

## 【論 説】

# 非中立的なリスク選好企業に対する 不確実性の影響について

## —平均・分散・共分散モデル—

永 富 隆 司

### 目 次

1. はじめに
  2. Holthausen Model
    - 2-1. 生産量の設定を行う不完全競争企業の最適生産要素投入量の決定条件
    - 2-2. 生産物価格の設定を行う不完全競争企業の最適生産要素投入量の決定条件
  3. Stevens-Nickell Model
  4. おわりに
- 記号一覧  
注  
References

## 1. はじめに

本研究では、リスク選好が非中立的な企業の事業活動に対する不確実性の影響について検討する。Sandmo (1971), Leland (1972), Holthausen (1976), Hartman (1976), Das (1980), McKenna (1986) 等は、投資の調整費用を考慮しない静学的な枠組みの中で生産量や売上げに対する不確実性の影響を分析している。これらの研究では、不確実性が存在する場合の生産量や生産要素投入量は不確実性が存在しない場合の生産量や生産要素投入量を下回る可能性がある」と指摘する。

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

一方, Hartman (1972), Stevens (1974), Nickell (1978), Pindyck (1982), Abel (1983) 等は, 投資の調整費用を考慮する動学モデルの中で投資の意思決定に対する不確実性の影響を分析している。これらの研究では, 不確実性が存在する場合の投資量は不確実性が存在しない場合の投資量を上回る可能性がある」と指摘するもの, 逆に下回る可能性がある」と指摘するものが混在している。

こうした不確実性の影響に関する初期の研究については, 投資の調整費用を考慮するかどうかという観点から分析手法の相違を指摘することができる一方で, リスクに対する選好の相違という観点からも分析手法の相違を指摘することができる。これまで行われてきた研究の多くは, 主に数学上の理由からリスク選好の中立性を仮定しており, リスク選好の非中立性をモデルに反映させて議論するといった例は比較的少ない。そこで本稿では, リスクに対する選好（効用関数の形状）が非中立的（非線形）である企業を想定して不確実性の影響を分析した Stevens (1974), Holthausen (1976), Nickell (1978) の研究を詳細に検討し, 整理することにする。

本論文の構成は以下の通りである。第2節では, 生産要素投入量に対する需要の不確実性の影響について分析した Holthausen (1976) の議論を詳細に検討する。まず第1項では, 生産量の設定を行う不完全競争企業の最適生産要素投入量に対する需要の不確実性の影響について考察する。つづく第2項では, 生産物価格の設定を行う不完全競争企業の最適生産要素投入量に対する需要の不確実性の影響について考察する。そして第3節では, 最適投資量に対する不確実性の影響を分析した Stevens (1974) および Nickell (1978) の議論を詳細に検討する。そして, 最後にこれらの理論分析の結果を整理して本稿を締めくくる。

## 2. Holthausen Model

確実性の下では, 完全競争企業は生産要素の技術的限界代替率とそれらの

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
価格比が等しくなるように最適な生産要素投入比率を決定する。しかし，こうした費用最小化のための一致性条件が不確実性の存在する場合においても等しく成立する関係であるかどうかが問題となる。

そこで本節では，生産要素投入量に対する需要の不確実性の影響を分析した Holthausen（1976）の議論を詳細に検討する<sup>1)</sup>。Holthausen は，リスク選好の非中立性を仮定するモデルを用いて議論を展開する<sup>2)</sup>。そして，生産要素投入量に対する需要の不確実性の影響は企業のタイプによって異なると指摘する。以下では，2-1において生産量の設定を行うというタイプの不完全競争企業に対する需要の不確実性の影響について議論する。つづく2-2では，生産物価格の設定を行うというタイプの不完全競争企業に対する需要の不確実性の影響について議論する。

## 2-1. 生産量の設定を行う不完全競争企業の最適生産要素投入量の決定条件

本項では，生産量の設定を行う不完全競争企業の費用最小化条件に対する需要の不確実性の影響について考察する。

需要関数 $f$ を以下のように定義する<sup>3)</sup>。

$$f(p, Y, u) = 0 \quad (1)$$

関数 $f$ は，連続，かつ偏微分可能であると仮定する。 $p$ は生産物価格， $Y$ は生産量， $u$ は主観的な確率密度 $d\Gamma(u)$ （Subjective Probability Density）をもつ未知のランダム変数を表す。任意の $u$ の水準に対して $p$ と $Y$ は逆相関の関係にあり，かつ $u$ の上昇（低下）は需要の増加（減少）と関係するものと仮定する。

(1) 式を $p$ および $Y$ について明示的に解くことができるとき，それを $p$ について解いた式は生産量の設定を行う不完全競争企業の需要関数とみなす

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
 ことができる。

$$p_{i,\tau} = p(Y_{i,\tau}, u_{i,\tau}) \quad (2)$$

ここで、 $P_{i,\tau}$  および  $Y_{i,\tau}$  は企業  $i$  の  $\tau$  期における生産物価格および生産量を表す。また、 $u_{i,\tau}$  は企業  $i$  の生産物に対する  $\tau$  期の需要水準を表すランダムな変数（主観的確率変数）である。なお、(2) 式において仮定される符号条件は、 $\frac{\partial p(Y, u)}{\partial Y} < 0$ , かつ  $\frac{\partial p(Y, u)}{\partial u} > 0$  である。

一方、(1) 式を  $Y$  について解いた式は生産物価格の設定を行う不完全競争企業の需要関数とみなすことができる。

$$Y_{i,\tau} = Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}) \quad (3)$$

である。(3) 式において仮定される符号条件は、 $\frac{\partial Y(p, u)}{\partial p} < 0$ , かつ  $\frac{\partial Y(p, u)}{\partial u} > 0$  である。

生産関数を制約条件とする利潤の期待効用の最大化問題を考える。

$$\text{Max}_{Y,K} E[U(\pi_{i,\tau})] \quad (4)$$

$$\text{s.t. } Y_{i,\tau} = F(K_{i,\tau}, N_{i,\tau}) \quad (5)$$

ここで、 $E$  は期待オペレータ、 $U(\cdot)$  は効用関数、 $F(\cdot)$  は生産関数、

非中立的なりリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$K$ は資本ストック， $N$ は労働投入量を表す。限界効用は利潤に対して正，すなわち  $\frac{dU(\pi)}{d\pi} > 0$  と仮定する。また，生産関数の性質については， $\frac{\partial F(K, N)}{\partial K} > 0$ ， $\frac{\partial F(K, N)}{\partial N} > 0$ ， $\frac{\partial^2 F(K, N)}{\partial K^2} < 0$ ， $\frac{\partial^2 F(K, N)}{\partial N^2} < 0$  を仮定する。生産活動において企業は資本ストックに関する意思決定を当該企業の生産物に対する需要，すなわち  $u_{i,\tau}$  が判明するよりも前に行う必要がある。他方，労働投入に関しては相対的に資本よりも柔軟に調整することが可能である。そこで以下では，労働投入量については需要  $u_{i,\tau}$  が判明した後に短期的な費用最小化条件にしたがって調整されると考える。

