中国における除算法の起源(1)

鈴木久男

目次

一　幼稚な除法――累減
二　古代の除法――商除
三　省略除法――身外減（楊輝の減法四術）と求一除
四　楊輝の特殊除法
五　増成一法
六　九帰法の出現――古句と新句
七　宋代除法のまとめ

・　幼稚な除法――累減

「中国における乗算法の起源」①で述べたように、除法もまた一般的な除法である商除法以前に、幼稚な除法――累減があった。

十七世紀末ごろの韓国で刊行された崔錫鼎（サイヨウテイ）の「九数略」甲巻の「乗除源流」に、

除法生於而一　布法実如除式先減実如法一次下一算於上格又減実如法一次再下一算如是者若干次以除尽為度実数減尽上格得所求之数。

題数翻用歩乗第二問

置両為実一十六為法　先減法一次輙下一算於上格余実四千七百八十四又減法一次下一算余実四千七百六十八到三百

次則実数減尽上格得三百斤　右而一亦名累減。とある。これは、

累減の１

商				𝍠
実	𝍬	𝍦	𝍰	𝍣
法			𝍩	𝍥

下の(2)を算木で表わしたもの

解

4800÷16＝300 において

(1)

商				
実	4	8	0	0
法			1	6

(2)

商				1
実	4	7	8	4
法			1	6

(3)

商				2
実	4	7	6	8
法			1	6

……

商	3	0	0
実			
法		1	6

答　300

図の(1)(2)(3)のように、実（被除数）から法（除数）を引くたびに商（答）に一を加えて行き、最後に実から法数が引けなくなったとき答としたものである、而一・亦の名を累減といっている。解の(2)を算木で表わした図がこの書に載っている。（右図上参照）

もうひとつの方法は実の首位から累減して行く方法である。

累減の2

商		丨		
実	三	〢	○	○
法	一	丅		

つぎの(2)を算木で表わしている。

上のような図があって、

題数同前、先求除位十六両為一斤則一千六百之為百斤可知故法進二位減一千六百上格百位下一算余実三千二百到三次則実数減尽上格得三百斤　右定位而一。と説明がある。

左図のようにしたもので、解の(2)を算木で表わした図がこの書に上のように載っている。

累減に、被除数の末位からはじめる1と、首位からはじめる2とがあり、後者の方が優れている。この方法がやがて商除法へと移行したと考えてよかろう。

解　4800÷16＝300

商				
実	4	8	0	0
法	1	6		

(1)

商		1		
実	3	2	0	0
法	1	6		

(2)

商		2		
実	1	6	0	0
法	1	6		

(3)

商		3		
実				
法	1	6		

(4)

二　古代の除法——商除

割算の計算方法で、もっとも古い記録は、乗算と同じく唐代の明算科の教科書として採用されたものの一つである「孫子算経」である。

> 凡除之法与乗正異乗得在中央除得在上方仮令六為法百為実以六除百当進之二等令在百下以六除一則法多而実少不可除故当退就十位以法除実言一六而折百為十十故可除若実多法少自当百之不当復退故或歩法十者置於十位百者置於百位（上位有空絶者法退二位）余法皆如乗時実有余者以法命之以法為母実余為子

と説明がある。算例に

> 六千五百六十一　九人分之　問人得幾何
>
> 術曰先置六千五百六十一於中位為実下列九人為法上位置七百以上七呼下九　七九六十三即除中位六千三百　退下位一等即上位置二十以上二呼下九　二九十八即除中位一百八十　又更下位一等即上位更置九即以上九呼下九　九九八十一即除中位八十一　中位並尽収下位　上位所得即人之所得自八八六十四　至一一如一並準此。

と詳しく述べられている。いま理解しやすいように算用数字で解説してみよう。乗算と同じように三段布算である。

この算法は商除法と呼ばれるが、「孫子算経」では除の法といっているだけで、商除という名前が出てくるのは「楊輝算法」からである。

商　　除

6561÷9＝729

(1)

上				
中	6	5	6	1
下	←			9

上から商実法で、布算する。
9を6の下へ移す。

(2)

上				
中	6	5	6	1
下	→	9		

6の中に9がないから9を
5の下に移す。65÷9＝7

(3)

