

静学的期待形成と政策効果の経済分析

永 富 隆 司

目 次

1. はじめに
 2. モデルの導出
 3. 政策効果
 4. おわりに
 5. 記号一覧
- 注
References

1. はじめに

本研究は、片山（2006）のモデルに資金調達の可能性と生産能力に対する稼働率という概念を新たに導入するという形で Tobin's Average q を導出し直し、企業価値および投資率に対する政策効果の数学的議論を再検討することを目的としている¹⁾。片山（2006）では、資金調達要因が考慮されておらず、また資本財価格と生産物価格が等しいというかなり強い仮定を設けている。そこで本稿では、これらの仮定を緩めて、より一般的な状況の下での政策効果を検討する。そして、価格要因、資金調達要因、そして資本の調整費用要因が政策効果に対してどのような影響を与えるのかを理論的に明らかにする。

論文の構成は以下の通りである。まず、第2節ではモデルの拡張を行い、静学的期待形成という枠組みの中で、資本の調整費用を考慮した場合の Tobin's Average q の導出を行う。第3節では、企業価値および投資率に対する政策効果の分析を行う。その中で、価格要因、資金調達要因、調整費用要因の3つがどのような経路で政策効果に影響を及ぼすかについて検討する。

そして、最後にこれらの理論分析の結果をまとめて本稿を締めくくる。

2. モデルの導出

本稿では、片山（2006）のモデルに資金調達の可能性と生産能力に対する稼働率という概念を新たに導入するという形で Tobin's Average q を導出し直し、企業価値および投資率に対する政策効果の数学的議論を再検討する²⁾。以下で展開されるモデルは、静学的期待形成に基づく投資モデルである³⁾。マクロ経済における3つの市場、すなわち財市場、金融市場、労働市場は全て完全競争市場であると仮定する。

企業の生産関数、

$$Y_{i,t} = \xi_{i,t} F(K_{i,t}, N_{i,t}) \quad (1)$$

を考える。Yは産出量、Kは資本ストック、Nは労働投入量、 ξ は生産能力に対する稼働率パラメータ、 i は i 番目の企業、 t は時間を表す。新古典派理論では、人口または労働の成長率は外生的であると仮定される。しかし、これは労働参加率の決定も外生的であることを必ずしも意味しない。ただし、完全雇用状態を暗黙的に考察の対象とする場合、産出と雇用の循環性を考慮する必要はない。また、マクロの生産関数を考える場合、通例 $\xi = 1$ と仮定して、生産関数を最大可能産出量関数もしくは最大生産能力関数と定式化することが多い。また、数学的には ξ を時間の関数と定義することも可能であるが、経済学的にはこれを期待産出量の関数と考えることもできる⁴⁾。ただし、この場合は産出と稼働率の循環性を考慮する必要があるため、内生性の問題を明示的に扱わなければならない。

さて、生産関数は2つの生産要素KとNについて一次同次性を満たすと仮定する。(1)式の両辺をKで割り、生産関数を資本の効率性関数として書き換えると、

$$y_{i,t} = \xi_{i,t} f(n_{i,t}) \quad (2)$$

となる。ここで、左辺 $y_{i,t} \left(= \frac{Y_{i,t}}{K_{i,t}} \right)$ は資本生産性、右辺 $n_{i,t} \left(= \frac{N_{i,t}}{K_{i,t}} \right)$ は労働装備率の逆数、すなわち 1 単位の資本を何単位の労働で稼働させているかをそれぞれ示している。なお、関数 $f(n)$ は稲田の条件を満たすと仮定する⁵⁾。

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, & f(\infty) &= \infty, & f'(n) &> 0, & f''(n) &< 0, \\ \lim_{n \rightarrow 0} f'(n) &= \infty, & \lim_{n \rightarrow \infty} f'(n) &= 0, \end{aligned}$$

t 期の税引き後利潤 ($\pi_{i,t}$) は、在庫の存在を無視すると売上げから生産要素への支払い、および負債に対する利子支払額を差し引いた残額として定義される。すなわち、

$$\pi_{i,t} = (1 - \tau_t) \{ p_t \xi_{i,t} F(K_{i,t}, N_{i,t}) - w_t N_{i,t} - r_t B_{i,t} \} \quad (3)$$

である。ここで、 τ は法人税率、 p は生産物価格、 w は単位あたり賃金率、 r は有利子負債利率、 B は負債である。なお、 B については借入に限定しない⁶⁾。本稿では、金融・資本市場が完全競争市場であると仮定しているから、 r はこの場合それぞれの外部資金市場において成立するリスク・フリーの有利子負債利率の加重平均と解釈することができる⁷⁾。

t 期のキャッシュ・フロー ($C_{i,t}$) を

$$C_{i,t} = \pi_{i,t} + (1 - \pi_{t+1}^e) B_{i,t} + V_{i,t}^N - (1 - \vartheta_t) p_t^I I_{i,t} \quad (4)$$

と定義する。ここで π_{t+1}^e は t 期に形成される t+1 期の期待物価変化率、 V^N は新規株式発行額、 ϑ は投資税額控除率、 p^I は資本財価格、 I は設備投資額である⁸⁾。

投資の調整費用の考え方については幾つかの方法があるが、中村（2003）、

片山（2006）では資本ストックの増加分と投資率との間に次のような想定を置いている⁹⁾。

$$\frac{I_{i,t}}{K_{i,t}} = \varphi(\varepsilon_{i,t}) \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi'(\varepsilon) > 0, \quad \varphi''(\varepsilon) > 0 \quad (5)$$