需要関数 (2) 式を考慮して，生産量の設定を行う不完全競争企業の利潤関数  $\pi$  を以下のように定義する。

$$\pi_{i,\tau} = p(Y_{i,\tau}, u_{i,\tau})Y_{i,\tau} - wN_{i,\tau} - cp^l K_{i,\tau} \quad (6)$$

ここで， $w$  は名目賃金率， $p^l$  は資本財価格， $c$  は資本コストである。なお，第2節では需要の不確実性の影響について分析するという目的から，生産要素市場については簡単化のため完全競争市場であると仮定する。また，資本コストを含め経時的に一定であると仮定する<sup>4)</sup>。

生産関数 (5) 式を労働投入量  $N$  について解くと，

$$N_{i,\tau} = N(Y_{i,\tau}, K_{i,\tau}) \quad (7)$$

が得られる。(7) 式は，必要労働投入量関数である。すなわち，生産量  $Y$  と資本ストック  $K$  が決まると，企業は (7) 式を通じて必要労働投入量を決定することができる。(7) 式において仮定される符号条件は，

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\frac{\partial N(Y, K)}{\partial Y} > 0, \quad \frac{\partial N(Y, K)}{\partial K} < 0, \quad \frac{\partial^2 N(Y, K)}{\partial Y^2} > 0 \text{ である。このうち第1の}$$

条件は、生産要素の限界生産性が正であるという性質から導くことができる。つまり、資本ストックを一定としたとき、生産量を増加させるためには労働投入量を増加させる必要があるということである。第2の条件は、任意の生産量を達成するために、生産要素である資本と労働が相互に代替投入財であることを示している。そして第3の条件は、労働の限界生産性の逓減性という性質から導くことができる。つまり、資本ストックを一定としたとき、生産量を増加させるにしたがって労働投入量を逓増的に増加させる必要があるということである。

また、生産曲面を任意の生産量水準（たとえば  $Y_0$ ）で切って得られる等量曲線（Isoquants）は、原点に対して凸、すなわち  $\frac{\partial^2 N(Y_0, K)}{\partial K^2} > 0$  であると仮定する。これは、資本の投入量を減少させていくとき、同一の等量曲線にとどまるためには資本1単位あたりの代替労働投入量が逓増的に増加しなければならないことを意味する。つまり、等量曲線の傾き（資本と労働の技術的限界代替率）の絶対値は労働投入量が増加するにしたがって低下するということである。

(4) 式に (6) 式および (7) 式を代入すると、

$$\text{Max}_{Y, K} E \left\{ U \left[ p(Y_{i,t}, u_{i,t}) Y_{i,t} - wN(Y_{i,t}, K_{i,t}) - c p^i K_{i,t} \right] \right\} \quad (8)$$

が得られる。(8) 式を、生産量  $Y$  および資本ストック  $K$  で偏微分して、最適化のための1階の条件を求める。

非中立的なりスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\begin{aligned} \frac{dE[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} \frac{\partial \pi_{i,\tau}}{\partial Y_{i,\tau}} = E \left\{ \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right] \left\{ p(Y_{i,\tau}, u_{i,\tau}) + Y_{i,\tau} \left[ \frac{\partial p(Y_{i,\tau}, u_{i,\tau})}{\partial Y_{i,\tau}} \right] \right. \right. \\ \left. \left. - w \left[ \frac{\partial N(Y_{i,\tau}, K_{i,\tau})}{\partial Y_{i,\tau}} \right] \right\} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{dE[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} \frac{\partial \pi_{i,\tau}}{\partial K_{i,\tau}} = E \left\{ \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right] \left\{ -w \left[ \frac{\partial N(Y_{i,\tau}, K_{i,\tau})}{\partial K_{i,\tau}} \right] - cp^I \right\} \right\} = 0 \quad (10)$$

生産量の設定を行う不完全競争企業にとって生産量  $Y$  と資本ストック  $K$  は、需要  $u_{i,\tau}$  が判明するよりも前に意思決定が行われる先決変数である。したがって、必要労働投入量  $N$  は確率変数ではないため、(10) 式は、

$$\left\{ -w \left[ \frac{\partial N(Y_{i,\tau}, K_{i,\tau})}{\partial K_{i,\tau}} \right] - cp^I \right\} E \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} = 0 \quad (11)$$

と表すことができる。そして、(11) 式より、費用最小化のための一致性条件(生産要素投入量に関する最適条件)

$$-\frac{\partial N(Y_{i,\tau}, K_{i,\tau})}{\partial K_{i,\tau}} = \frac{cp^I}{w} \quad (12)$$

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
 を導き出すことができる。(12) 式は、需要の不確実性が存在する場合に、生産量の設定を行う不完全競争企業が最適な生産要素投入比率をどのように決定するかを示す最適条件式である。つまり、費用最小化の条件の下では資本と労働の技術的限界代替率と生産要素の価格比が等しくなるように、企業は資本と労働の最適投入比率を決定するということである。(12) 式は、完全競争企業の費用最小化条件と同一である。すなわち、(12) 式は需要の不確実性は生産量の設定を行う不完全競争企業の費用最小化条件に対して何ら影響を与えないということを示唆している。

## 2-2. 生産物価格の設定を行う不完全競争企業の最適生産要素投入量の決定条件

本項では、生産物価格の設定を行う不完全競争企業の費用最小化条件に対する需要の不確実性の影響について考察する。企業の意思決定（先決）変数が生産量から生産物価格へと変化すると、前項で定義された目的関数、利潤関数、必要労働投入量関数はそれぞれ以下のように修正される。

$$\underset{p, K}{Max} E [U(\pi_{i,\tau})] \quad (13)$$

$$\pi_{i,\tau} = p_{i,\tau} Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}) - wN_{i,\tau} - c p^l K_{i,\tau} \quad (14)$$

$$N_{i,\tau} = N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}] \quad (15)$$

(14) 式と (15) 式を考慮すると、目的関数 (13) 式を、



非中立的なりスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\text{Max}_{p, K} E \left\{ U \left\{ p_{i, \tau} Y(p_{i, \tau}, u_{i, \tau}) - wN[Y(p_{i, \tau}, u_{i, \tau}), K_{i, \tau}] - c p^i K_{i, \tau} \right\} \right\} \quad (16)$$