上		7		
中		2	6	1
下		→	9	

七九六十三をひく
6561－6300＝261
26÷9＝2

(4)

上		7	2	
中			8	1
下			9	→

二九十八をひく
261－180＝81
81÷9＝9

(5)

上		7	2	9
中				
下				9

九九八十一をひく

81－81＝0

上		7	2	9
中				
下				

法の9をとる。答729

楊輝の「乗除通変算宝」（一二七四）巻上の習算綱目に、

学商除起例幷定位　功課一日とあり、

温習除法題目　自一位除至六位除以上幷更易定位功課半月日

とカリキュラムの説明もついている。

商除の説明のところでは、

商除二法　定位二法

其一　実多法少　術曰置出率為実以求率為法商実命九九合数言十過法身言如対法身除之

詳解算法有註

其二　実少法多　術曰易法為実易実為法以法商実命九九言十過法身言如対法身除之

とあって、七二九貫を二貫四三〇文で割る例と、二貫四三〇文で七二九〇枚の買物をする計算例がある。〃法首と実首と相頂して位を置き〃と説明し、算木を置いている。

三　省略除法――身外減（楊輝の減法四術）と求一除

乗法に身外加法があったのと同じように、除法に身外減（省一除法）があった。

「夏侯陽算経」には、算法の名称こそないが去二、身外減二などの語でこれを表わしている。巻下に、

今有米三千四百五十六斛　毎斗身内抽二升充脚　問正脚各幾何

答曰　正二千八百八十斛　脚五百七十八斛

術曰　先置米数去二　得正米　以二因退位得脚米

今有両税銭四万三千六百七十五貫二百文　抽身内充脚毎貫二百文　問正及脚各幾何

答曰　正三万六千三百九十六貫文

　　脚七千二百七十九貫二百文

術曰　先置元銭折半六除是正銭数　将正銭二因即得脚

又術　但置銭数身外減二得正　倍之得脚

の例題がある。

3456÷1.2=2880, 43675.2÷1.2=36396

において首位の一を省いて二だけで割るときに、前者では二を去りとし、後者では又の術（別法）で身外に二を減じてという表現をしているのである。説明するまでもないだろうが、

身　外　減

372÷12=31において

省法		実		
$\boxed{2}$		$\boxed{3}$	7	2
	2 × 3 …		−6	
		3	$\boxed{1}$	2
	1 × 2 ………			−2
		3	1	