ここで、 ε は実物資本ストックの成長率を表しており、 $\varepsilon = \frac{\dot{K}}{K}$ である。つまり、(5) 式はいわば必要投資率について解く式と解釈することができる。(5) 式は、以下で展開されるモデルの導出に際して数学上の簡単化という理由の他に次のような意味を持つ。すなわち、実物ストックの成長率 $\varepsilon \left(= \frac{\dot{K}}{K} \right)$ を達成するためには、 \dot{K} 以上の I 、つまり $\dot{K} < I$ でなければならないという状況を想定しているわけである。簡単化して考えれば、(5) 式の関数形を比例関数、すなわち $\frac{I}{K} = a \frac{\dot{K}}{K}$ と定式化した場合、 $a > 1$ であることを意味している。横軸に資本蓄積率 (ε)、縦軸に資本の調整費用もしくは必要投資率をとって 2 次元の座標軸でペンローズ曲線を表したとき、同曲線は一般に右上がりの逓増する曲線のグラフとして描かれる。これは、資本ストックの蓄積率、すなわち資本設備の生産能力増強スピードを企業が早めれば早めるほど、それに必要な投資量がさらに逓増的に増加してくるという局面を反映している。これは、資本を調整するためのコストが逓増的に増加するという意味でもある。換言すれば、単位当たりの投資がそれだけ資本ストックとして、すなわち生産能力の増強として結実しなくなるという状況である。ペンローズ曲線に見られるこうした逓増する関数の曲率は、したがって投資効率の悪化（低下）の度合いを表しているとも見ることもできる。つまり、ペンローズ曲線は投資の非効率性を表す投資の負の効率性曲線を概念的に示した曲線ということになる。

ただし、こうした効率性関数を実際に観察することは不可能であるから、その形状を具体的に特定化することもまた極めて困難である。実証研究においては、純粋に数学上の理由という点と、調整費用が資本蓄積率に関して逓増する関数であるという性質の 2 点から 2 次関数を仮定する場合が多い¹⁰⁾。

しかし、以下の議論では調整費用関数が資本蓄積率に関して逓増するという性質を有しているという点のみ考慮すれば十分であるから、一般的な表記のまま議論を進めていくことにする。

(4) 式は、(3) 式および (5) 式より、

$$C_{i,t} = (1 - \tau_t) \{ p_t \xi_{i,t} F(K_{i,t}, N_{i,t}) - w_t N_{i,t} - r_t B_{i,t} \} + (1 - \pi_{t+1}^e) B_{i,t} + V_{i,t}^N - (1 - g_t) p_t^I \varphi(\varepsilon_{i,t}) K_{i,t} \quad (6)$$

と表される。

企業の当面する問題をネット・キャッシュ・フローの割引現在価値の最大化問題として定式化する。 ρ を割引率とすると、ゼロ時点で評価した当該企業の市場価値（以下、企業価値を V と表記する）は、

$$V_{i,0} = \int_{t=0}^{\infty} C_{i,t} \left\{ \exp \int_{s=0}^t -\rho_{i,s} ds \right\} dt \quad (7)$$

と表される¹¹⁾。

(6) 式を資本効率性で表記し直せば、

$$C_{i,t} = \{ (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f(n_{i,t}) - w_t n_{i,t} - r_t b_{i,t}] + (1 - \pi_{t+1}^e) b_{i,t} + v_{i,t}^N - (1 - g_t) p_t^I \varphi(\varepsilon_{i,t}) \} K_{i,t} \quad (8)$$

となるから、企業価値最大化のための最適条件は、

$$\frac{\partial C_{i,t}}{\partial n_{i,t}} = (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f'(n_{i,t}) - w_t] = 0$$

である。したがって、資本の効率性で表わした労働の限界生産性は、

$$f'(n_{i,t}) = \frac{1}{\xi_{i,t}} \left(\frac{w_t}{p_t} \right) \quad (9)$$

となり、生産能力の稼働率で調整された単位当たり実質賃金率に等しいという条件として示すことができる。

同様に、利潤関数（3）式も資本の効率性という観点から捉えることができる。

$$\pi_{i,t} = (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f(n_{i,t}) - w_t n_{i,t} - r_t b_{i,t}] K_{i,t} \quad (3)'$$

（3）' 式から、利潤単位で見た資本の限界生産性は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{i,t}}{\partial K_{i,t}} &= (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f(n_{i,t}) - w_t n_{i,t} - r_t b_{i,t}] + (1 - \tau_t) \left[p_t \xi_{i,t} f'(n_{i,t}) \frac{\partial n_{i,t}}{\partial K_{i,t}} \right. \\ &\quad \left. - w_t \frac{\partial n_{i,t}}{\partial K_{i,t}} - r_t \frac{\partial b_{i,t}}{\partial K_{i,t}} \right] K_{i,t} \\ &= (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f(n_{i,t}) - w_t n_{i,t} - r_t b_{i,t}] + (1 - \tau_t) \left[p_t \xi_{i,t} f'(n_{i,t}) \left(-\frac{N_{i,t}}{K_{i,t}^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - w_t \left(-\frac{N_{i,t}}{K_{i,t}^2} \right) - r_t \left(-\frac{B_{i,t}}{K_{i,t}^2} \right) \right] K_{i,t} \\ &= (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f(n_{i,t}) - w_t n_{i,t} - r_t b_{i,t}] - (1 - \tau_t) [p_t \xi_{i,t} f'(n_{i,t}) n_{i,t} \\ &\quad - w_t n_{i,t} - r_t b_{i,t}] \\ &= (1 - \tau_t) p_t \xi_{i,t} [f(n_{i,t}) - n_{i,t} f'(n_{i,t})] \end{aligned} \quad (10)$$

と表すことができる。

ところで、生産関数（1）式について、

$$Y_{i,t} = \xi_{i,t} f(n_{i,t}) K_{i,t}$$

と考えれば,

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_{i,t}}{\partial K_{i,t}} &= \xi_{i,t} f(n_{i,t}) + \left[\xi_{i,t} f'(n_{i,t}) \frac{\partial n_{i,t}}{\partial K_{i,t}} \right] K_{i,t} \\ &= \xi_{i,t} f(n_{i,t}) + \xi_{i,t} \left[f'(n_{i,t}) \left(-\frac{N_{i,t}}{K_{i,t}^2} \right) \right] K_{i,t} \\ &= \xi_{i,t} f(n_{i,t}) - \xi_{i,t} f'(n_{i,t}) n_{i,t} \\ &= \xi_{i,t} [f(n_{i,t}) - n_{i,t} f'(n_{i,t})] \end{aligned} \quad (11)$$