と表すことができる。(16) 式を生産物価格  $p$  および資本ストック  $K$  で偏微分して、最大化のための 1 階の条件を求める。

$$\begin{aligned} \frac{dE[U(\pi_{i, \tau})]}{d\pi_{i, \tau}} \frac{\partial \pi_{i, \tau}}{\partial p_{i, \tau}} = E \left\{ \left[ \frac{dU(\pi_{i, \tau})}{d\pi_{i, \tau}} \right] \left\{ Y(p_{i, \tau}, u_{i, \tau}) + p_{i, \tau} \left[ \frac{\partial Y(p_{i, \tau}, u_{i, \tau})}{\partial p_{i, \tau}} \right] \right. \right. \\ \left. \left. - w \left[ \frac{\partial N(Y_{i, \tau}, K_{i, \tau})}{\partial Y_{i, \tau}} \right] \left[ \frac{\partial Y(p_{i, \tau}, u_{i, \tau})}{\partial p_{i, \tau}} \right] \right\} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE[U(\pi_{i, \tau})]}{d\pi_{i, \tau}} \frac{\partial \pi_{i, \tau}}{\partial K_{i, \tau}} = E \left\{ \left[ \frac{dU(\pi_{i, \tau})}{d\pi_{i, \tau}} \right] \left\{ -w \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i, \tau}, u_{i, \tau}), K_{i, \tau}]}{\partial K_{i, \tau}} \right] - c p^i \right\} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

生産物価格の設定を行う不完全競争企業の生産物価格  $p$  と資本ストック  $K$  は、需要  $u_{i, \tau}$  が判明するよりも前に意思決定が行われる先決変数である。ところが、必要労働投入量はランダム変数  $u_{i, \tau}$  の関数でもあるから確率変数である。したがって、(18) 式において必要労働投入量関数を (11) 式のように期待オペレータ  $E$  の外へ出すことはできない。

ところで、2つのランダムな変数  $X$  と  $Y$  について、 $\text{cov}(X, Y) = E(XY) -$

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$E(X)E(Y)$  が成立するから、この関係式から  $E(XY) = E(X)E(Y) + \text{cov}(X, Y)$  が得られる。この関係式を（18）式に適用すると、

$$\begin{aligned}
 & E \left\{ \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right] \left\{ -w \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] - c p^I \right\} \right\} \\
 &= E \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right] E \left\{ -w \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] - c p^I \right\} \\
 &\quad + \text{cov} \left\{ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, \left[ -w \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} - c p^I \right] \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

が得られる。ここで、（19）式の右辺第2項の共分散は、

$$\begin{aligned}
 & \text{cov} \left\{ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, \left[ -w \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} - c p^I \right] \right\} \\
 &= E \left\{ \left\{ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} - E \left[ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} \right] \right\} \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \left[ -w \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} - c p^I \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - E \left[ -w \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} - c p^I \right] \right\} \right\}
 \end{aligned}$$

非中立的なりリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\begin{aligned}
&= E \left\{ \left\{ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} - E \left[ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} \right] \right\} \right. \\
&\quad w \left\{ \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} - \frac{cp^l}{w} \right] \right. \\
&\quad \left. \left. + E \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} + \frac{cp^l}{w} \right] \right\} \right\} \\
&= E \left\{ \left\{ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} - E \left[ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} \right] \right\} \right. \\
&\quad w \left\{ \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] + E \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{cp^l}{w} + \frac{cp^l}{w} \right\} \right\} \\
&= w E \left\{ \left\{ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} - E \left[ \frac{d[U(\pi_{i,\tau})]}{d\pi_{i,\tau}} \right] \right\} \right. \\
&\quad \left. \left\{ \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] + E \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] \right\} \right\} \\
&= w \text{cov} \left\{ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{20}$$

と表せるから、(20) 式を (19) 式に代入することによって、

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\begin{aligned}
 & E \left\{ \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right] \left\{ -w \left[ \frac{\partial N [Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] - c p^I \right\} \right\} \\
 &= E \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right] E \left\{ -w \left[ \frac{\partial N [Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] - c p^I \right\} \\
 &\quad + w \operatorname{cov} \left\{ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, \left[ -\frac{\partial N [Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] \right\} = 0
 \end{aligned} \tag{21}$$

が得られる。(21) 式より、生産物価格の設定を行う不完全競争企業の費用最小化条件を導き出すことができる。すなわち、

$$\begin{aligned}
 & E \left[ -\frac{\partial N [Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] \\
 &\quad \operatorname{cov} \left\{ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, \left[ -\frac{\partial N [Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] \right\} \\
 &= \frac{c p^I}{w} - \frac{E \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right]}{E \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right]}
 \end{aligned} \tag{22}$$

である。

ところで、第 1 項で示された生産量の設定を行う不完全競争企業の費用最小化条件 (12) 式と本項で示された生産物価格の設定を行う不完全競争企業の費用最小化条件 (22) 式との差は、共分散項の部分である。もし、(22)

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

式の右辺第2項について  $\text{cov} \left\{ \frac{dU(\pi)}{d\pi}, \left[ -\frac{\partial N [Y(p, u), K]}{\partial K} \right] \right\} = 0$  が成立する  
 ならば, (22) 式についても

$$E \left[ -\frac{\partial N [Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] = \frac{c p^I}{w} \quad (23)$$

が成立するから, これら2つの不完全競争企業の費用最小化条件は一致する。  
 これは, 企業のリスク選好が中立的, すなわち効用関数が線形である（近似  
 できる）と仮定できる場合において成立する。

ところが, 企業のリスクに対する選好が中立的でない場合には,  
 $\text{cov} \left\{ \frac{dU(\pi)}{d\pi}, \left[ -\frac{\partial N [Y(p, u), K]}{\partial K} \right] \right\} = 0$  が成立しないため, 需要の不確実性は企  
 業の費用最小化条件に対して影響を及ぼすと考えられる。需要の不確実性  
 による費用最小化条件への影響を明らかにするためには, この共分散の項に  
 対する不確実性の影響について検討しなければならない。共分散の項の符号は,  
 利潤の限界効用と資本と労働の技術的限界代替率のそれぞれが確率変数であ  
 る需要水準  $u$  の変動に対してどのように反応するかに依存する。

そこでまず, 利潤の限界効用に対する需要  $u$  の影響から検討する。利潤  
 の限界効用を  $u$  で偏微分すると,

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}} \right]}{\partial u_{i,\tau}} &= \frac{d^2 U(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}^2} \frac{\partial \pi_{i,\tau}}{\partial u_{i,\tau}} \\
 &= \frac{d^2 U(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}^2} \left\{ p_{i,\tau} - w \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial Y_{i,\tau}} \right] \right\} \left[ \frac{\partial Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau})}{\partial u_{i,\tau}} \right]
 \end{aligned} \tag{24}$$

が得られる。仮定より、 $\left[ \frac{\partial Y(p, u)}{\partial u} \right] > 0$ 、かつ  $\frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial Y} > 0$  である。

ここで  $\frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial Y}$  は、資本ストックを一定としたときに、生産量を限界的に増加させたときの必要労働投入量の変化分を表す。生産物価格、すなわち生産を1単位増加させたときの限界収入が労働を1単位追加的に雇用したときの限界費用を上回る場合には、 $\left\{ p - w \left[ \frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial Y} \right] \right\} > 0$  が成立するから、(24) 式の符号は  $\frac{d^2 U(\pi)}{d\pi^2}$  の符号と同じになることがわかる。つまり、利潤の限界効用に対する不確実性の影響は、企業の利潤に対するリスク選好（効用関数）の性質に依存することがわかる。