のように行なう。

楊輝は減法として述べているが、これをさらに四術に分類している。

「乗除通変算宝巻中」の減法四術

一曰減一位　二曰減二位　三曰重減　四曰減隔位

がこれで、

減一位では、

19152÷56=342 において、

両折半訖　減四

19152÷2÷2=4788, 4788÷14=342

としている。求一乗の考え方を除法に応用したものである。

減二位では、

9731÷37=263 において、

(9731×3)÷(37×3)=29193÷111=263

としている。法が三桁となり、首位が一でこれを省略するから減二位である。

(9731÷2)÷(37÷2)=4865.5÷18.5

としてもよいが、計算がかえって複雑になるから三倍したのである。

重減

$441320\div187=2360$ において、

一八七は減二位の応用がきくけれども、

$441320\div11\div17=2360$

とすることを例示している。乗法の重因に対し重帰といえるものである。

減隔位

$28222\div103=274$

の算例がある。法数の二桁目に零のある場合である。

身外減法は「算法全能集」①「詳明算法」②では定身除とし、「丁巨算法」③では豁除減法と名づけている。

求一除は求一乗と同じ考え方に立つもので、割算を行なう場合に、法数の頭が一になるように法や実を変化させて後に身外減法を行なう算法である。

楊輝の「算法通変本末巻上」のカリキュラムでは、

求一本是加減。乃以倍折兼用故名求一。其実無甚深奥。却要知識用度。巻後具有題術下法。温習秪須一日。

と述べ、「乗除通変算宝巻中」の求一代乗除説には、

随題用法者捷以法就題者拙遇求一題則用求一法遇九帰題則用九帰法或倍或折或加或減或因或変莫不随題用意其可執求一之術而統諸題今姑摘其一二載之後題以覚後知

求一除曰五六七八九倍之数不走二三須当半遇四両析紐倍折本従法為除積相就（倍法必倍実析法必析実）用減以代除定位求如旧。

と説明する。

例題中に

13272÷56=237 は 26544÷112=237

13509÷57=237 は 13509÷3÷19=237

15438÷62=249 は 30876÷124=249

5712÷24=238 は 2856÷12=238

13152÷48=274 は 3288÷12=274

などがある。

注

① 「算法全能集」賈亨（一三五七）

減法即定身除　謌曰

除法不問百千余　算省都将一弃諸

只使余零作除数　法中須要定身除

② 「詳明算法」安止斎・何平子（一三七三）

定身除即減法也

減法須知先定身　得其身数如為真

法雖有一何曽用　身外除零妙入神

四　楊輝の特殊除法

「楊輝算法」と呼ばれるものは、

乗除通変算宝　巻上　巻中　巻下

続古摘奇算法　巻上　巻下

田畝比類乗除捷法　上巻　下巻

から成っている。「乗除通変算宝」の上中下はさらに、

算法通変本末　巻上

乗除通変算宝　巻中

法算取用本末　巻下

に分かれている。この最後の巻は、

加因代乗三百題　帰減代除三百題

というように分けられている。法数一から三百までの乗除応用計算法といったような記載の仕方である。例えば、二は折半、四は両折半、五は二因、六は倍位減二、七は倍位減四、八は加二五、十一は減一……というように三百まで続いているのである。この中に、われわれが現在日本で帰一除法、帰一混用除法と呼んでいる計算法も紹介されている。

帰一除法では、

直田積九千二百一十五歩　元長九十七歩　問闊多少　　答曰　九十五歩

九十七為法依求一倍積歩減九四合問

又曰従上位隔位見一加三遇九七成百

がある。

9215÷97＝(9215×2)÷(97×2)＝18430÷194＝95

として省一除法を用いるものと、

九七の百に対する補数三を用いて帰一除法

を用いるものとの二法を説明している。後者に計算の例示はないが、つぎのようにしたのであろう。

帰一除法

9215÷97＝95

$$\begin{array}{llllll}
\text{法} & & & & & \\
3 & \boxed{9} & 2 & 1 & 5 & \\
 & & 2 & 7 & & \cdots\cdots\cdots 3\times 9 \\
\hline
3 & 9 & \boxed{4} & 8 & 5 & \\
 & & & 1 & 5 & \cdots\cdots 3\times 4+3 \\
\hline
3 & 9 & 5 & & &
\end{array}$$

帰一混用除法

二三三　三因七帰隔二位見一還一遇六九九成千

六百七十五貫七百　買絹疋価二貫三百三十

問合買幾匹　答曰　二百九十匹

二三三為法置銭三因為二千二十七貫一百於十貫上定匹　見二下六加還二貫又見六下二十四加還八百已得二百八十匹

尚余六十九貫九百法云遇六九九成千又得十匹之数共答二百九十匹合問。と説明がある。

675700÷2330＝(675700×3)÷(2330×3)＝2027100÷6990＝290 において、

帰一混用除法

20271÷699＝29

	千	百	十	貫	百
	$\boxed{二}$	○	二	七	一
見二下六………		六			
加還二貫………………				二	
	二	$\boxed{六}$	二	九	一
見六下二十四……		二	四		
加還八百…………………					八
	二	八	$\boxed{六}$	$\boxed{九}$	$\boxed{九}$
		(−)	六	九	九
遇六九九成千…	(+)	一	○	○	○
	二	九			

としたものである。

飛帰

「算法通変本末　巻上」のカリキュラムのところに、

穿除。又名飛帰不過就本位商数除数而已。詳解有文一見而暁加減至穿除皆小法也。

とある。「乗除通変算宝　巻中」では、九帰詳説のところに、楊輝が混然帰法の歌括を作ったことが述べられている。

輝嘗原作術本意而為歌括　凡二位除者亦可用混然帰法不必帰而又商除姑摘一二載之後題以表帰法之不拙也。

足斛米二百二十九石八升　問為八斗三升法斛幾何　答曰　二百七十六石

術曰　置足斛為実為身常以求身為伯用

八十三帰　従実上位求起言十次身言如退位布之　括曰　見一下十七　見二下三十四　見三下五十一　見四下六十八　見四乙五①作五　遇八十三成百　（四乙五為中後四句不用亦可）　見五下一百二②　見六下百十九　見七下百三十六　見八下百五十三