であるから, $\xi_{i,t} = \xi = 1$ とすれば, 限界資本生産性は利潤率 (R) に等しいという完全競争市場の一般的な条件式,

$$R_t = f(n_{i,t}) - n_{i,t} f'(n_{i,t}) \quad (12)$$

として示すことができる。しかし, 企業が最大生産能力水準で生産活動を行っていない場合, すなわち, $\xi < 1$ のような状況にある時には,

$$\frac{1}{\xi_{i,t}} R_t = [f(n_{i,t}) - n_{i,t} f'(n_{i,t})]$$

となってしまう, (12) 式のような限界資本生産性と利潤率の一致条件は得られなくなってしまう。

(12) 式が成立すると仮定した場合は, (10) 式は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{i,t}}{\partial K_{i,t}} &= (1 - \tau_t) p_t \xi_{i,t} [f(n_{i,t}) - n_{i,t} f'(n_{i,t})] \\ &= (1 - \tau_t) p_t R_t \end{aligned} \quad (13)$$

静学的期待形成と政策効果の経済分析（永富）

となり，また利潤関数が一次同次性を満たすならば，

$$\pi_{i,t} = (1 - \tau_t) p_t R_t K_{i,t}$$

が得られる。

企業の期待形成過程において静学的期待形成が行われているとすると，価格変数は， $p_t = p$ ， $w_t = w$ ， $p_t^I = p^I$ と表され，それぞれ時間を通じて一定と企業は考えていることになる。したがって，(9)式において労働資本比率は一定， $n_{i,t} = n_i$ となる。同様に，(12)式から利潤率も一定， $R_t = R$ となる。また，価格変数が一定であることから，(4)式における期待物価変化率は， $\pi_{t+1}^e = \pi^e = 0$ である。これは，投資の最適時間経路上において資本蓄積率が一定となるため必要投資率も一定，その結果企業の資金調達構造も影響を受けないということを意味する。つまり，完全競争市場において静学的期待形成を前提とするという考え方は，(13)式について，

$$\pi_{i,t} = (1 - \tau_t) p R K_{i,t} \quad (14)$$

が成立することを意味している。

資本蓄積率（ ε ）が一定， $\varepsilon_{i,t} = \varepsilon$ であれば，資本ストックの初期値 $K_{i,0}$ が与えられたとき， t 期の資本ストック $K_{i,t}$ は，

$$K_{i,t} = K_{i,0} e^{\varepsilon t} \quad (15)$$

と表せる。したがって，(7)式は，

$$V_{i,0} = \int_{t=0}^{\infty} \left\{ [(1 - \tau) p R + b_i + v_i^N - (1 - \vartheta) p^I \varphi(\varepsilon)] K_{i,0} e^{\varepsilon t} \right\} e^{-\rho t} dt$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{t=0}^{\infty} \left[(1-\tau) p R + b_i + v_i^N - (1-\vartheta) p^I \varphi(\varepsilon) \right] K_{i,0} e^{-(\rho-\varepsilon)t} dt \\
 &= \left\{ - \frac{\left[(1-\tau) p R + b_i + v_i^N - (1-\vartheta) p^I \varphi(\varepsilon) \right] K_{i,0}}{(\rho-\varepsilon) \ln e} \right\} e^{-(\rho-\varepsilon)t} \Bigg|_0^{\infty} \\
 &= \frac{(1-\tau) p R + b_i + v_i^N - (1-\vartheta) p^I \varphi(\varepsilon)}{\rho-\varepsilon} K_{i,0}
 \end{aligned} \tag{16}$$

となる¹²⁾。

ただし、(16) 式の導出過程において積分値の収束条件、

$$\rho \succ \varepsilon$$

および、ネット・キャッシュ・フローの非負条件、

$$(1-\tau) p R + b + v^N \succ (1-\vartheta) p^I \varphi(\varepsilon)$$

を仮定している。

以上から、静学的期待形成が成立するときにおける資金調達要因と資本の調整費用を考慮した Tobin's Average q 、

$$\frac{V_{i,0}}{K_{i,0}} = \frac{(1-\tau) p R + b_i + v_i^N - (1-\vartheta) p^I \varphi(\varepsilon)}{\rho-\varepsilon} \tag{17}$$

を導出することができる¹³⁾。

3. 政策効果

本節では、前節で導出した投資機会変数 (17) 式に基づいて企業価値および投資率に対する政策効果を検討する¹⁴⁾。片山 (2006) では、投資率に対す

る政策効果の検討のみ行っている。本稿では、投資率に加え、企業価値に対する政策効果についても検討する¹⁵⁾。

まず、企業価値に対する効果から見ていく。(17) 式を、利潤率 (R)、割引率 (ρ)、法人税率 (τ)、そして投資税額控除率 (g) でそれぞれ偏微分すると、

$$\frac{\partial \left(\frac{V}{K} \right)}{\partial R} = \frac{(1-\tau)p}{\rho-\varepsilon} > 0 \quad (18) - 1$$

$$\frac{\partial \left(\frac{V}{K} \right)}{\partial \rho} = - \frac{[(1-\tau)pR + b + v^N - (1-g)p^I \varphi(\varepsilon)]}{(\rho-\varepsilon)^2} < 0 \quad (18) - 2$$

$$\frac{\partial \left(\frac{V}{K} \right)}{\partial \tau} = - \frac{pR}{\rho-\varepsilon} < 0 \quad (18) - 3$$

$$\frac{\partial \left(\frac{V}{K} \right)}{\partial g} = \frac{p^I \varphi(\varepsilon)}{\rho-\varepsilon} > 0 \quad (18) - 4$$