次に、資本と労働の技術的限界代替率に対する需要  $u$  の影響を検討する。技術的限界代替率を  $u$  で偏微分すると、

$$\frac{\partial \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right]}{\partial u_{i,\tau}} = - \frac{\partial \left[ \frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right]}{\partial Y_{i,\tau}} \left[ \frac{\partial Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau})}{\partial u_{i,\tau}} \right] \tag{25}$$

が得られる。ここで、仮定より、 $\left[ \frac{\partial Y(p, u)}{\partial u} \right] > 0$ 、かつ  $\left[ \frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial K} \right] < 0$

である。したがって、(25) 式の符号は  $\frac{\partial \left[ \frac{\partial N [Y(p, u), K]}{\partial K} \right]}{\partial Y}$  の符号と同じに

なることがわかる。この  $\frac{\partial \left[ \frac{\partial N [Y(p, u), K]}{\partial K} \right]}{\partial Y}$  は、生産量が1単位増加した

ときに資本と労働の技術的限界代替率がどう変化するかを示す。

図1には、生産量の増加( $Y_0 < Y_1 < Y_2$ )に対する生産要素の最適投入量の経路が描かれている。資本と労働が正常投入財、すなわち  $\frac{\partial K}{\partial Y} > 0$ 、かつ  $\frac{\partial N}{\partial Y} > 0$  であるならば、生産量の増加にともなって使用される資本量と労働量は増加する。したがって、需要  $u$  の増加に対応して企業が生産量を増加させるとき、長期的には資本と労働の双方が増加すると考えられる。図中、点Aは生産量が  $Y_0$  のときの最適な生産要素投入量の組み合わせ点を示している。このときの最適資本量は  $K_0$ 、最適労働投入量は  $N_A$  である。点Bおよび点Cは生産量が  $Y_0$  から  $Y_1$  そして  $Y_2$  へと増加した場合に費用最小化条件を満たす長期的な資本と労働の最適投入量の点を表している。原点から点A, B, Cと伸びる線分は、資本と労働をともに変化させることが可能な長期的な生産要素の最適投入量の組み合わせの経路を示している。

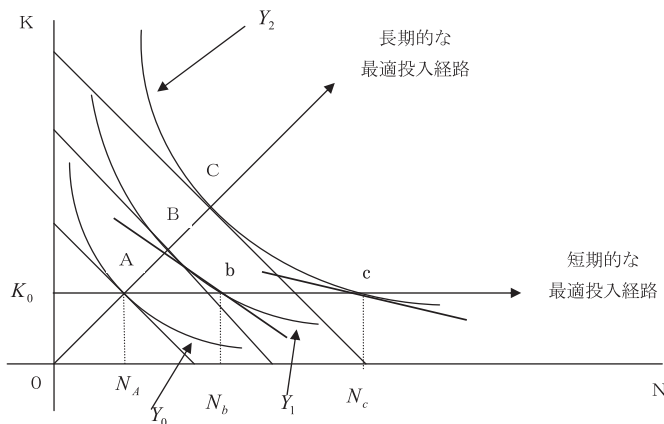


図1 最適な生産要素投入比率

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

ところが、資本ストックの水準は需要  $u$  が判明する前に決定しなければならない上に、短期的には変化しないため、短期的な需要増に対する生産量の増加については労働投入量の調整で対応しなければならない。資本ストックが短期的に  $K_0$  で一定であったとする。このとき、需要の増加に対応して生産量が  $Y_0$  から  $Y_1$  そして  $Y_2$  へと増加した場合、費用最小化条件を満たす短期的な資本と労働の最適投入点は点  $b$  および点  $c$  で示される。このときの労働投入量はそれぞれ  $N_b$  と  $N_c$  である。つまり、資本ストックが一定である短期においては生産量の増加にともなって労働投入量が逓増的に増加するため、資本と労働の技術的限界代替率は上昇する（負の傾きが小さくなる）ことが

わかる。すなわち、 $\frac{\partial \left[ \frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial K} \right]}{\partial Y} < 0$ , かつ  $\frac{\partial^2 \left[ \frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial K} \right]}{\partial Y^2} > 0$

である。したがって、需要  $u$  の増加に対応して生産量  $Y$  が増加するとき、資本

ストックが一定という仮定の下では、 $\frac{\partial \left[ -\frac{\partial N[Y(p, u), K]}{\partial K} \right]}{\partial u} > 0$  となると考え

られる。

以上、(22) 式の共分散の項の符号について検討してきたが、共分散の項の符号は企業の利潤に対する効用の性質（効用関数の形状）に依存することがわかる。つまり、企業のリスクに対する選好が愛好的であるか、それとも回避的であるかによって費用最小化条件に対する需要の不確実性の影響が異なってくるということである。すなわち、

① 効用関数が凸関数（リスク愛好的）である場合

$$\text{COV} \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] > 0 \quad (26)$$



非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

② 効用関数が凹関数（リスク回避的）である場合

$$\text{COV} \left[ \frac{dU(\pi_{i,\tau})}{d\pi_{i,\tau}}, -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] < 0 \quad (27)$$

である。したがって、生産物価格の設定を行う企業の費用最小化条件に対する不確実性の影響については、

① 効用関数が凸関数（リスク愛好的）である場合

$$E \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] < \frac{cp^I}{w} \quad (28)$$

② 効用関数が凹関数（リスク回避的）である場合

$$E \left[ -\frac{\partial N[Y(p_{i,\tau}, u_{i,\tau}), K_{i,\tau}]}{\partial K_{i,\tau}} \right] > \frac{cp^I}{w} \quad (29)$$

となることがわかる。この結果は、需要に不確実性が存在すると、生産物価格の設定を行うリスク非中立的な企業の費用最小化に関する一致性条件は一般に成立しないことを示唆している。

また、生産量の設定を行う不完全競争企業と生産物価格の設定を行う不完全競争企業の技術的限界代替率については、

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

- ① 効用関数が凸関数（リスク愛好的）である場合  
（生産量の設定を行う企業の技術的限界代替率） $>$   
（生産物価格の設定を行う企業の技術的限界代替率）
  
- ② 効用関数が凹関数（リスク回避的）である場合  
（生産量の設定を行う企業の技術的限界代替率） $<$   
（生産物価格の設定を行う企業の技術的限界代替率）

となることがわかる。したがって、資本ストックが一定である短期においては、最適な必要労働投入量も不完全競争企業のタイプによって異なってくる。すなわち、

- ① 効用関数が凸関数（リスク愛好的）である場合  
（生産量の設定を行う企業の労働投入量） $<$   
（生産物価格の設定を行う企業の労働投入量）
  
- ② 効用関数が凹関数（リスク回避的）である場合  
（生産量の設定を行う企業の労働投入量） $>$   
（生産物価格の設定を行う企業の労働投入量）

である。

### 3. Stevens-Nickell Model

本節では、Stevens（1974）のモデルを Hartman（1972）のモデルに応用した Nickell（1978）の議論を詳細に検討する<sup>5)</sup>。Hartman（1972）は、価格変数に不確実性が存在するケースについて議論し、資本の限界生産性が価格変数に対して凸関数であれば、不確実性の増大は投資を増加させる方向に作用すると指摘した。これは、規模に関する収穫一定の生産技術を有するような完全競争企業に対しては常に当てはまる議論である。ただし、Hartman のモデルではリスク選好の中立性が仮定されており、非中立的なリスク選好の場合を含むより一般的なケースについては分析することができないという問題がある。

