

論文 Paper

内燃機関クランク軸の機械的な曲げ応力に関する一計算法

下山田邦夫*・若林 克彦**・児玉 知明***

A Calculating Method for the Mechanical Bending Stress of a Reciprocating Engine Shafting

KUNIO SHIMOYAMADA*, KATSUHIKO WAKABAYASHI** AND TOMOAKI KODAMA***

Synopsis: The bending stresses occurring on the crankshafts of internal combustion engines are as follows;

- i) especially, the bending stress excited by transverse vibrations coupled with the remarkable torsional vibration
- ii) the bending stress excited by forces arising from misalignment between the center line of a crankshaft and of main bearings
- iii) the bending stress excited by mechanical forces, namely, force of gas pressure, inertia force and centrifugal force

As these kinds of bending stresses are simultaneously occurring on a crankshaft, it is difficult to separate them individually at the present stage. So these bending stresses have so many unsolved characteristics. The bending stress excited by excessive torsional vibration has been in severe problem. The bending stress were investigated on the previous paper¹⁾.

This paper refers to the bending stress excited by mechanical forces acting on a crankshaft. At first, a method for calculating the bending stress by mechanical forces is described. A crankshaft is replaced with an idealized uniformly-continuous beam supported by some elastic supports and the transfer matrix method is adopted for calculating the bending stress. Next, the characteristics of the bending stress by mechanical forces are investigated by comparing the results of the calculation with the experimental data in 8 l, 6 cylinder, in-line engine.

要旨: 内燃機関のクランク軸上に生じる曲げ応力として、i) 振動付加曲げ応力、特に顕著なねじり振動に連成した横振動によって生じる曲げ応力、ii) 軸心の不整による曲げ応力、iii) 機械的な曲げ応力（各種付加曲げ応力が加わっていない状態で、ガス圧力、慣性力及び遠心力によって生ずる曲げ応力）などがある。振動付加曲げ応力については文献1)ですでに検討した。

本論文では、直列6気筒4サイクル小形高速ディーゼル機関を対象として、機械的な曲げ応力に検討を加える。まず、多スロー機関のクランク軸を多支点均一真直連続はりモデルに置換して、供試機関のクランク軸に生ずる機械的な曲げ応力を計算し、その結果を曲げ応力の測定結果と比較し、機械的な曲げ応力に検討を加える。

* 工学部専任講師
Lecturer, Mechanical Engng. Div.

** 工学部教授，工学博士
Professor, Mechanical Engng. Div., Dr. of Engng.

*** 工学部嘱託
Technical Staff, Mechanical Engng. Div.

1. ま え が き

内然機関クランク軸に生じる曲げ応力としては、i) 振動付加曲げ応力、ii) 軸心の不整による付加曲げ応力、iii) 機械的な曲げ応力である^{2)~5)}。これら曲げ応力はクランク軸上で同時に発生しているために、それらを個々に分離することは、現在困難である。それゆえ、各々の実態についてはこれまでに十分な説明がなされていない。

i) に関連した研究として、星野・新井らは機関運転時におけるクランク軸すみ肉部の応力測定結果から、ねじり振動の共振点でクランク軸のすみ肉部に大きな曲げ応力が発生すること、及びクランク軸が縦方向に伸縮する振動があることを報告している^{2)~5)}。若林・岩本らは、小形高速ディーゼル機関を対象として、ねじり曲げ連成振動の解析を行ない、測定結果と比較検討している¹⁾。また、津田は、多スロー機関において、そのスロー面が一つの平面内に納まっていない場合には、横二つと縦、ねじりの合計四つの連成振動がクランク軸上に発生していることをクランク軸モデルを使用して説明している^{6),7)}。さらに、全・津田は縦ねじり連成振動の解析を行なっている⁸⁾。ii), iii) に関連した研究は皆無に近い⁹⁾。

そこで、本論文では、まずクランク軸に生じる機械的な曲げ応力に解析的な面から検討を加えるために、そのクランク軸系を多支点均一真直一様はりモデルに置換し、伝達マトリックス法を導入して、機械的な曲げ応力が計算可能な一方法について述べる。さらに、この計算方法を使用して、直列6気筒機関クランク軸に発生する機械的な曲げ応力を計算し、実測結果と比較検討して、小形高速ディーゼル機関クランク軸に生じる機械的な曲げ応力特性を究明する。

