーと呼んだり、その逆であったりする場合もあるようである。
- 11) たとえば、Gerlach (1988) はコヒーレンスを使って、固定相場制下および変動相場制下のドイツ、米国、世界経済のコメントを分析した。
- 12) Croux et al. (2001) を見よ。
- 13) 固定相場制と変動相場制の違いをみるという目的ならば、この方法で十分であろう。
- 14) 欧州の景気循環の関連性分析については De Haan et al. (2008) が総括しているが、このなかにはウェーブレット解析が含まれていなかった。
- 15) この式から、データを定数倍した場合は、ウェーブレット変換値も定数倍されることが分かる。
- 16) Daubechies (1992)。
- 17) これら景気循環の2つの定義による分析結果の相違に着目したのが本研究である。
- 18) Ramsey and Zhang (1995) がその最初の貢献であるといわれている。

景気循環の2つの定義と地域景気循環のコメント（石山）

- 19) 2変量時系列に対するクロスウェーブレット解析を経済学とファイナンスの分野で紹介したことに関しては Gençay et al. (2002) が高く評価されている。
- 20) Percival and Walden (2000) p. 303。
- 21) 興味深いものとしては、たとえば、景気後退期の同期（Zarnowitz 1992）がある。
- 22) ただし、同様のことは自然科学の分野において Hudgins et al. (1993) が既に行っていた。
- 23) ウェーブレット共分散、ウェーブレット相関係数とともにウェーブレットコヒーレンシーについても Crowley et al. (2006) が既に経済学への応用を紹介していた。
- 24) この定義の妥当性については、石山（2013）が高次元の2国景気循環モデルの生み出す非線形モデル現象を対象に検証している。
- 25) この定義は同じ変数ペアについて異なる条件下で得た同一期間の時系列を比較する場合には有用であるが、任意の時系列ペアについてその類似性を絶対的に評価できるものではない点には注意する必要がある。
- 26) 坪内ほか（2003）は、その原因として鉱工業生産の中間投入や輸出に向かう比率の違いや鉱工業生産がGDPの最終需要に与える影響の違いがあるのではないかと指摘している。
- 27) 鉱工業指数に関する詳しい説明については、経済産業省経済産業政策局調査統計部（2010）を参照せよ。
- 28) それぞれの県庁のホームページアドレスは以下の通り。いずれも2013年2月6日に訪問して、時系列データをダウンロードした。  
兵庫県庁ホームページ：<http://web.pref.hyogo.lg.jp/>  
岡山県庁ホームページ：<http://www.pref.okayama.jp/>  
愛知県庁ホームページ：<http://www.pref.aichi.jp/>  
愛知県のデータについては後で言及している。
- 29) 全国の鉱工業生産指数については、以下にアドレスを示した経済産業省のホームページを2013年2月6日に訪問して時系列データをダウンロードした。  
経済産業省ホームページ：<http://www.meti.go.jp/>
- 30) ウェーブレット解析の場合、大きいスケールについてウェーブレット係数を計算するにはデータの存在する範囲だけでは不十分になることが多い。本研究では最も簡単な対処方法として、範囲外の値はすべてゼロとみなしているが、こうした場合のその他のよく使われる対処方法については In and Kim(2012) 等でいくつか紹介されている。
- 31) Morlet ウェーブレットは全体的な周波数の特徴を見る場合の解析に向いていると言われている。
- 32) 坪内（2007）を参照。