が得られる。

以上から、企業価値は利潤率と投資税額控除率の増加関数、割引率と法人税率の減少関数であることがわかる。ただし、政策効果を詳細に検討してみると、価格変数の動向と生産面における技術的条件が政策変更の波及効果に対してそれぞれ異なった影響を与えることがわかる。法人税率を変更させた場合においては生産物の価格水準が影響を与えるのに対し、投資税額控除率を変化させた場合は資本財の価格水準が影響を与える。ともにデフレ経済状況の下では、企業価値に対する政策効果がその分減殺されるであろうことが示唆される¹⁶⁾。また、技術的条件を表す投資の調整費用に関する企業構造は、

投資税額控除率の政策的変更という経路において企業価値に影響を与えることがわかる。単位当たりの投資がそれだけ資本ストックとして結実しにくい技術的構造を持つ企業ほど必要投資率が大きくなるため、投資税額控除率変更の企業価値への貢献度はそれだけ大きくなると考えられる。

次に、利潤率と割引率の変動が及ぼす企業価値への影響について検討する。まず、利潤率については法人税率の水準が企業価値に影響を与える1要素となっている。つまり、法人税率の引き下げは1円あたりの税引き後利潤の増加を意味するから、それが企業価値の増加に貢献するのである。ただし、生産物価格が低下傾向にある経済状況の下ではそうした効果はその分減殺される。一方、割引率の変動が与える企業価値への効果については、外部資金等を含めた企業の資金調達と資金運用のバランスが大きな影響を与える要因であることがわかる。法人税率の引き下げはキャッシュ・フローの増加要因、一方で投資税額控除率の引き下げはキャッシュ・フローの減少要因である。

キャッシュ・フローの非負性を仮定すると、経済主体が将来時点における価値より現在時点の価値の方をより重視するという経済状況にあると、割引率の変化は経時的に大きくなる傾向がある。つまり、割引率が上昇してしまうと企業価値がそれだけ大きく減殺されてしまうのである。また、顕著な特徴として広く見られる企業の借入離れや新株発行による資金調達の縮小といった現象も政策効果を減殺する一因になっていると考えられる。

次に、投資率に対する政策効果について考える。片山（2006）では、資金調達要因を一切考慮せず、また資本財価格と生産物価格が等しいというかなり強い仮定を設けた上で政策効果の分析を行っている。本稿では、こうした仮定を緩めて、より一般的な状況の下での政策効果について検討する。

(17) 式を ε で微分し、 $\frac{V}{K}$ に関する最大化条件を求める。

$$\frac{\partial \left(\frac{V}{K} \right)}{\partial \varepsilon} = \frac{[-(1-g)p' \varphi'(\varepsilon)](\rho - \varepsilon) - (-1)[(1-\tau)pR + b + v^N - (1-g)p' \varphi(\varepsilon)]}{(\rho - \varepsilon)^2} = 0 \quad (19)$$

(19) 式を資本蓄積率による限界調整コストについて整理すると、

$$\varphi'(\varepsilon) = \frac{(1-\tau)pR + b + v^N - (1-g)p^I \varphi(\varepsilon)}{p^I (1-g)(\rho - \varepsilon)} \quad (20)$$

となる。

ここで、利潤率（ R ）、割引率（ ρ ）、法人税率（ τ ）、そして投資税額控除率（ g ）がそれぞれ1単位変化した場合に必要な投資率が限界的にどの程度変化するかを考える。調整費用関数（5）式より、

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial R} = \varphi'(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial R} \quad (21) -1$$

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial \rho} = \varphi'(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \quad (21) -2$$

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial \tau} = \varphi'(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \quad (21) -3$$

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial g} = \varphi'(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial g} \quad (21) -4$$

が得られる。

以下では、投資率に対する波及効果について個別に見ていくことにする。

① R の変動の影響について

(20) 式より,

$$\varphi''(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial R} = \frac{(1-\tau)p}{p' (1-\vartheta)(\rho-\varepsilon)} \quad (22)$$

であるから, (21) -1 を考慮すれば,

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial R} = \frac{\varphi'(\varepsilon)(1-\tau)p}{\varphi''(\varepsilon)p' (1-\vartheta)(\rho-\varepsilon)} \succ 0 \quad (23)$$

が得られる。つまり, 利潤率の変化による投資率への影響は正と考えられる。

② ρ の変動の影響について

(20) 式より,

$$\varphi''(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} = - \frac{[(1-\tau)pR + b + v^N - (1-\vartheta)p' \varphi(\varepsilon)] p' (1-\vartheta)}{[p' (1-\vartheta)(\rho-\varepsilon)]^2} \quad (24)$$

であるから, (20) 式および, (21) -2 を考慮すれば,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial \rho} &= - \frac{\varphi'[(1-\tau)pR + b + v^N - (1-\vartheta)p' \varphi(\varepsilon)] p' (1-\vartheta)}{\varphi''(\varepsilon)[p' (1-\vartheta)(\rho-\varepsilon)]^2} \\ &= - \frac{\varphi'(\varepsilon) \varphi'(\varepsilon) p' (1-\vartheta)}{\varphi''(\varepsilon) p' (1-\vartheta)(\rho-\varepsilon)} \\ &= - \frac{\varphi'(\varepsilon)^2}{\varphi''(\varepsilon)(\rho-\varepsilon)} \prec 0 \end{aligned} \quad (25)$$

静学的期待形成と政策効果の経済分析（永富）

が得られる。つまり，割引率の変化による投資率への影響は負と考えられる。

③ τ の政策的変更の影響について

(20) 式より，

$$\varphi''(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = - \frac{p R}{p' (1 - g)(\rho - \varepsilon)} \quad (26)$$

であるから，(21) -3 を考慮すれば，

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial \tau} = - \frac{\varphi'(\varepsilon) p R}{\varphi''(\varepsilon) p' (1 - g)(\rho - \varepsilon)} < 0 \quad (27)$$