2. 座標系、記号と状態量の定義

2.1 分割要素座標系

クランク軸に生じる機械的な曲げ応力を計算するために、クランク軸を一本の均一で真直ぐな丸棒（以下、多支点均一真直連続はりモデルと呼ぶ）に置き換える。この真直連続はりにはクランク形状を考慮して仮想分割された各要素より構成される。各分割要素の座標系は、図1に示すように、各要素の図心軸（x 軸）をクランク軸の回転中心線と一致させ、これに直交する y, z 軸を右手直交座標系で定義する。

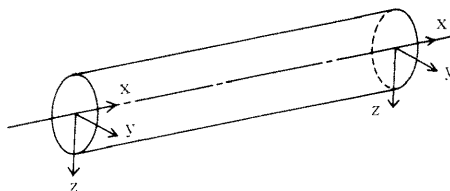


図1 分割要素座標系

2.2 記号

本論文中で使用する記号は次のとおりである.

- $E_c I_c$; 曲げ剛性の次元を有する数値計算上の基準定数.
 EI ; 曲げ剛性 $N \cdot m^2$.
 l_c ; 長さの次元を有する数値計算上の基準定数.
 l_i ; i 番目スローの長さ m .
 $l_{i,j}$; i 番目スローを仮想分割した j 番目要素の長さ m .
 $K_{\phi,i}$; i 番目弾性支持部の y 軸回りの回転バネ定数 $N \cdot m / rad$.
 $K_{z,i}$; i 番目弾性支持部の z 軸方向の直線バネ定数 N / m .
 M ; y 軸回りの曲げモーメント $N \cdot m$.
 \tilde{M} ; M の無次元量.
 Q ; z 方向のせん断力 N .
 \tilde{Q} ; Q の無次元量.
 $F_{i,k}$; i 番目スローの k 番目作用点に作用する強制力の基準スローの z 軸方向成分 N .
 Z_A ; クランク腕部の断面係数 m^3 .
 Z_P ; クランクピン部の断面係数 m^3 .
 w ; z 方向の変位 m .
 \tilde{w} ; w の無次元量.
 ϕ ; y 軸回りの回転変位 rad .
 $\tilde{\phi}$; ϕ の無次元量.
 i, j, k ; 正の整数.

マトリックスとベクトル

- D_z ; 次元化マトリックス, 式(18)参照.
 $F_{i,k}$; i 番目スローに作用する k 番目強制力の伝達マトリックス.
 $\tilde{F}_{i,k}$; $F_{i,k}$ の無次元伝達マトリックス.
 S_i ; i 番目弾性支持部の伝達マトリックス.
 \tilde{S}_i ; S_i の無次元伝達マトリックス.
 T_i ; 式(9)参照.
 \tilde{T}_i ; T_i の無次元伝達マトリックス.
 R^R ; 右端における境界マトリックス.
 R^L ; 左端における境界マトリックス.
 Z ; 式(12)参照.

$Z_{i,j}$; i 番目スローを仮想分割したときの j 番目要素の伝達マトリックス.

$\tilde{Z}_{i,j}$; $Z_{i,j}$ の無次元伝達マトリックス.

A^L ; 初期ベクトル.

q ; 状態量ベクトル (下添字 z は軸部, s は弾性支持部と F は強制力部を意味する).

\tilde{q} ; q の無次元状態量ベクトル.

2.3 状態量ベクトルの定義

図1に示すような分割要素に対し, 断面力として z 方向のせん断力 Q と y 軸回りの曲げモーメント M , 変位として, z 方向の変位 w と y 軸回りの回転変位 ϕ を考慮し, さらに強制力を導入するために1という単位の項を含めて, 次のように状態量を定義する.

$$q = [w, \phi, M, Q, 1]^T. \quad (T: \text{転置}) \quad (1)$$

なお, これらの状態量は分割要素の左端面を基準として定義する. すなわち, 要素の左端面において, せん断力と変位は軸の正の方向を正とし, 曲げモーメントと回転変位は軸の正の方向に向って時計回りを正とする.

3. 伝達マトリックス法による多支点均一真直連続はりの機械的曲げ応力の計算法

直列 n 気筒4サイクル機関のクランク軸を多支点均一真直連続はりに置換したときの伝達マトリックス法による機械的曲げ応力の計算方法を述べる.