- 33) Camacho et al. (2006) によれば鉱工業生産指数の対数階差は短期のノイズの影響を強く受ける傾向があるとのことである。

## 参考文献

- [1] Aguiar-Conraria, L. and Soares, M. J. (2011) “Business cycle synchronization and the Euro: A wavelet analysis”, *Journal of Macroeconomics* 33, pp. 477–489.
- [2] Artis, M. J. and Zhang, W. (1997) “International Business Cycles and the ERM: Is There a European Business Cycle?”, *International Journal of Finance and Economics* 2, pp. 1–16.
- [3] Artis, M. J. and Zhang, W. (1999) “Further evidence on the international business cycle and the ERM: is there a European business cycle?”, *Oxford Economic Papers* 51, pp. 120–132.
- [4] Burns, A. F. and Mitchell, W. C. (1946) “*Measuring Business Cycles*”, National Bureau of Economic Research, Cambridge.
- [5] Camacho, M., Perez-Quiros, G. and Saiz, L. (2006) “Are European business cycles close enough to be just one?”, *Journal of Economic Dynamics & Control* 30, pp. 1687–1706.
- [6] Croux, C., Forni, M. and Reichlin, L. (2001) “A Measure of Comovement for Economic Variables: Theory and Empirics”, *The Review of Economics and Statistics* 83, pp. 232–241.
- [7] Crowley, P., Maraun, D. and Mayes, D. (2006) “How hard is the euro area core? An evaluation of growth cycles using wavelet analysis”, *Bank of Finland Research, Discussion Papers* 18.
- [8] Daubechies, I. (1992) “*Ten Lectures on Wavelets*”, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- [9] De Haan, J., Inklaar, R. and Jong-A-Pin, R. (2008) “Will Business Cycles in the Euro Area Converge? A Critical Survey of Empirical Research”, *Journal of Economic Surveys* 22 (2), pp. 237–273.
- [10] Frankel, J. A. and Rose, A. K. (1998) “The Endogeneity of the Optimum Currency Area Criteria”, *The Economic Journal* 108 (449), pp. 1009–1025.
- [11] Gençay, R., Selçuk, F. and Whitcher, B. (2002) “*An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*”, Academic Press, San Diego.
- [12] Gerlach, H. M. (1988) “World Business Cycles under Fixed and Flexible Exchange Rates”, *Journal of Money, Credit and Banking* 20 (4), pp. 621–632.
- [13] Goffe, W. L. (1994) “Wavelets in Macroeconomics: An Introduction”, in

- Computational Techniques for Econometrics and Economic Analysis*, D. A. Belsley (ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [14] Hudgins, L., Friehe, C. and Mayer, M. (1993) “Wavelet Transforms and Atmospheric Turbulence”, *Physical Review Letters* 71 (20), pp. 3279–3282.
  - [15] In, F. and Kim, S. (2012) “*An Introduction to Wavelet Theory in Finance*”, World Scientific Publishing, Singapore.
  - [16] Jagrič, T. and Ovin, R. (2004) “Method of Analyzing Business Cycle in a Transition Economy: The Case of Slovenia”, *The Developing Economies* 42 (1), pp. 42–62.
  - [17] Massmann, M. and Mitchell, J. (2004) “Reconsidering the Evidence: Are Euro Area Business Cycles Converging?”, *Journal of Business Cycle Measurement and Analysis* 1 (3), pp. 275–307.
  - [18] Percival, D. and Walden, A. (2000) “*Wavelet Methods for Time Series Analysis*”, Cambridge University Press, Cambridge.
  - [19] Pikovsky, A., Rosenblum, M. and Kurths, K. (2001) “*Synchronization*”, Cambridge University Press, Cambridge.
  - [20] Ramsey, J. and Zhang, Z. (1995) “The analysis of foreign exchange data using waveform dictionaries”, *Working Paper* 95-03, New York University, New York.
  - [21] Rua, A. (2010) “Measuring comovement in the time-frequency space”, *Journal of Macroeconomics* 32, pp. 685–691.
  - [22] Zarnowitz, V. (1992) “*Business Cycles: Theory, History, Indicators, and Forecasting*”, University of Chicago Press, Chicago.
  - [23] 浅子和美, 板 明果実, 上田貴子 (2007) 「景気の地域別先行性・遅行性」浅子和美, 宮川 努 (編)『日本経済の構造変化と景気循環』, 東京大学出版会, 第9章, 190–213 頁.
  - [24] 石山健一 (2013) 「KWG モデルに対するウェーブレット解析」, 国土館大学情報科学センター紀要第34号, 27–40 頁.
  - [25] 経済産業省経済産業政策局調査統計部 (2010)『指数の作成と利用 鉱工業指数読本 第6版』, 社団法人経済産業統計協会.
  - [26] 田原昭四 (1983)『景気変動と日本経済』, 東洋経済新報社.
  - [27] 坪内 浩, 白石 賢, 篠崎敏明 (2003) 「景気動向の判断」浅子和美, 福田慎一 (編)『景気循環と景気予測』, ミネルヴァ書房, 第2章, 43–73 頁.
  - [28] 坪内 浩 (2007) 「景気変動の特徴と景気指標の日米比較」浅子和美, 宮川努 (編)『日本経済の構造変化と景気循環』, 東京大学出版会, 第3章, 46–60 頁.
  - [29] 日野幹雄 (1977)『スペクトル解析』, 朝倉書店.
  - [30] 吉田博之 (2003)『景気循環の理論』, 名古屋大学出版会.