それに対して Stevens（1974）および Nickell（1978）のモデルは、リスク選好のタイプに左右されないという特徴がある。彼らは、企業の問題を利潤の期待効用の最大化問題として定式化し、平均・分散モデル（Mean-Variance Model）を用いて不確実性の投資への影響について議論する<sup>6)</sup>。

さて、リスクが存在しなければ企業価値は将来の期待利潤の割引現在価値の総和として表すことができる。

$$V_{i,0}^* = \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \{E(\pi_{i,\tau})\} d\tau \quad (30)$$

ここで、 $V^*$  はリスクが存在しない場合の企業価値、 $\rho$  は割引率、 $E$  は期待オペレータ、 $\pi$  は利潤、 $\tau$  は時間、 $i$  は企業の識別記号である。

ところが、将来の期待利潤に不確実性（リスク）が存在すると、企業価値と期待利潤の割引現在価値は乖離する可能性がある。すなわち、リスクが存

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
 在する場合の企業価値を  $V$  とすると、

$$V_{i,0} < V_{i,0}^* = \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \{E(\pi_{i,\tau})\} d\tau \quad (31)$$

という状況が生じるということである。不確実性が存在する場合に発生する  $V^* - V$  の差は、リスクに対して市場が負担するコストと考えることができる。問題は、このコストをどのように定式化したらいいかということになる。Stevens(1972)は、リスクが存在する場合の企業価値  $V$  をキャッシュ・フローの期待値からリスクの市場評価を差し引いた純収益の割引現在価値の総和として定義した。

$$V_{i,0} = \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \left\{ E(\pi_{i,\tau}) - m_{\tau} \left[ \text{var}(\pi_{i,\tau}) + \sum_{j=1}^n \text{cov}(\pi_{i,\tau}, \pi_{j,\tau}) \right] \right\} d\tau \quad (32)$$

ここで、 $m$  は市場のリスク・パラメータ、 $i$  と  $j$  は企業の識別記号を表す。ただし、 $i \neq j$  である。(32) 式において、リスクの市場評価は2つの要素から構成されている。1つは、当該企業の利潤の分散、もう1つは他企業の利潤との共分散である。これは、期待利潤の変動および他の企業の利潤とのバラツキが大きくなるほどリスクが増大し、コスト ( $V^* - V$ ) がそれだけ大きくなることを示している。ただし、全ての企業の利潤について、その将来変動の相関が極めて高い、つまり線形関係で近似できる場合には、(32) 式を

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$V_{i,0} = \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \{E(\pi_{i,\tau}) - \eta_{\tau} \text{var}(\pi_{i,\tau})\} d\tau \quad (33)$$

のように簡単化することができる<sup>7)</sup>。ここで、 $\eta$  は市場のリスク・パラメータである。Nickell (1978) は、Stevens (1974) のモデル (32) 式を (33) 式のように変形して、それを Hartman (1972) の議論に適用する<sup>8)</sup>。ここで、割引率  $\rho$  およびリスクの市場評価  $\eta$  は既知であると仮定する。マクロ的な正（負）のショックが生じたとき、全ての企業の利潤が正（負）の方向へと変動するならば、 $\eta$  は正 ( $\eta > 0$ ) である。逆に、他の企業の利潤が正（負）の方向に変動しているときに自企業の利潤が負（正）の方向へ変動する場合は、 $\eta$  は負 ( $\eta < 0$ ) となる。

あるいはまた、 $\eta$  については、企業のリスクに対する選好をあらわすパラメータとみなすこともできる。すなわち、 $\eta > 0$  であるとき、 $(V^* - V) > 0$  となるから、それは企業のリスク選好が回避的であることを意味し、逆に  $\eta < 0$  であるときは、 $(V^* - V) < 0$  となるから、それはリスク選好が愛好的であることを意味するというわけである<sup>9)</sup>。

ところで、(33) 式を用いると、Hartman (1972) や Abel (1983) のように一次同次の生産技術をもつ完全競争企業を仮定しても、リスク選好が非中立的な企業の投資行動を分析することができる。以下では、価格変数に不確実性が存在する場合において、リスク選好が中立的な企業の投資量と非中立的な企業の投資量がどのように異なるかという点について議論する。

利潤関数  $\pi$  を以下のように定義する。

$$\pi_{i,\tau} = p_{\tau} F(K_{i,\tau}, N_{i,\tau}) - w_{\tau} N_{i,\tau} - p_{\tau}^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau}) \quad (34)$$

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

ここで、 $p$  は生産物価格、 $F(\cdot)$  は生産関数、 $K$  は資本ストック、 $N$  は労働投入量、 $w$  は名目賃金率、 $p^I$  は資本財価格、 $I$  は投資量、 $\Psi(\cdot)$  は投資の調整費用関数を表す<sup>10)</sup>。なお、 $K$ 、 $N$ 、 $I$  は企業の意思決定変数、調整費用は生産技術が体化された資本設備に関する構造変数であるから、すべて非確率変数である。なお、資本財市場は簡単化のため完全競争市場であると仮定して議論する<sup>11)</sup>。

Hartman (1972) は、生産関数の一次同次性を仮定し、資本の限界生産性価値が利潤関数と一致することを示した。すなわち、

$$\begin{aligned}
 p_\tau \frac{d}{dk_{i,\tau}} f \left\{ g \left( \frac{w_\tau}{p_\tau} \right) \right\} K_{i,\tau} &= p_\tau F \left( K_{i,\tau}, \frac{K_{i,\tau}}{k_{i,\tau}} \right) - p_\tau \frac{\partial L_{i,\tau}}{\partial N_{i,\tau}} \frac{K_{i,\tau}}{k_{i,\tau}} \\
 &= \max_{N_{i,\tau}} \{ p_\tau F(K_{i,\tau}, N_{i,\tau}) - w_\tau N_{i,\tau} \} \\
 &= \Pi(p_\tau, w_\tau) K_{i,\tau}
 \end{aligned} \tag{35}$$

である<sup>12)</sup>。(34) 式および (35) 式を考慮すると、(33) 式は、

$$\begin{aligned}
 V_{i,0} &= \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \left\{ E[\Pi(p_\tau, w_\tau) K_{i,\tau} - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau})] \right. \\
 &\quad \left. - \eta_\tau \text{var} \{ \Pi(p_\tau, w_\tau) K_{i,\tau} - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau}) \} \right\} d\tau \\
 &= \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \left\{ K_{i,\tau} E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau}) \right. \\
 &\quad \left. - \eta_\tau E \{ [\Pi(p_\tau, w_\tau) K_{i,\tau} - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau})] \right. \\
 &\quad \left. - E[\Pi(p_\tau, w_\tau) K_{i,\tau} - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau})] \right\}^2 d\tau
 \end{aligned}$$