3.1 クランク軸のモデル化

図2は直列 n 気筒4サイクル機関のクランク軸を多支点均一真直連続はりモデルに置換した不静定連続はりモデルである.

クランク軸は主軸受とその支持部より構成される支持機構で弾性支持され, クランクピン部にガス圧力と慣性力, またクランク腕部につりあいおもり等の遠心力による外力が作用してい

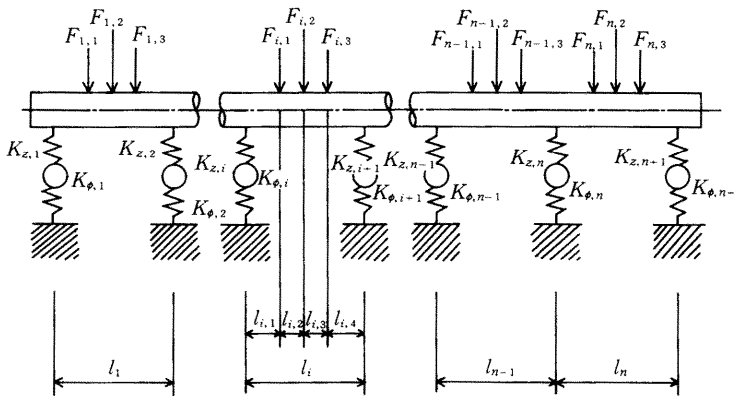


図2 多支点均一真直連続はりモデル

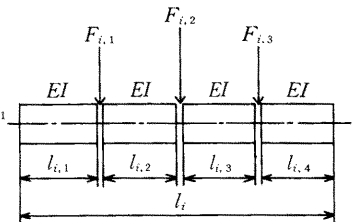


図3 軸部の分割要素

る。そこで、本モデルにおいては、主軸受部中間位置で線形近似した弾性バネ、またピン部及び腕部中間位置で強制外力を考える。

3.2 軸部の伝達マトリックスの誘導

多支点均一真直連続はりモデルにおける l_i 区間（1スロー）について、強制力 $F_{i,k}$ を考慮して分割した要素を図3に示す。このはりモデル $l_{i,1}$ 区間における物理量の伝達関係式は式(2)のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix}_{z,i,1}^R = \begin{bmatrix} 1 & -l_{i,1} & l_{i,1}^2/EI & l_{i,1}^3/EI & 0 \\ 0 & 1 & -l_{i,1}/EI & -l_{i,1}^2/EI & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{i,1} \begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix}_{z,i,1}^L \quad (2)$$

上式は、次のように表現できる。

$$\mathbf{q}_{z,i,1}^R = \mathbf{Z}_{i,1} \mathbf{q}_{z,i,1}^L \quad (3)$$

以下同様に、 $l_{i,2}, l_{i,3}, l_{i,4}$ 区間の伝達マトリックスをそれぞれ $\mathbf{Z}_{i,2}, \mathbf{Z}_{i,3}, \mathbf{Z}_{i,4}$ と表す。

3.3 強制力の伝達マトリックスの誘導

図3を参照して、強制力 $F_{i,k}$ の伝達マトリックスは、次のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix}_{F,i,1}^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & F_{i,1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{i,1} \begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix}_{F,i,1}^L \quad (4)$$

上式は、次のように表現できる。

$$\mathbf{q}_{F,i,1}^R = \mathbf{F}_{i,1} \mathbf{q}_{F,i,1}^L \quad (5)$$

以下同様に、強制力 $F_{i,2}, F_{i,3}$ の伝達マトリックスを $\mathbf{F}_{i,2}, \mathbf{F}_{i,3}$ と表す。

3.4 主軸受部の伝達マトリックスの誘導

i 番目主軸部受を図4に示すような弾性支持（以下、弾性支持部という）と仮定し、その部分に、相隣り合うはりの連続条件を適用すると、変位と断面力に関する式は、次のように導くことができる。なお、平衡条件式を作る際、弾性支持部の反力を次のように定義する。

$$Q_{S,i}^R = Q_{S,i}^L - Q_{S,i}^K = Q_{S,i}^L - K_{z,i} w_{S,i} \quad (6)$$

$$M_{S,i}^R = M_{S,i}^L - M_{S,i}^K = M_{S,i}^L - K_{\phi,i} \phi_{S,i}$$

それゆえ、弾性支持部を伝達する関係式は、次のように表すことができる。

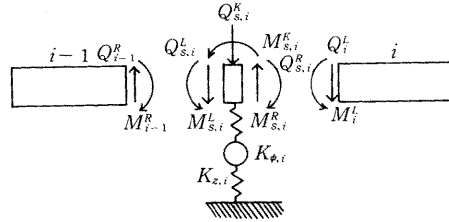


図4 軸受部における力のつりあい

$$\begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix}_{s,i}^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{\phi,i} & 1 & 0 & 0 \\ -K_{z,i} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix}_{s,i}^L \quad (7)$$