と説明がある。

これは八十三で割るときの歌訣を示したもので、八十三の百に対する補数が十七、二百に対する補数が三十四であることを示している。

やってみよう。

飛帰　22908÷83＝276

	$\boxed{二}$ 2 9 0 8
見二下三十四	＋ 3 4
	二 $\boxed{6\ 3\ 0}$ 8
見四一五作五	−） $\boxed{4\ 1\ 5}$
	＋） 五
	二五
	$\boxed{2}$ 1 5 8
見二下三十四	＋ 3 4
	二七 $\boxed{4\ 9\ 8}$
見四一五作五	−） 4 1 5
	＋） 五
	二七五 $\boxed{8\ 3}$
遇八十三成百	−） 8 3
	＋） 一 0 0
	二七六

さらにこの後に六十九帰括がある。

見一下三十一　見二下六十二　見三下百廿四③　遇三四五作五　遇六十九成百　見四下一百五十五　見五下二百十七

見六下二百四十八

これは六十九で割るときの歌訣である。六十九の百に対する補数は三十一、二百に対する補数は六十二であることを示している。

以上のように、飛帰は法数二桁の除法に対して特別な歌訣を用いるものである。この点から考えると、斤下留法（楊輝の「日用算法」に示されている）は十六で割るときに用いる呼声で、一求隔位六二五（千を十六で割ると六二五）二求退位一二五　三求一八七五記　四求改日二十五　五求三一二五是　六求両価三七五　七求四三七五置　八求転身変作五

も飛帰とみられないことはない。

注

① 見四乙五作五は見四一五作五のこと。

② 見五下一百二は五〇〇を八三で割ると六が答で余りが二だから、五〇〇に一〇二を加えると六〇二、答が六で余りが二だというのである。見六、見七、見八みな同じ要領である。見九が無いのは九〇〇だと遇八十三成百を使うから必要がないのである。

③ 見三下百二十四は三〇〇を六九で割ると四余り二十四だから、三〇〇に百二十四を加えて四二四、答が四で余りが二四だというのである。見四、見五、見六はみな同じ要領である。見七以上が無いのは遇六十九成百を使うからである。

五　増成一法

北宋の沈括（一〇三一〜一〇九五）の著に「夢渓筆談」①がある。算数の本ではないが、巻十八に、

> 算術多門如求一上駆塔因重因之類皆不離乗除唯増成一法稍異其術都不用乗除但補虧就盈而已仮如欲九除者増一便是八除者増二便是但一位一因之若位数少則頗簡捷位数多則愈繁不若乗除之有常然算術不患多学見簡即用見繁即変不膠一法乃為通術也。

とある。銭宝琮は「中国数学史」②第七章　計算技術的改進三、求一算術与帰除歌訣　2、帰除歌訣の項に、

> 沈括所謂上駆　疑是楊輝的　身前因法。塔因不知作何解釈。……増成代除法的産生大概是在北宋初年、沈括以為牠比較新奇、所以在「夢渓筆談」中写這一条筆記、除数為一位数時、増成法確是簡便、牠就是後来九帰口訣的前身、沈括所謂九除者増一　後来変為九一下加一、九二下加二等口訣、除数為多位数時用増成法就不很方便了。

としている。

筆者らが発表した「器具による乗除計算法の歴史」③は、銭宝琮の著に先立つものであるが、そこでは増成一法をつぎのように解釈した。④ 288÷8=36 において、法数八の十に対する補数二を法に用いる。

増成一法の推定 1

288÷ 8 ＝36

	法、補数	実
	8、 2	$\boxed{2}$ 8 8
実の 2 を見て補数の 2 を 2 回加える		＋2 ＋2
	8、 2	2 $\boxed{\text{十二}}$ 8
12から法の 8 をとって商に一を加える		－8 ＋1
	8、 2	3 $\boxed{4}$ 8
実の 4 を見て補数の 2 を 4 回加える		＋2 ＋2 ＋2 ＋2
	8、 2	3 4 $\boxed{\text{十六}}$
16から法の 8 をとって商に一を加えること二度		－8 ＋1 －8 ＋1
	8、 2	3 6 $\boxed{0}$