が得られる。つまり，法人税率の政策的変更による投資率への影響は負と考えられる。

④ g の政策的変更の影響について

(20) 式より，

$$\varphi''(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial g} = \frac{\left\{ \left[p' \varphi(\varepsilon) \right] \left[p' (1 - g)(\rho - \varepsilon) \right] - (-1) \left[p' (\rho - \varepsilon) \right] \right\}}{\left[(1 - \tau) p R + b + v^N - (1 - g) p' \varphi(\varepsilon) \right]} \frac{1}{\left[p' (1 - g)(\rho - \varepsilon) \right]^2} \quad (28)$$

であるから、(21) - 4 を考慮すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial g} &= \frac{\varphi'(\varepsilon) \left\{ \frac{[p' \varphi(\varepsilon)][p' (1-g)(\rho-\varepsilon)] + [p' (\rho-\varepsilon)]}{[(1-\tau)pR+b+v^N - (1-g)p' \varphi(\varepsilon)]} \right\}}{\varphi''(\varepsilon)[p' (1-g)(\rho-\varepsilon)]^2} \\ &= \frac{\varphi'(\varepsilon) \{ [p' \varphi(\varepsilon)](1-g) + [(1-\tau)pR+b+v^N - (1-g)p' \varphi(\varepsilon)] \}}{\varphi''(\varepsilon)p' (\rho-\varepsilon)(1-g)^2} \end{aligned} \quad (29)$$

となる。

(20) 式を書き換えると、

$$(1-\tau)pR = [p' (1-g)(\rho-\varepsilon)]\varphi'(\varepsilon) - b - v^N + (1-g)p' \varphi(\varepsilon) \quad (20)'$$

となるから、(20)' 式を (29) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{I}{K} \right)}{\partial g} &= \frac{\varphi'(\varepsilon) \left\{ \frac{[p' \varphi(\varepsilon)](1-g) + [p' (1-g)(\rho-\varepsilon)]\varphi'(\varepsilon) - b - v^N}{+ (1-g)p' \varphi(\varepsilon) + b + v^N - (1-g)p' \varphi(\varepsilon)} \right\}}{\varphi''(\varepsilon)p' (\rho-\varepsilon)(1-g)^2} \\ &= \frac{\varphi'(\varepsilon)[\varphi'(\varepsilon)(\rho-\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)]}{\varphi''(\varepsilon)(\rho-\varepsilon)(1-g)} > 0 \end{aligned} \quad (30)$$

が得られる。つまり、投資税額控除率の政策的変更による投資率への影響は正と考えられる。

以上から、投資率は利潤率と投資税額控除率の増加関数、割引率と法人税率の減少関数であることがわかる¹⁷⁾。投資率に対する政策効果は、先に見た企業価値そのものに対する効果よりその波及経路は複雑である。法人税率を変更させた場合においては生産物価格と資本財価格が相対比という形で影響

を与えるのに対し、投資税額控除率を変化させた場合は価格変数の影響を一切考慮する必要はないという結果が得られた。これは、資本財価格の方が生産物価格より大きく下落する状況、あるいは逆に資本財価格よりも生産物価格の方がより大きく上昇するという状況においては、法人税率の政策的変更による投資への影響がより大きくなるということを示唆している¹⁸⁾。

技術的条件を表す企業の調整費用構造については、税制改正の波及効果を考える上で考慮しなければならない要因であることがわかる。しかもそれは、調整費用構造に関してその変化（1階の微分）という側面だけではなく、コスト関数の曲率（2階の微分）といった、より立ち入った企業や産業に特有の技術的条件についても考慮しなければならないということである。資金調達要因については、税率改正の設備投資への影響という議論において無視することができるという結果が得られた。

最後に、利潤率と割引率の変動が及ぼす投資率への影響について検討する。資金調達要因については、どちらの議論においても考慮する必要がないことがわかる。価格変数については、利潤率の変動の投資への影響を考える場合においてのみ生産物価格と資本財価格の相対比という形で考慮する必要があるが、割引率変動の影響に関する議論においてはそれらを一切考慮する必要はない。また、法人税率や投資税額控除率といった法人税制についても同様に、利潤率の変動による投資への影響を考える場合においてのみ考慮する必要があるという結果が得られた。

4. おわりに

本稿では、片山（2006）のモデルに資金調達の可能性と生産能力に対する稼働率という概念を新たに導入するという形で Tobin's Average q を導出し直し、企業価値および投資率に対する政策効果の数学的議論を再検討した。その結果、企業価値および投資率ともに、利潤率と投資税額控除率の増加関数、割引率と法人税率の減少関数であることが示された。また、生産物価格

や資本財価格といった価格要因、負債や新株発行などの資金調達要因、さらには生産の技術的条件を表す企業の調整費用要因は政策効果を考える上で重要な要因であると一律に結論付けることはできないということがわかった。さらに、投資率に対する政策効果を考える場合には調整コスト関数の曲率（2階の微分）といった、企業や産業に特有のより立ち入った技術的条件をも考慮する必要があるという点も示された。これらは、一律のマクロ政策ではなく、企業や産業の個別的な構造を考慮した制度および政策の設計が弾力的になされる必要があることを示唆する結果であると思われる。

最後に、今後の研究の方向性について若干触れておきたい。以上の理論モデルの分析および政策上のインプリケーションについては、本稿のモデルが静学的期待形成に基づいて導出されているという点に留意する必要がある。これは、モデルの導出の際の数学上の理由によるものであるが、いかなる期待形成を前提とするかで投資に対する政策効果の議論は大きく異なると考えられる。他の動学的最適化の手法を用いた投資機会変数の導出あるいは投資モデルの導出に関する議論においても同様に、数学上の理由から政策変数や価格変数は一定と仮定される場合が多い。これは、長期の経済分析、および長期における政策効果のシミュレーション分析を行う場合においてかなり強い仮定である。今後は、こうしたモデルの導出に関する数学上の問題についてさらに検討を加えるとともに、本稿では考察の対象としてこなかった市場の不完全性、不確実性、および生産関数と資本の稼働率の関係等についてさらに研究を進めていきたいと考えている¹⁹⁾。