上式は、次のように表現できる。

$$q_{s,i}^R = S_i \cdot q_{s,i}^L \quad (8)$$

3.5 軸系全体の伝達マトリックス

式(3)と式(5)より、軸部の状態量 $q_{z,i,j}^R$, $q_{z,i,j}^L$ と強制力部の状態量 $q_{F,i,k}^R$, $q_{F,i,k}^L$ が各々 $q_{z,i,j}^L = q_{F,i,k}^R$, と $q_{z,i,j}^R = q_{F,i,k}^L$ の関係があることを考慮すると、強制力を含めた i 番目スローの伝達関係式は次のように表すことができる。

$$q_{z,i,4}^R = Z_{i,4} \cdot F_{i,3} \cdot Z_{i,3} \cdot F_{i,2} \cdot Z_{i,2} \cdot F_{i,1} \cdot Z_{i,1} q_{z,i,1}^L = T_i \cdot q_{z,i,1}^L \quad (9)$$

また、主軸受部右端の状態量と軸部の左端の状態量は、 $q_{s,i}^R = q_{z,i,1}^L$ の関係があることを考慮すると、 i 番目の主軸受部と i 番目のスロー部を含めた伝達関係式は、式(8)と(9)より次のように表すことができる。

$$q_{z,i,4}^R = T_i \cdot S_i \cdot q_{s,i}^L \quad (10)$$

さらに、図2に示す n スローの連続はりモデルの右端と左端の軸要素部に相当する伝達関係式を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} q_{z,n+1,1}^R &= Z_{n+1,1}^R \cdot q_{z,n+1,1}^L \\ \text{あるいは,} \\ q_{z,0,0}^R &= Z_{0,1}^L \cdot q_{z,0,1}^L \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

以上のことより、 n スロー機関クランク軸の全体の伝達関係式は、次のように表すことができる。

$$q_{z,n+1,1}^R = Z_{n+1,1}^R \cdot S_{n+1} \cdot T_n \cdot S_n \cdots T_1 \cdot S_1 \cdot Z_{0,1}^L \cdot q_{z,0,1}^L = Z \cdot q_{z,0,1}^L \quad (12)$$

3.6 伝達マトリックスの解法

多支点均一真直連続はりモデルの軸の左端及び右端を示す添字として、それぞれ L, R を付けて区別し、まず境界マトリックスを求める。

クランク軸の左端を自由端と仮定すると、力とモーメントがすべて零であって、変位が未知数であるから、次式の関係が成立する。

$$q_{z,0,1}^L = \begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M=0 \\ Q=0 \\ 1 \end{bmatrix}^L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \phi \\ 1 \end{bmatrix}^L = R^L \cdot A^L. \quad (13)$$

また、右端も自由端を仮定すると、同様に力とモーメントがすべて零であって、これらの物理量を取り出すマトリックス R^R を右端の状態量ベクトル $q_{z,n+1,1}^R$ に前掛けして、

$$0 = R^R \cdot q_{z,n+1,1}^R, \quad (14)$$

と表すことができる。ことに、 R^R は次式で示される内容のマトリックス量である。

$$R^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

以上、式(12)と式(13)の関係より、次式が成立する。

$$q_{z,n+1,1}^R = Z \cdot q_{z,0,1}^L = Z \cdot R^L \cdot A^L. \quad (16)$$

それゆえ、式(14)と式(16)より境界条件を考慮したクランク軸全体の伝達関係式は、次のように表すことができる。

$$R^R \cdot Z \cdot R^L \cdot A^L = 0. \quad (17)$$

よって、式(17)で表される連立方程式を解けば、左端の未知数 A^L が求まり、また、クランク軸の任意の位置における状態量は、式(12)を使用して、左端の状態量 $q_{z,0,1}^L (= R^L \cdot A^L)$ にその位置までの伝達マトリックスを前掛けすることによって算出することができる。