非中立的なりリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\begin{aligned}
&= \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \left\{ K_{i,\tau} E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau}) \right. \\
&\quad \left. - \eta_\tau E\{\Pi(p_\tau, w_\tau) K_{i,\tau} - E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] K_{i,\tau}\}^2 \right\} d\tau \\
&= \int_{\tau=0}^{\infty} \exp(-\rho\tau) \left\{ K_{i,\tau} E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau}) \right. \\
&\quad \left. - \eta_\tau K_{i,\tau}^2 \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} d\tau \tag{36}
\end{aligned}$$

と表すことができる<sup>13)</sup>。資本蓄積に関する制約条件

$$\dot{K} = I_{i,\tau} - \delta K_{i,\tau}$$

を考慮すると、ラグランジュ被積分関数（Lagrangian Integrand Function）は、

$$\begin{aligned}
L = & \exp(-\rho\tau) \left\{ K_{i,\tau} E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - p_\tau^I I_{i,\tau} - \Psi(I_{i,\tau}) - \eta_\tau K_{i,\tau}^2 \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} \\
& + \lambda [I_{i,\tau} - \delta K_{i,\tau} - \dot{K}] \tag{37}
\end{aligned}$$

と与えられる。ここで、 $\delta$  は減価償却率、 $\lambda$  は Lagrange 乗数である。ラグランジュ被積分関数  $L$  を  $K$ ,  $I$ ,  $\dot{K}$  で偏微分して、最大化のための 1 階の条件を求めると、それぞれ、

非中立的なりスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\frac{\partial L}{\partial K_{i,\tau}} = \exp(-\rho\tau) \left\{ E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - 2\eta_\tau K_{i,\tau} \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} - \lambda \delta \quad (38)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{i,\tau}} = \exp(-\rho\tau) \left[ -p_\tau^I - \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] + \lambda \quad (39)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = -\lambda \quad (40)$$

が得られる。(39) 式より, Lagrange 乗数  $\lambda$  は,

$$\lambda = \exp(-\rho\tau) \left[ p_\tau^I + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \quad (41)$$

と与えられるから, (41) 式を (38) 式および (40) 式に代入すると, Euler-Lagrange Equation をつくることができる。

$$\begin{aligned} L_K - \frac{d}{d\tau} L_{\dot{K}} &= \exp(-\rho\tau) \left\{ E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - 2\eta_\tau K_{i,\tau} \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} \\ &\quad - \exp(-\rho\tau) \delta \left[ p_\tau^I + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \\ &\quad - \frac{d}{d\tau} \left\{ -\exp(-\rho\tau) \left[ p_\tau^I + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \right\} \end{aligned}$$



非中立的なりスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$$\begin{aligned}
&= \exp(-\rho\tau) \left\{ E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - 2\eta_\tau K_{i,\tau} \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} \\
&\quad - \exp(-\rho\tau) \delta \left[ p'_\tau + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \\
&\quad + \left\{ \exp(-\rho\tau)(-\rho) \left[ p'_\tau + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \right. \\
&\quad \left. + \exp(-\rho\tau) \left[ \frac{dp'_\tau}{d\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \frac{dI_{i,\tau}}{d\tau} \right] \right\} \\
&= \left\{ E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - 2\eta_\tau K_{i,\tau} \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} \\
&\quad - (\delta + \rho) \left[ p'_\tau + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] + \left[ \frac{dp'_\tau}{d\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \frac{dI_{i,\tau}}{d\tau} \right] = 0
\end{aligned} \tag{42}$$

(42)式の両辺に時間と減耗率を考慮した割引率,  $\exp[-(\delta + \rho)(\tau - t)]$  を掛け、さらに時間変数  $\tau$  に関して積分すると、

$$\begin{aligned}
&\int_{\tau=t}^{\infty} \exp[-(\delta + \rho)(\tau - t)] \left\{ E[\Pi(p_\tau, w_\tau)] - 2\eta_\tau K_{i,\tau} \text{var}[\Pi(p_\tau, w_\tau)] \right\} d\tau \\
&= \int_{\tau=t}^{\infty} \exp[-(\delta + \rho)(\tau - t)] (\delta + \rho) \left[ p'_\tau + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] d\tau \\
&\quad - \int_{\tau=t}^{\infty} \exp[-(\delta + \rho)(\tau - t)] \left[ \frac{dp'_\tau}{d\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \frac{dI_{i,\tau}}{d\tau} \right] d\tau \tag{43}
\end{aligned}$$

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
 が得られる。(43) 式は、現在価値で表わされた最大化のための必要条件である。(43) 式の右第 2 項について部分積分を行うと、

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau=t}^{\infty} \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] \left[ \frac{dp^I_{\tau}}{d\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \frac{dI_{i,\tau}}{d\tau} \right] d\tau \\
 &= \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] \left[ p^I_{\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \\
 &+ \int_{\tau=t}^{\infty} \left\{ \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] (\delta+\rho) \left[ p^I_{\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \right\} d\tau
 \end{aligned} \tag{44}$$

となるから、(44) 式を (43) 式に代入して、

$$\begin{aligned}
 & \int_{\tau=t}^{\infty} \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] \left\{ E[\Pi(p_{\tau}, w_{\tau})] - 2\eta_{\tau} K_{i,\tau} \text{var}[\Pi(p_{\tau}, w_{\tau})] \right\} d\tau \\
 &= \int_{\tau=t}^{\infty} \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] (\delta+\rho) \left[ p^I_{\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] d\tau \\
 &- \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] \left[ p^I_{\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \\
 &- \int_{\tau=t}^{\infty} \left\{ \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] (\delta+\rho) \left[ p^I_{\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right] \right\} d\tau \\
 &= - \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] \left[ p^I_{\tau} + \frac{d\Psi(I_{i,\tau})}{dI_{i,\tau}} \right]
 \end{aligned} \tag{45}$$

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
を得る。なお，(45) 式の右辺は，

$$-\exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)]\left[p_{\tau}^I+\frac{d \Psi\left(I_{i, \tau}\right)}{d I_{i, \tau}}\right] \bigg|_{\tau=t}^{\infty}=p_{\tau}^I+\frac{d \Psi\left(I_{i, \tau}\right)}{d I_{i, \tau}} \quad (46)$$

となるから，最大化のための必要条件は (45) 式および (46) 式より，

$$\begin{aligned} \frac{d \Psi\left(I_{i, \tau}\right)}{d I_{i, \tau}} &= \int_{\tau=t}^{\infty} \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)]\left\{E\left[\Pi\left(p_{\tau}, w_{\tau}\right)\right]\right. \\ &\quad \left.-2 \eta_{\tau} K_{i, \tau} \operatorname{var}\left[\Pi\left(p_{\tau}, w_{\tau}\right)\right]\right\} d \tau-p_{\tau}^I \end{aligned} \quad (47)$$