増成一法の推定 2

288÷ 8 ＝36

	法、補数	実
	8、 2	$\boxed{2}$ 8 8
実の 2 を見て、補数の 2 とかけて加える		＋4
		2 $\boxed{\text{十二}}$ 8
12から 8 をとって商に 1 を加える		－8 ＋1
		3 $\boxed{4}$ 8
実の 4 を見て補数の 2 とかけて加える		＋8
		3 4 $\boxed{\text{十六}}$
16から法の 8 をとって商に一を加えること二度		－8 ＋1 －8 ＋1
		3 6 $\boxed{0}$

この方法がやがて九帰法に発展したものと筆者らは考えたのである。

注

① 沈括は浙江銭塘（今の杭州）の人、「夢渓筆談」は一九七五年、文物出版社から北京図書館蔵本が複刻された。

② 科学出版社（北京）　一九六四年　一三一頁。

③ 日本珠算研究学会の機関紙「珠算思滝」創刊号、一九六〇年十月、山崎与右衛門、戸谷清一、鈴木久男共同研究発表。

④ この論文は「東西算盤文献集」第二輯　山崎与右衛門編　森北出版株式会社　一九六二年に再録された。

六　九帰法の出現――古句と新句

楊輝の「算法通変本末　巻上」の習算綱目の中に、

〃……除者本鈎深致遠之法。指南算法以加減九帰求一旁求捷径。学者豈容不暁宣兼而用之。〃の文がある。

「指南算法」は「算法統宗」巻末の算学源流に、元豊、紹興、淳熙（一〇七八～一一八九）年間に刊行された旨の記載があるから、成立年代は十一世紀から十二世紀ごろである。このころ既に求一（夢渓筆談にもあった）九帰とあるのだから、沈括の「夢渓筆談」以後間もなく九帰が表われたものであろう。

九帰法の出現は十二世紀はじめと推論してもよいのではあるまいか。

永楽大典　諸家算法中に「日用算法」（楊輝、一二六二）がある。この中に、

今有銭六貫八百文　買物一斤　問一両直銭幾何

答曰　四百二十五文

解題　以斤求価為問　験諸術　可以通用　其術有五

その三番目に、

三曰　斤価為実折半、取十六両為八両価、八帰、是取八両為一両価

とあり、草見後図として、

見四作五　起八成十　見三加六

の訣がある。これが古句なのであろう。

「算法通変本末　巻上」習算綱目に、

学九帰。若記四十四句念法。非五七日不熟。今但於詳解算法。九帰題題中。細看註文。便知用意之隙。而念法用法一日可記矣温習九帰題目一日。

と記されている。「詳解算法」も楊輝の著であるが今はない。永楽大典の算書によって五問だけ知られるのみである。「日用算法」も僅か一問だけが記されている。

楊輝の「乗除通変算宝　巻中」の九帰詳説には、

一位為法為除則用九帰代之若両三位商除自合伸引帰法取用今人第一位用帰以第二位第三位仍用商除是一題渉二法也原九帰古括初末嘗拘二至九而已輝嘗原作術本意而為歌訣凡二位除者亦可用混然帰法不必帰而又商除姑摘一二載之後題以表帰法之不拙也。

と説明があって、ついで、

九帰新括　以古句入註雨存之

帰数求成十

九帰　遇九成十　八帰　遇八成十　七帰　遇七成十　六帰　遇六成十　五帰　五成十
四帰　遇四成十　三帰　遇三成十　二帰　二成十

帰余自上加

九帰　見一下一。見二下二。見三下三。見四下四。　八帰　見一下二。見二下四。見三下六。
七帰　見一下三。見二下六。見三十二即九。　六帰　見一下四。見二下十二即八。
五帰　見一作二。見二作四。四帰　見一下十二即六
三帰　見一下二十一即七