3.7 伝達マトリックスの無次元化

まず、状態量を無次元化するために、その基準定数を次のように選ぶ。

$$w = \tilde{w}l_c, \quad \phi = \tilde{\phi}, \quad M = \tilde{M} \frac{E_c I_c}{l_c}, \quad Q = \tilde{Q} \frac{E_c I_c}{l_c^2}.$$

上式をまとめて次のように表す。

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} w \\ \phi \\ M \\ Q \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c & & & & \\ & 1 & & & 0 \\ & & E_c I_c / l_c & & \\ & & & E_c I_c / l_c^2 & \\ & 0 & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{\phi} \\ \tilde{M} \\ \tilde{Q} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_z^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{q}}. \quad (18)$$

a) 軸の伝達マトリックスの無次元化

式(16)を使って式(3)を無次元化すると次のように表すことができる。

$$\tilde{\mathbf{q}}_{z,i,1}^R = (\mathbf{D}_z \cdot \mathbf{Z}_{i,1} \cdot \mathbf{D}_z^{-1}) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_{z,i,1}^L = \tilde{\mathbf{Z}}_{i,1} \cdot \tilde{\mathbf{q}}_{z,i,1}^L. \quad (19)$$

また、式(11)の伝達関係式も上述の次元化マトリックスを使用して、同様に無次元化できる。各々の無次元マトリックスを $\tilde{\mathbf{Z}}_{n+1,1}^R, \tilde{\mathbf{Z}}_{0,1}^L$ と表す。

b) 強制力の無次元化

式(5)を無次元化すると、次のように表すことができる。

$$\mathbf{q}_{F,i,2}^R = (\mathbf{D}_z \cdot \mathbf{F}_{i,1} \cdot \mathbf{D}_z^{-1}) \cdot \mathbf{q}_{F,i,1}^L = \tilde{\mathbf{F}}_{i,1} \cdot \mathbf{q}_{F,i,1}^L. \quad (20)$$

c) 弾性支持部の伝達マトリックスの無次元化

式(8)を無次元化すると次のように表すことができる。

$$\tilde{\mathbf{q}}_{S,i}^R = (\mathbf{D}_z \cdot \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{D}_z^{-1}) \cdot \mathbf{q}_{S,i}^L = \tilde{\mathbf{S}}_i \cdot \mathbf{q}_{S,i}^L. \quad (21)$$

d) 無次元化された軸全体の伝達マトリックス

軸全体の伝達マトリックスを無次元化した式は、各々次のように表すことができる。

$$\tilde{\mathbf{q}}_{z,n+1,1}^R = \tilde{\mathbf{Z}}_{n+1,1}^R \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{n+1} \cdot \tilde{\mathbf{T}}_n \cdot \tilde{\mathbf{S}}_n \cdots \tilde{\mathbf{T}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{S}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{Z}}_{0,1}^L \cdot \mathbf{q}_{z,0,1}^L = \tilde{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{q}_{z,0,1}^L. \quad (22)$$

また、境界条件を考慮した無次元伝達関係式は、式(17)より次のように表すことができる。

$$\mathbf{R}^R \cdot \tilde{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{R}^L \cdot \mathbf{A}^L = 0. \quad (23)$$

3.8 クランク軸上での曲げ応力の算出法

前述した式(14)及び式(16)より、仮想切断した位置の状態量 M を算出することができる。それゆえ、クランクピン部と腕部の機械的な曲げ応力は各々の断面係数を考慮することによって計算することができる。曲げ応力を求める式を次のように表す。

$$\text{ピン部の曲げ応力： } \sigma_{z,i,2} = \frac{M_{z,i,2}}{Z_p}, \quad (24)$$

$$\text{腕部の曲げ応力： } \sigma_{z,i,1} = \frac{M_{z,i,1}}{Z_A}, \quad \sigma_{z,i,3} = \frac{M_{z,i,3}}{Z_A}.$$

4. 直列6気筒機関クランク軸の機械的な曲げ応力の計算

直列 n 気筒クランク軸を多支点均一真直連続はりにモデル置換し、伝達マトリックス法を導

入して、クランク軸上の機械的な曲げ応力を計算する方法を第3章で述べた。そこで本章ではその計算法を使用して、直列6気筒小形高速ディーゼル機関クランク軸上の機械的な曲げ応力の計算を行なう。計算対象とした供試機関の要目を表1に示す。