と表すことができる。(47) 式は，最適状態において投資の限界調整費用が単位資本当たりの市場のリスク評価を考慮した純収益の割引現在価値と等しくなることを示している。一方，リスク選好が中立的な企業の最適投資条件については，

$$\left[\frac{d \Psi\left(I_{i, \tau}^{*}\right)}{d I_{i, \tau}^{*}}\right]^{*}=\int_{\tau=t}^{\infty} \exp [-(\delta+\rho)(\tau-t)] E\left[\Pi\left(p_{\tau}, w_{\tau}\right)\right] d \tau-p_{\tau}^I \quad (48)$$

で示される<sup>14)</sup>。(47) 式と (48) 式を比較すると，価格変数に不確実性が存在する場合のリスク選好の相違による投資量の差を比較することができる。

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

すなわち、リスク選好が回避的な企業（ $n > 0$ ）については、 $\frac{d\Psi(I)}{dI} < \left[ \frac{d\Psi(I^*)}{dI^*} \right]^*$

となるから、 $I < I^*$ であることがわかる。これは、不確実性が存在する場合、リスク回避的な企業の投資量はリスク中立的な企業の投資量およびリスクが存在しない場合の投資量を下回ることを意味している。一方、リスク選好が愛好的な企業（ $n < 0$ ）については、 $\frac{d\Psi(I)}{dI} > \left[ \frac{d\Psi(I^*)}{dI^*} \right]^*$ となるから、 $I > I^*$ であることがわかる。これは、不確実性が存在する場合、リスク愛好的な企業の投資量はリスク中立的な企業の投資量およびリスクが存在しない場合の投資量を上回ることを意味している。

#### 4. おわりに

本稿では、リスク選好が非中立的な企業の事業活動に対する不確実性の影響について検討した。不確実性の影響に関する初期の研究については、投資の調整費用を考慮するかどうかという観点、すなわち静学モデルか動学モデルかという観点から分析手法の相違を指摘することができる一方で、リスクに対する選好の相違、すなわち中立的か非中立的かといった観点からも分析手法の相違を指摘することができる。これまで行われてきた研究の多くは、リスク選好の中立性を仮定しており、リスク選好の非中立性を仮定するより一般的なモデルで議論を展開する例は比較的少ない。

そこで本稿では、平均・分散・共分散モデルを用いて企業のリスク選好と不確実性の影響を分析した Holthausen (1976), Stevens (1974), Nickell (1978) の議論を詳細に検討し、リスク選好の非中立性という観点から生産要素投入比率および投資量に対する不確実性の影響について分析した。その結果、需要の不確実性は生産量の設定を行う不完全競争企業の生産要素投入比率に対しては何ら影響を与えないが、生産物価格の設定を行う不完全競争企業に対しては逆に影響を与えるという相反する結果が得られた。さらに、生産物価格の設定を行う不完全競争企業に対する不確実性の影響については、企業の

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）  
 リスク選好の相違, すなわちリスク愛好的か, あるいはリスク回避的かによっても異なるという結果が得られた。

また, 不確実性が存在する場合の投資量については, リスク回避的な企業の投資量はリスク中立的な企業の投資量を下回るが, 逆にリスク愛好的な企業の投資量はリスク中立的な企業の投資量を上回るという相反する結果が得られた。

## 記号一覧

$c$	資本コスト
$E$	期待オペレータ
$F(\cdot)$	生産関数
$f(\cdot)$	需要関数
$I$	投資量
$i$ および $j$	企業の識別記号
$K$	資本ストック
$\dot{K}$	資本ストックの時間微分
$L(\cdot)$	ラグランジュ被積分関数
$m$ および $\eta$	市場のリスク・パラメータ
$N$	労働投入量
$N(\cdot)$	必要労働投入量関数
$p$	生産物価格
$p^f$	資本財価格
$U(\cdot)$	効用関数
$u$	需要と相関するランダムな変数
$V$	リスクが存在する場合の企業価値
$V^*$	リスクが存在しない場合の企業価値
$w$	名目賃金率
$Y$	生産量

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

$\lambda$	ラグランジュ乗数
$\rho$	割引率
$\delta$	減価償却率
$\tau$	時間変数
$\Pi(\cdot)$	利潤関数
$\pi$	利潤
$\Psi(\cdot)$	投資の調整費用関数

## 注

- 1) モデルの導出に関する詳細は, Holthausen (1976) を参照せよ。
- 2) リスク選好の中立性を仮定した初期の議論については, 例えば Sandmo (1971), Leland (1972), Hartman (1972), Abel (1983), McKenna (1986), 永富 (2011a) 等を参照せよ。
- 3) 需要関数の設定に関する議論の詳細は, Leland (1972) を参照せよ。
- 4) 資本コストの定式化およびモデルの推計方法に関する詳細について, ならびにわが国製造業諸産業を対象とした計測結果等については, 永富 (2007) を参照されたい。
- 5) モデルの導出に関する詳細は, Stevens (1974) および Nickell (1978) を参照せよ。
- 6) 平均・分散モデルを用いた分析の利点および問題点等に関する詳細は, 例えば Borch (1969), Feldstein (1969), Tobin (1969), Samuelson (1971) 等を参照せよ。
- 7) 各企業の利潤の将来変動について, ここでは次式のような線形関係が成立すると考えるわけである。すなわち, すべての  $i \neq j$  について,  $\pi_{i,\tau} - E\pi_{i,\tau} = \phi_{i,\tau}(\pi_{j,\tau} - E\pi_{j,\tau}) + \omega_{i,\tau}$  が成立する場合である。ここでは,  $\text{cov}(\pi_{j,\tau}, \omega_{i,\tau}) = 0$ , かつ  $E\omega_{i,\tau} = 0$  が仮定される。

なお, Nickell (1978) は,  $\phi$  について, 同じ気候条件の下でもアイスクリーム販売者の利潤はアイスクリーム製造業者の利潤との間にプラス ( $\phi > 0$ ) の相関関係があるが, 傘の製造業者の利潤との間にはマイナス ( $\phi < 0$ ) の相関関係があるという例を提示している。

- 8) Hartman (1972) は, 価格の不確実性の増大が投資の増加要因であることを示した。Hartman が考慮した価格変数の不確実性は, 生産物価格と名目賃金率である。資本財市場については完全競争市場が仮定されているため, 資本財価格