半而為五計

九帰　見四五作五　八帰　見四作五　七帰　見三五作五　六帰　見三作五
五帰　見二五作五　四帰　見二作五　三帰　見一五作五　二帰　見一作五

とある。いまこの新括を数えると

帰数求成十　八句　帰余自上加　十六句　半而為五計　八句

合計で三十二句である。ところが、先に引用した如く、習算綱目の中では、

学九帰、若記四十四句念法。非五七日不熟。

とあるから十二句不足している。何故少なくしたかの疑問が起る。

因九九にしても楊輝はつぎの如く述べている。①

因九九錯綜而有合数陰陽凡八十一句今人求簡止念四十五句余置不用云云

とあるように、因九九にならって、九帰も簡略化したのであろう。

九帰括が歌訣となって形を整えたのは「算学啓蒙」以降であるが、その形式に直してみると、②

二帰(2)見一作五　遇二成十

三帰(3)見一下二十一③即七④　見一五作五⑤　遇三成十⑥

四帰(3)見一下十二即六　見二作五　遇四成十
五帰(4)見一作二　見二作四　見二五作五　遇五成十
六帰(4)見一下四　見二下十二即八　見三作五　遇六成十
七帰(5)見一下三　見二下六　見三下十二即九　見三五作五　遇七成十
八帰(5)見一下二　見二下四　見三下六　見四作五　遇八成十
九帰(6)見一下一　見二下二　見三下三　見四下四　見四五作五　遇九成十

となる。三十二句である。

不足していると考えられるものを推定すると、

三帰(1)見二下四十二
四帰(1)見三下四十二
五帰(2)見三作六　見四作八
六帰(2)見四下二十四　見五下三十二
七帰(3)見四下十五　見五下二十一　見六下二十四
八帰(3)見五下十二　見六下十四　見七下十六
九帰(4)見五下五　見六下六　見七下七　見八下八

計十六句である。前の三十二句と加えると四十八句となる。

「算学啓蒙」にない句は、半而為五計の四句である。

三帰　見一五作五　五帰　見二五作五
七帰　見三五作五　九帰　見四五作五

四十八句から右の四句を引いた残り四十四句が古句であったと考えてよいのではあるまいか。

楊輝は九九八十一句を四十五句に簡単化した。⑦同じように九帰についても半而為五計の八句を入れることによって、十六句を省略できると考えたのである。

四帰のところでこれを証明してみよう。

簡略化された楊輝の三十二句の中に収められたものは、
四帰　見一下十二即六　見二作五　遇四成十の三句であり、見三下四十二が不足している。32÷4=8 において

(1)　見三下四十二を使う場合

三を見て四十二を加える。　ついで遇四成十

（イ）

$$\begin{array}{r} \boxed{3}2 \\ +42 \\ \hline 74 \end{array}$$

（ロ）

$$\begin{array}{r} 7\boxed{4} \\ -4 \\ +10 \\ \hline 80 \end{array}$$

(2)　見二作五を使う場合

（イ）

$$\begin{array}{r} 32 \\ -2 \\ +5 \\ \hline \text{五} \\ 12 \end{array}$$

または

二を見て五と直す

（ロ）

$$\begin{array}{r} \text{五} \\ \boxed{1}2 \\ +12 \\ \hline 74 \end{array}$$

見一即六

（ロ）

$$\begin{array}{r} \text{五} \\ \boxed{1}2 \\ +6 \\ \hline 68 \end{array}$$

見一下十二

（ハ）

$$\begin{array}{r} 7\boxed{4} \\ -4 \\ +10 \\ \hline 80 \end{array}$$

遇四成十を二回

（ハ）

$$\begin{array}{r} 6\boxed{8} \\ -4 \\ +10 \\ -4 \\ +10 \\ \hline 80 \end{array}$$

遇四成十

の何れかとなると、句数の少ない(2)見二作五の方でも良いわけである。だから四十四句を暗記するとなると五七三十五日もかかるが、(2)の方法を理解すれば一日で理解できるとしたのである。