表1 機関要目

要 目	内 容
用 途	自動車用
作 動 形 式	水冷4サイクル予燃焼室式
シリンダ数 直径×内径 mm	6-110×140
総行程容積 ℓ	7.982
最大出力 KW/rpm	1177/2400
最大トルク N・m/rpm	505/1600
着 火 順 序	1-4-2-6-3-5
主軸受メタル内径 ×幅 mm	90×35 (ただし、4番主軸受幅) 65

4.1 計算フローチャート

3章で述べたクランク軸上の機械的な曲げ応力計算の計算フローチャートを図5に示す。

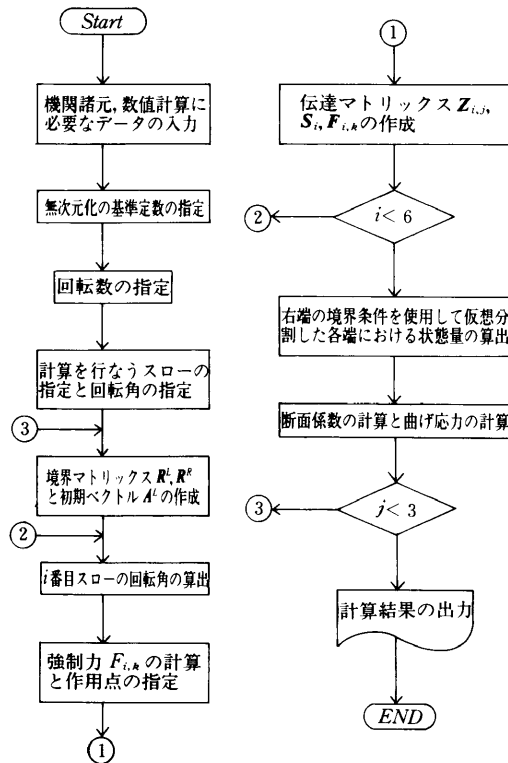


図5 計算フローチャート

4.2 計算データ

機械的な曲げ応力の計算に必要なデータ等について以下に述べる。

(1) 指圧線図

供試機関の指圧線図を図6に示す。この指圧線図を利用して、ガス圧力によって生じる強制力の計算を行なう。

(2) クランク軸、ピストン、接続棒などの主要諸元

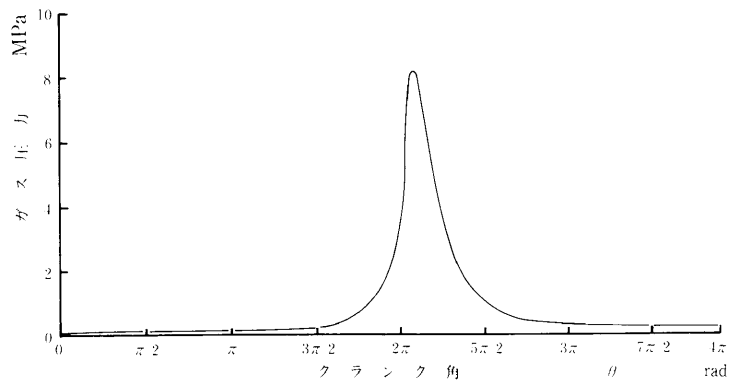


図6 指圧線図

$F_{i,2}$ の強制力として、ガス圧力による強制力の他にピストン及び接続棒の運動部から生じる慣性力を考慮している。また、 $F_{i,1}$ 及び $F_{i,3}$ の強制力としてクランク腕部とつりあいおもり部の遠心力を考慮している。そこで、これらの強制力の計算に必要な諸数値を表2に示す。なお、各強制力を算出するのに必要な計算方式は付録に示した。

表2 クランク運動部の諸元

項目	往復運動部の重量 N	回転運動部の重量 N	つりあいおもり部の重量 N	接続棒の長さ m	クランク半径 m	つりあいおもり部の回転半径 m	シリンダ直径 m
数値	33.91	23.04	20.56	26.0×10^{-2}	7.0×10^{-2}	0.0	1.1×10^{-2}

また、仮想切断位置において計算より得られた状態量 M より曲げ応力を計算するのに必要な諸数値を表3に示す。

表3 ジャーナル軸及び腕部の寸法 ($\times 10^{-2}m$)