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

の不確実性に関しては考慮されていないことに留意する必要がある。

- 9) Zeira (1990) でも, リスク回避的な経済主体の投資行動の分析が行われている。その中で Zeira は, リスク選好が回避的である場合, 不確実性の増大は投資を減少させると指摘した。また, 生産関数が労働に関して収穫通減的であれば, あるいはまた利潤関数が賃金率に対して凸関数であれば, 不確実性の増大は投資を増加させる要因となると指摘している。
- 10) 添え字の  $\tau$  は, 各変数が時間の関数であることを示している。前節では, 需要の不確実性の影響を分析するという目的から, 簡単化のために生産要素価格および資本コストを経時的に一定と仮定して Holthausen (1976) のモデルを検討したが, 本節では Stevens (1974) および Nickell (1978) のモデルを検討するにあたり, 生産物市場および生産要素市場がともに完全競争市場であるとのみ仮定し, 経時的に一定であるという強い仮定は設定していない。
- 11) Hartman (1972) の価格変数の不確実性についての議論の詳細は, 注の 8) を参照せよ。
- 12) (35) 式の導出に関する詳細は, 永富 (2011b) を参照されたい。
- 13) ここで, 確率変数は  $p$  と  $w$  の 2 つのみである。したがって, 数学的には, 利潤関数  $\Pi(\cdot)$  にのみ期待オペレータ  $E$  がつく。
- 14) (48) 式の導出に関する詳細は, 永富 (2011b) を参照されたい。

## References

- Abel, A. B. (1983), “Optimal Investment under Uncertainty”, *The American Economic Review*, 73, 228–233.
- Abel, A. B. (1985), “A Stochastic Model of Investment, Marginal  $q$  and the Market Value of the Firm”, *International Economic Review*, 26, 305–322.
- Abel, A. B. and J. C. Eberly (1994), “A Unified Model of Investment under Uncertainty”, *The American Economic Review*, 84, 1369–1384.
- Abel, A. B. and J. C. Eberly (1999), “The Effects of Irreversibility and Uncertainty on Capital Accumulation”, *Journal of Monetary Economics*, 44, 339–377.
- Borch, K. (1969), “A Note on Uncertainty and Indifference Curves”, *Review of Economic Studies*, 36, 1–4.
- Caballero, R. J. (1991), “On the Sign of the Investment-Uncertainty Relationship”, *The American Economic Review*, 81, 279–288.
- Caballero, R. J. and R. S. Pindyck (1996), “Uncertainty, Investment, and Industry Revolution”, *International Economic Review*, 37, 641–662.

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

- Chiang, A. C. (1992), *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw-Hill, New York.
- Das, S. P. (1980), “Further Results on Input Choices under Uncertain Demand”, *The American Economic Review*, 70, 528–532.
- Ferderer, J. P. (1993a), “The Impact of Uncertainty on Aggregate Investment Spending: An Empirical Analysis”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 25, 3–48.
- Ferderer, J. P. (1993b), “Does Uncertainty Affect Investment Spending?”, *Journal of Post-Keynesian Economics*, 16, 19–35.
- Feldstein, M. S. (1969), “Mean-Variance Analysis in the theory of Liquidity Preference and Portfolio Selection”, *Review of Economic Studies*, 36, 5–12.
- Ghosal, V. (1995), “Input Choices under Price Uncertainty”, *Economic Inquiry*, 33, 142–158.
- Hamermesh, D. S. and D. A. Pfann, (1996), “Adjustment Costs in Factor Demand”, *Journal of Economic Literature*, 34, 1264–1292.
- Hartman, R. (1972), “The Effect of Price and Cost Uncertainty on Investment”, *Journal of Economic Theory*, 5, 258–266.
- Hartman, R. (1976), “Factor Demand with Output Price Uncertainty”, *The American Economic Review*, 66, 675–681.
- Holthausen, D. M. (1976), “Input Choices and Uncertain Demand”, *The American Economic Review*, 66, 94–103.
- Intriligator, M. D. (1971), *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- Jorgenson, D. W., *Investment* : Vol. 1 (*Capital Theory and Investment Behavior*, 1996), Vol. 2 (*Tax Policy and the Cost of Capital*, 1996), Vol. 3 (*Lifting the Burden: Tax Reform, the Cost of Capital, and U.S. Economic Growth*, 2001), The MIT Press.
- Kamien, M. and N. Schwartz (1991), *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, 2nd<sup>ed</sup>., North Holland.
- Leahy, J. and T. M. Whited (1996), “The Effects of Uncertainty on Investment: Some Stylized Facts”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 28, 64–83.
- Leland, H. E. (1972), “Theory of the Firm Facing Uncertain Demand”, *The American Economic Review*, 62, 278–291.
- Lintner, J. (1965), “The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets”, *Review of Economics and Statistics*, 47, 13–37.



- McKenna, C. J. (1986), *The Economics of Uncertainty*, Wheatsheaf Books.
- Mossin, J. (1966), “Equilibrium in a Capital Asset Market”, *Econometrica*, 34, 768–783.
- Nagatomi, T. (2000), “*The Financial Accelerator in Macroeconomics: Evidence from Japanese Financial Corporate Groups*,” in S. Suwa ed., *Current Issues in Economic Policy*, Institute for Research in Contemporary Political and Economic Affairs, Waseda University, Tokyo, Japan, 133–155.
- Nickell, S. J. (1978), *The Investment Decision of Firms*, Cambridge University Press.
- Pindyck, R. S. (1982), “Adjustment Costs, Uncertainty and the Behaviour of the Firm”, *The American Economic Review*, 72, 415–427.
- Pindyck, R. S. (1993), “A Note on Competitive Investment under Uncertainty”, *The American Economic Review*, 83, 273–277.
- Samuelson, P. A. (1971), “The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in Terms of Means, Variances and Higher Moments”, *Review of Economic Studies*, 38, 537–542.
- Sandmo, A. (1971), “On the Theory of the Competitive Firm under Price Uncertainty”, *The American Economic Review*, 61, 65–73.
- Sharpe, W. (1964), “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, *Journal of Finance*, 19, 425–442.
- Silberberg, E. and W. Suen, (2001), *The Structure of Economics*, 3rd<sup>ed.</sup>, McGraw-Hill, New York.
- Stevens, G. V. G. (1974), “On the Impact of Uncertainty on the Value and Investment of the Neoclassical Firm”, *The American Economic Review*, 64, 319–336.
- Tobin, J. (1969), “A General Equilibrium Approach to Monetary Theory”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1, 15–29.
- Zeira, J. (1990), “Cost Uncertainty and the Rate of Investment”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 14, 53–63.
- 永富隆司 (2007) 「税制改正と製造業諸企業の投資条件の変化」 諏訪貞夫 編著 『日本経済の進歩と将来』 所収 成文堂
- 永富隆司 (2008) 「税制改正と企業の投資機会の動向調査—Tax-adjusted Q の推計と企業の投資決定に関する実態調査の分析—」 日本財政学会 (第 65 回全国大会) 報告論文 (於：京都大学)
- 永富隆司 (2010a) 「税制改正と企業の投資機会」 千田亮吉ほか 編著 『行動経済学の理論と実証』 所収 勁草書房
- 永富隆司 (2010b) 「投資行動の非対称性と連動性」 永富隆司ほか 著 『平成不況』 所収 文眞堂

非中立的なリスク選好企業に対する不確実性の影響について（永富）

永富隆司（2011a）「生産活動および市場価格の不確実性の影響について」『政経論叢』

国土館大学政経学会 No. 154 49-69

永富隆司（2011b）「設備投資に対する価格の不確実性の影響について」 国土館大学

政経学部創設 50 周年記念論文 forthcoming