楊輝が九帰新括　以古句入註両存之

としたその古句と新句は、

	古句	新句
三帰	見一下二十一	見一即七
四帰	見一下十二	見一即六
六帰	見二下十二	見二即八
七帰	見三下十二	見三即九

であったろう。

「即何々」の部分が新句と考えられる。このことは「法算取用本末　巻下」の帰減代除三百題中に 6757÷233＝29 の問題があり、107頁に示したような計算法（帰一混用除法）を行なっているが、除数二三三を三倍して六九九とすれば、七〇〇で割って一倍を戻せばよいわけである。そこで七帰を行ない、見二下六、見六下二十四という句を用いている。このうち、見六下二十四は九帰新括の中にないのだからこれは古句と見られるのである。

注

① 「乗除通変算宝　巻中」算無定法詳説のところにある。

② カッコ内は句の数を示す。

③ 三帰　見一下二十一は 10÷3＝3…1 の場合である。 $\begin{array}{r}10\\+21\\\hline 31\end{array}$ で三が答、一が余りとなる。被除数の一を見たら見一下二十一と唱え、一のところから二十一を加えよという意味である。

④ 三帰　見一即七は $\begin{array}{r}10\\+\ 7\\\hline 17\end{array}$ とし、遇三成十を二度唱えて答三余り一とする。

$$\begin{array}{r}17\\-3\\+10\\\hline 24\end{array}\qquad\begin{array}{r}24\\-3\\+10\\\hline 31\end{array}$$

⑤ 三帰　見一五作五は 15÷3＝5 のときである。三で割るときに、被除数が十五であつたら、十を五に直して下の五を払えということである。

⑥ 三帰　遇三成十は、注の④のところでも示したとおり、三で割るときに、被除数が三であったら十とおいて三を払えという意味である。30÷3＝10 後の逢三進一十に当る。

⑦ 九九を小さな数から大きな数に呼ぶものだけにした。すなわち九の段は九九八十一の一つだけにして、九一が九、九二十八……九八七十二を省略した。

七　宋代除法のまとめ

北宋、南宋を通じて西暦九六〇年から一二七九年までが宋代に当る。「楊輝算法」は宋代に完成し、元代の「算学啓蒙」に引継がれ、九帰法が完成する。

「乗除通変算宝」の目録を再掲しよう。

巻上　習算綱目　相乗六法　商除二法
巻中　加術五法　減術四法　求一乗法　求一除法　九帰新旧題括　算無定法
巻下　代乗成術　代除成術

となっている。傍線を附したものが除法である。相乗六法、加術五法、求一乗法、算無定法、代乗成術の乗法については「政経論叢」30号で詳説した。習算綱目はカリキュラムに相当する。その除法部分は、

学商除起例幷定位（功課一日）
学減法起例幷定位（功課一日）
学九帰（中略）温習九帰題目（一日）
求一、本是加減（中略）温習只須一日
穿除。又名飛帰。
以下略

となっている。

「算学啓蒙」は元の一二九九年の刊本であるが、この書の総括に九帰除法とあって、

按古法多用商除為初学者難入則後人以此法代之即非正術也

と記し、一帰如一進　見一進成十　二一添作五……逢九進成十の九帰歌訣を記している。

だから、商除法が正術であって、九帰法は特殊算法として考えていたわけである。

従って、除法の変遷を辿ると、

累減──→商除

増成一法──→九帰古句──→九帰新句

と考えられ、宋代には、つぎのように系統づけることができるのである。

- 宋代の除法
  - **普通算法** ── 商除
  - 特殊算法 ── 九帰
  - 省略算法
    - 減法……減一位・減二位・重減・減隔位
    - 求一除法
    - 補数利用の除法1)2)
    - 飛帰
    - その他3)

注

① われわれはこれを帰一除法と呼んでいる。

② われわれが帰一混用除法と呼ぶ算法。

③ 特別に節を分けて説明するほどでもないので、ここで説明を加えておく、
除法を乗法で代用するものなどである。「法算取用本末　巻下」帰減代除三百題中にある。
五は二因（a÷5=a×2）、八は加二五（a÷8=a×125）、二十五は四因（a÷25=a×4）、一二五は八因、十五は二因三帰(a÷
15=a×2÷3)、十八は折半九帰（a÷18=a÷2÷9）重帰とも呼べる方法
などがある。近似値を求めるために、
三三三三は因三（a÷3333=a×3）、一六六六は因六（a÷1666=a×6）、一一一一は因九（a÷1111=a×9）、四二八五は因七
（a÷14285=a×7）
などもある。