項目	ジャーナル軸外径	ジャーナル軸内径	腕部の幅	腕部の厚さ
数値	9.0	3.5	10.7	2.25

(3) 供試機関の多支点均一真直連続はりモデルの主寸法

図7は供試機関クランク軸と、その多支点均一真直連続はりモデルの対応関係を示す。このモデル上での主寸法を表4に示す。

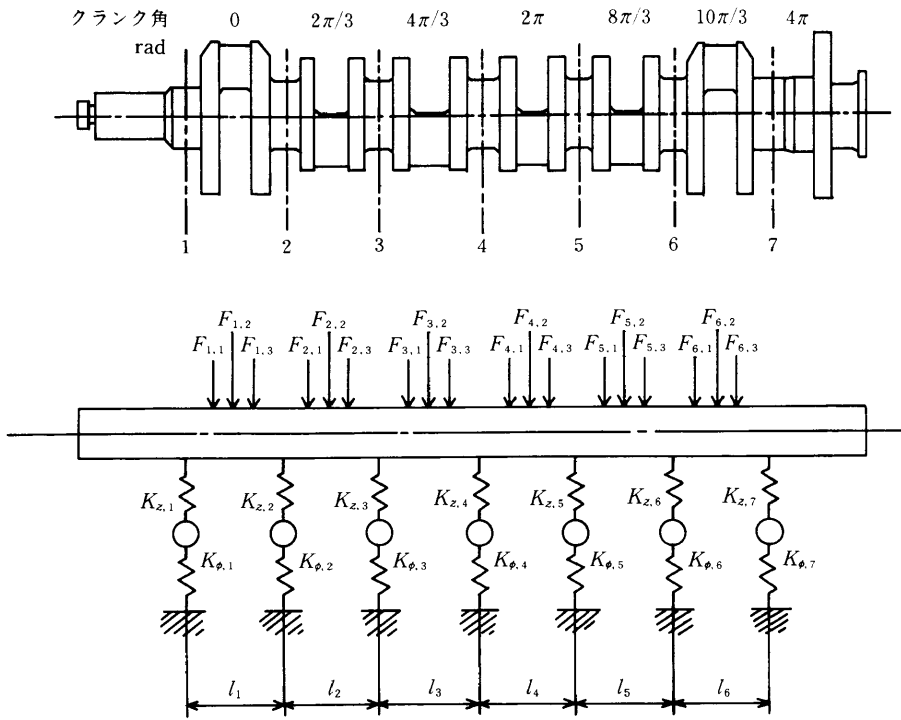


図7 直列6気筒クランク軸の連続はりモデル

表4 クランク軸の主寸法 ($\times 10^{-2}$ m)

スロー番号	長 さ				
	l_i	$l_{i,1}$	$l_{i,2}$	$l_{i,3}$	$l_{i,4}$
1	14.55	3.67	3.88	3.88	3.77
2	14.00	3.12	3.88	3.88	3.12
3	15.75	3.12	3.88	3.88	4.87
4	15.75	4.87	3.88	3.88	3.12
5	14.00	3.12	3.88	3.88	3.12
6	14.65	3.12	3.88	3.88	3.77

(4) 弾性支持部の直線バネ定数

表5は本計算に使用した弾性支持部の直線バネ定数の値の一覧表である¹⁾。

表5 各主軸受部の直線ばね定数 (直列6気筒)

ジャーナル軸番号	1	2	3	4	5	6	7
ばね定数 $\times 10^2$ N/m	9.8	10.8	10.8	8.8	10.8	10.8	9.8

4.3 計算結果

前節で述べた諸数値を使用して、供試機関の機械的な曲げ応力を計算した結果を図8～13に

示す。図8～12は機関回転数 1500 rpm, 2000 rpm 及び 2400 rpm における3,5番スローの左側腕部, また図13は機関回転数 2000 rpm における6番スローピン部の機械的な曲げ応力計算波形を示す。