5. 記号一覧

- B 負債
- b 負債・資本比率
- C キャッシュ・フロー
- F(・) 生産関数

I	設備投資額
i	i 番目の企業
K	資本ストック
N	労働投入量
n	労働・資本比率
p	生産物価格
p^I	資本財価格
R	利潤率
r	有利子負債利率
t	時点 t
V	企業価値
V^N	新規株式発行
v^N	新株発行額・資本比率
w	単位当たり賃金率
Y	産出量
y	資本生産性
ε	資本蓄積率
ϑ	投資税額控除率
ξ	稼働率
π	税引き後利潤
π^e	期待物価変化率
ρ	割引率
τ	法人税率
$\varphi(\cdot)$	調整費用関数

注

- 1) 費用面から捉える投資機会変数（資本コスト）に関する議論については, Ando and Auerbach (1988), Auerbach (1979), Auerbach (1983), Auerbach (1984),

田近・油井（2000）、永富（2007）等を参照せよ。

- 2) 本稿のモデルの導出に関する詳細は、片山（2006）を参照せよ。
- 3) 動学的最適化の手法を用いた投資モデルに関する議論については、Abel（1982）、Barnett and Sakellaris（1998）、Hennessy, Levy and Whited（2007）、本間・跡田・林・秦（1984）等を参照せよ。
- 4) 生産関数と稼働率の理論的關係については、Okishio（1984）、置塩（1985）、足立（2000）等を参照せよ。
- 5) Inada（1963）を参照せよ。
- 6) 財政金融統計月報（財務省）の2008年度（全産業）の統計によると、固定負債（442兆6千億円）に占める長期借入金（294兆5千億円）の割合は66.5%であり、近年は増加傾向にある。一方、社債（33兆7千億円）の割合は12.2%であり、大きな変動はここ数年見られない。流動負債（484兆円）に占める短期借入金（173兆5千億円）の割合は35.8%であり、長期借入金と同様に近年は増加傾向にある。資金需給状況（フロー）については、ここ数年返済で推移していた外部資金調達（2008年度にはプラス（12兆6千億円）に転じている。これは、増資の減少（-4兆円）を上回る長期借入金の増加（8兆9千億円）によるものである。なお、内部調達は24兆9千億円であるが、うち内部留保（18兆8千億円）が大きく減少している。
- 7) 金融・資本市場の不完全性に関する議論については、Bernanke, Gertler and Gilchrist（1996）、Caggese（2007）、Clementi and Hopenhayn（2006）、Cleary（1999）、Fazzari, Hubbard and Petersen（1988, 1998, 2000）、Gan（2007）、Gilchrist and Himmelberg（1995, 1998）、Hubbard（1998）、Hubbard, Kashyap and Whited（1995）、Kaplan and Zingales（1997, 2000）、Ndikumana（1999）、Whited（1992）等を参照せよ。
- 8) 本稿では、簡単化のため、減価償却を捨象して議論している。したがって、ここでの設備投資額のIは純投資である。
- 9) 調整費用に関する最近の議論については、Barnett and Sakellaris（1999）、Hall（2004）、Hamermesh and Pfann（1996）等を参照せよ。なお、調整費用に関する考え方には大きく分けて2つある。1つは、資本設備を設置する際に生産要素の一部を使用するという点に着目した考え方である。この考え方はさらに、労働等の可変生産要素の投入も資本設置の際に必要と考えるケースと考慮しないケースの2つに分けられる。こうした調整費用の考え方に依拠した研究例として、Lucas（1967）、Gould（1968）などがある。もう1つは、投資の資本化過程にお

いて時間の経過を考慮するという考え方である。投資の資本化にはある程度の時間の伸縮性が存在し、その時間を短縮しようとするほどより多くの投資財の投入が必要となり、それだけ割増コストがかかるというものである。この考え方は、数学的には資本蓄積方程式の中でモデル化される場合が多い。こうした考え方に依拠した研究例として、Uzawa (1969), Hayashi (1982) などがある。

- 10) 実証研究における2次の調整費用関数を用いた研究例として、Galeotti and Schiantarelli (1991), Halvorsen (1991), Whited (1992) などがある。
- 11) 企業価値を配当割引モデルとして定式化した場合、配当とキャピタル・ゲインに対する課税を導入すると割引率 ρ はこれらの税制の影響を受ける。こうした議論の詳細については、Summers (1981), Poterba and Summers (1983), 永富 (2010a) 等を参照せよ。
- 12) 数学上の理由から、割引率は一定、 $\rho_{i,t} = \rho$ 、また財政政策変数も一定、 $\tau_t = \tau$ 、 $g_t = g$ 、と仮定している。
- 13) Tobin's qについては、Tobin (1969) の他に、Hayashi (1982), Yoshikawa (1980), Scanlon (1990), Lang and Stulz (1994) 等を参照せよ。また、Tobin's qの代替的な推計方法を論じた文献としては、Lewellen and Badrinath (1997) が、さらにTobin's qと投資の測定誤差に関して議論した文献としては、Erickson and Whited (2000) などがある。
- 14) 設備投資に対する税制の波及経路および税制改正の効果に関する議論については、Auerbach and Hassett (1992), Chirinko (2002), Clark (1993), Cummins, Hassett and Hubbard (1994), Cummins (1996), Edwards and Keen (1985), Goolsbee (1998), Hall and Jorgenson (1967), House and Shapiro (2008) 等を参照せよ。
- 15) 厳密には、変数の下添え字として企業の識別記号をつけるべきであるが、以下の議論において本質的ではないので省略する。
- 16) 日銀統計で前年同月比で見た生産物価格と資本財投入価格の変化率を調べてみると、ともに2008年12月以降およそ13カ月にわたってマイナスが継続している。最も価格の下落率が大きかったのはともに2009年8月で、資本財価格は-19.7%、生産財価格は-11.3%であった。全般的に下落率は資本財投入価格の方が大きく、両者の間には1.7倍前後の開きがある。価格下落傾向はここにきて落ち着きを見せている。2010年1月時点で、資本財価格は+1.4%とプラスに転じたが、生産財価格は-0.5%と依然としてマイナスを示している。
- 17) 赤井 (2003) では、法人税率変更の設備投資への影響に関する実証研究のレビュー

が行われている。それによると、1%の法人税率引き下げによる投資増加の効果は研究によって大きく異なっており、それは0.1%から1%程度とかなり広い範囲にわたっていると報告している。こうした政策効果に大きなばらつきが見られる原因の1つにモデルの定式化の相違がある。モデルの一般化の方向性に関する議論については、永富（2010a）を参照せよ。

- 18) 価格動向に関する近年の状況については、注16)を参照せよ。
- 19) 設備投資における不確実性の問題に関する最近の議論については、Grenadier and Wang（2007）等を参照せよ。

References

- Abel,A.B., “Dynamic Effects of Permanent and Temporary Tax Policies in a q Model of Investment,” *Journal of Monetary Economics*, Vol.9, pp.353-373, 1982.
- Ando,A. and A.J.Auerbach, “The Cost of Capital in the United States and Japan: A Comparison,” *Journal of the Japanese International Economies*, Vol.2, pp.135-158, 1988.
- Auerbach,A.J., “Wealth Maximization and the Cost of Capital,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol.93, pp.433-466, 1979.
- Auerbach,A.J., “Taxation, Corporate Financial Policy and the Cost of Capital,” *Journal of Economic Literature*, Vol.21, pp.905-940, 1983.
- Auerbach,A.J., “Taxes, Firm Financial Policy and the Cost of Capital: An Empirical Analysis,” *Journal of Public Economics*, Vol.23, pp.27-57, 1984.
- Auerbach,A.J. and K.Hassett, “Tax Policy and Business Fixed Investment in the United States,” *Journal of Public Economics*, Vol.47, pp.141-170, 1992.
- Bernanke,B., M.Gertler and S.Gilchrist, “The Financial Accelerator and the Flight to Quality,” *Review of Economics and Statistics*, Vol.78, pp.1-15, 1996.
- Barnett, S. A. and P. Sakellaris, “Nonlinear Response of Firm Investment to Q: Testing a Model of Convex and Non-convex Adjustment Costs,” *Journal of Monetary Economics*, Vol.42, pp.261-288, 1998.
- Barnett,S.A. and P.Sakellaris, “A New Look at Firm Market Value, Investment, and Adjustment Costs,” *Review of Economics and Statistics*, Vol.81, No.2, pp.250-260, 1999.
- Caggese,A., “Testing Financing Constraints on Firm Investment Using Variable Capital,”

- Journal of Financial Economics*, Vol.86, pp.683-723, 2007.
- Chirinko, R.S., "Corporate Taxation, Capital Formation, and the Substitution Elasticity between Labor and Capital," *National Tax Journal*, Vol.60, No.2, 2002.
- Clark, P., "Tax Incentives and Equipment Investment," *Brookings Papers on Economic Activity*, No.1, pp.317-348, 1993.
- Cleary, S., "The Relationship between Firm Investment and Financial Status," *Journal of Finance*, Vol.54, No.2, pp.673-692, 1999.
- Clementi, G.L. and H.A. Hopenhayn, "A Theory of Financing Constraints and Firm Dynamics," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.133, pp.229-265, 2006.
- Cummins, J., "Tax Reforms and Investment: A Cross-country Comparison," *Journal of Public Economics*, Vol.62, pp.237-273, 1996.
- Cummins, J., K. Hassett and G. Hubbard, "A Reconsideration of Investment Behavior Using Tax Reforms as Natural Experiments," *Brookings Papers on Economic Activity*, No.2, pp.1-74, 1994.
- Edwards, J.S.S. and M.J. Keen, "Taxes, Investment and Q," *Review of Economic Studies*, Vol.52, pp.665-679, 1985.
- Erickson, T. and T.M. Whited, "Measurement Error and the Relationship between Investment and q," *Journal of Political Economy*, Vol.108, pp.1027-1057, 2000.
- Fazzari, F.M., R.G. Hubbard and B.C. Petersen, "Financing Constraints and Corporate Investment," *Brookings Papers on Economic Activity*, No.1, pp.141-195, 1988.
- Fazzari, F.M., R.G. Hubbard and B.C. Petersen, "Financing Constraints and Corporate Investment: Response to Kaplan and Zingales," *Brookings Papers on Economic Activity*, No.1, pp.481-495, 1998.
- Fazzari, F.M., R.G. Hubbard and B.C. Petersen, "Investment-Cash Flow Sensitivities are Useful: A Comment on Kaplan and Zingales," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.115, pp.695-705, 2000.
- Gan, J., "Collateral, Debt Capacity, and Corporate Investment: Evidence from a Natural Experiment," *Journal of Financial Economics*, Vol.85, pp.709-734, 2007.
- Galeotti, M. and F. Schiantarelli, "Generalized Q Models for Investment," *Review of Economic Studies*, Vol.73, pp.383-392, 1991.
- Gilchrist, S. and C.P. Himmelberg, "Evidence on the Role of Cash Flow for Investment,"

- Journal of Monetary Economics*, Vol.36, pp.541-572, 1995.
- Gilchrist, S. and C.P.Himmelberg, "Investment: Fundamentals and Finance," NBER Macroeconomics Annual, NBER, The MIT Press, 1998.
- Gould, J. P., "Adjustment Cost in the Theory of the Firm," *Review of Economic Studies*, Vol.35, pp.45-55, 1968.
- Goolsbee, A., "Investment Tax Incentives, Prices, and the Supply of Capital Goods," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.63, pp.121-148, 1998.
- Grenadier, S. and N.Wang, "Investment under Uncertainty and Time-inconsistent Preferences," *Journal of Financial Economics*, Vol.84, pp.2-39, 2007.
- Hall, R.E., "The Stock Market and Capital Accumulation," *American Economic Review*, Vol.91, pp.1185-1202, 2001.
- Hall, R.E., "Measuring Factor Adjustment Costs," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.119, pp.899-927, 2004.
- Hall, R.E. and D.W.Jorgenson, "Tax Policy and Investment Behavior," *American Economic Review*, Vol.59, pp.391-414, 1967.
- Halvorsen, R., "The Effects of Tax Policy on Investment in Agriculture," *Review of Economic Studies*, Vol.73, pp.393-400, 1991.
- Hamermesh, D.S. and D.A.Pfann, "Adjustment Costs in Factor Demand," *Journal of Economic Literature*, Vol.34, pp.1264-1292, 1996.
- Hayashi, F., "Tobin's Marginal q and Average q : Neoclassical Interpretation," *Econometrica*, Vol.50, pp.213-224, 1982.
- Hennessy, C.A., A.Levy and T.M.Whited, "Testing Q Theory with Financing Frictions," *Journal of Financial Economics*, Vol.83, pp.691-717, 2007.
- House, C.L. and M.Shapiro, "Temporary Investment Tax Incentives: Theory with Evidence from Bonus Depreciation," *American Economic Review*, Vol.98, pp.737-768, 2008.
- Hubbard, R.G., "Capital Market Imperfections and Investment," *Journal of Economic Literature*, Vol.36, No.1, pp.193-225, 1998.
- Hubbard, R.G. and A.Kashyap, "Internal Net Worth and the Investment Process: An Application to U.S. Agriculture," *Journal of Political Economy*, Vol.100, No.3, pp.506-534, 1992.
- Hubbard, R.G., A.Kashyap and T.Whited, "Internal Finance and Firm Investment," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.27, No.3, pp.683-701, 1995.

- Inada,K., "On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization," *Review of Economic Studies*, Vol.30, pp.119-127, 1963.
- Kaplan,S.N. and L.Zingales, "Do Investment-Cash Flow Sensitivities Provide Useful Measures of Financing Constraints ?" *Quarterly Journal of Economics*, Vol.148, pp.169-213, 1997.
- Kaplan,S.N. and L.Zingales, "Investment-Cash Flow Sensitivities are not Valid Measures of Financing Constraints," *Quarterly Journal of Economics*, Vol.115, pp.707-712, 2000.
- Lang,L. and R.Stulz, "Tobin's q, Corporate Diversification, and Firm Performance," *Journal of Political Economy*, No.102, pp.1248-1280, 1994.
- Lensink,R., H.Bo and E.Sterken, *Investment, Capital Market Imperfections, and Uncertainty* : Edward Elgar, 2001.
- Lewellen,W.G. and S.G.Badrinath, "On the Measurement of Tobin's q," *Journal of Financial Economics*, No.44, pp.77-122, 1997.
- Lucas.R.E.Jr., "Adjustment Costs and the Theory of Supply," *Journal of Political Economy*, No.75, pp.321-334, 1967.
- Nagatomi,T., "The Financial Accelerator in Macroeconomics : Evidence from Japanese Financial Corporate Groups," in S.Suwa ed., *Current Issues in Economic Policy*, Institute for Research in Contemporary Political and Economic Affairs, Waseda University, Tokyo, Japan, pp.133-155, 2000.
- Ndikumana,L., "Debt Service, Financing Constraints, and Fixed Investment: Evidence from Panel Data," *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol.21, No.3, pp.455-478,1999.
- Okishio,N., "The Decision of New Investment, Technique and Rate of Utilization," *Kobe University Economic Review*, Vol.30, pp.15-32,1984.
- Poterba,J.M. and L.H.Summers, "Dividend Taxes, Corporate Investment and q," *Journal of Public Economics*, Vol.22, pp.136-167,1983.
- Scanlter,H., "A Re-examination of the Q Theory of Investment Using U.S Firm Data," *Journal of Applied Economics*, Vol.5, pp.309-325,1990.
- Summers,L.W., "Taxation and Corporate Investment: A q-Theory Approach," *Brookings Papers on Economic Activity*, No.1, pp.67-127, 1981.
- Tobin,J., "A General Equilibrium Approach to Monetary Theory," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol.1, pp.15-29, 1969.

- Uzawa,H., "Time Preference and the Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic growth," *Journal of Political Economy*, Vol.77, pp.628-652, 1969.
- Whited,T., "Debt, Liquidity Constraints, and Corporate Investment," *Journal of Finance*, Vol.47, No.4, pp.1425-1459,1992.
- Yoshikawa,H., "On the "q" Theory of Investment," *American Economic Review*, Vol.70, pp.739-743, 1980.
- 赤井伸郎 「設備投資と法人税効果：展望—実証分析手法のサーベイ」全国銀行協会 報告書 2003 年。
- 足立英之 『不完全競争とマクロ動学理論』有斐閣 2000 年。
- 阿部文雄 『投資行動の理論』大学教育出版 2003 年。
- 置塩信雄 「新投資・技術・稼働率の決定：投資決定についてのケインズの‘逆説’」『神戸大学経済学研究』年報 32 pp.1-25 1985 年。
- 片山尚平 『投資、成長と経済政策』晃洋書房 2006 年。
- 田近栄治・油井雄二 『日本の企業課税』東洋経済新報社 2000 年。
- 中村 保 『設備投資行動の理論』東洋経済新報社 2003 年。
- 永富隆司 「税制改正と製造業諸企業の投資条件の変化」諏訪貞夫 編著 『日本経済の進歩と将来』所収成文堂 2007 年。
- 永富隆司 「税制改正と企業の投資機会」千田亮吉 他編著 『行動経済学の理論と実証』所収 頸草書房 2010 年 a。
- 永富隆司 「投資行動の非対称性と連動性」永富隆司 他著 『平成不況』所収 文真堂 2010 年 b。
- 本間正明・跡田直澄・林文夫・秦邦昭 『設備投資と企業税制』経済企画庁経済研究所 1984 年。