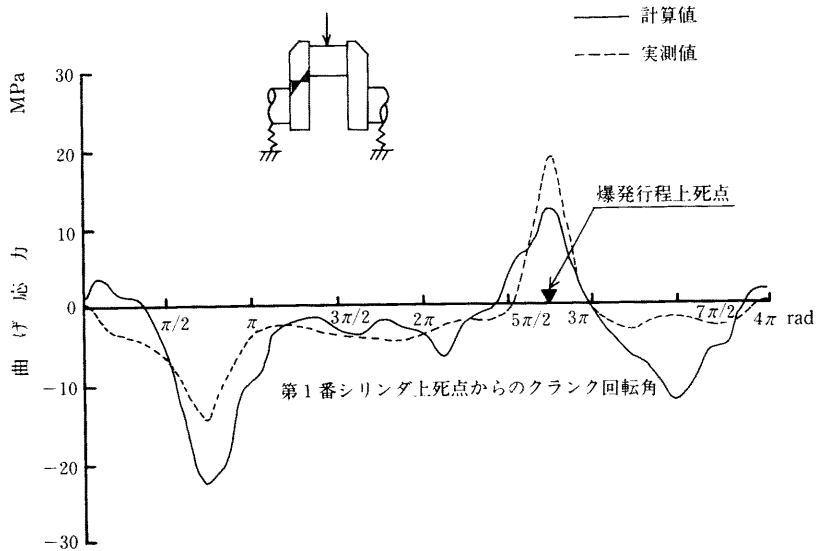


図8 3番スロー左腕部の曲げ応力波形 (1500 rpm)

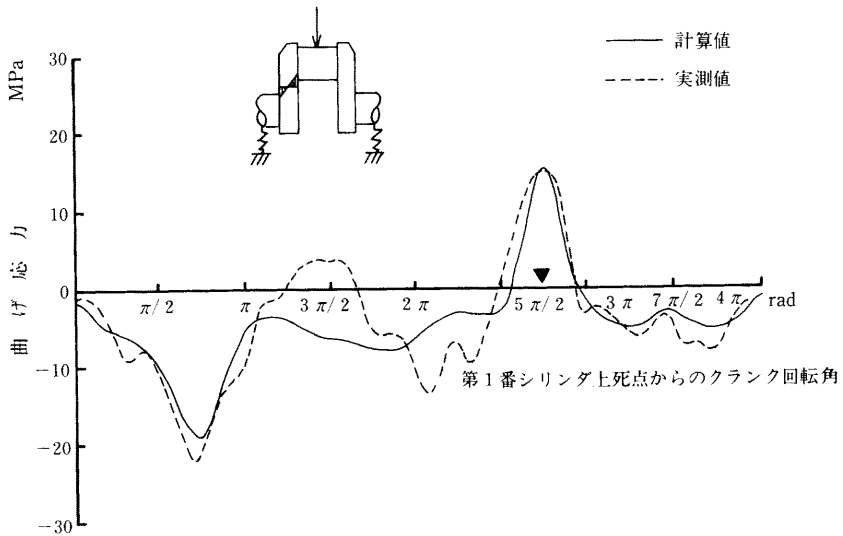


図9 3番スロー左腕部の曲げ応力波形 (2000 rpm)

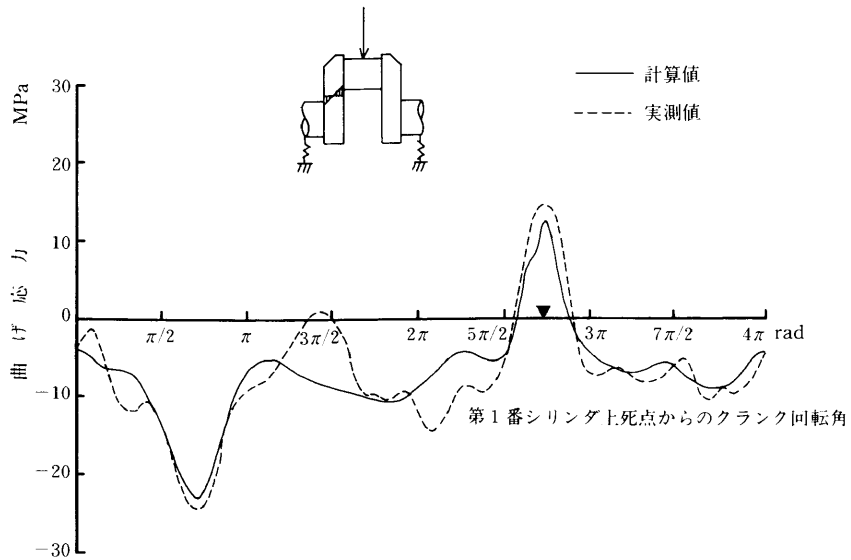


図 10 3番スロー左腕部の曲げ応力波形 (2400 rpm)

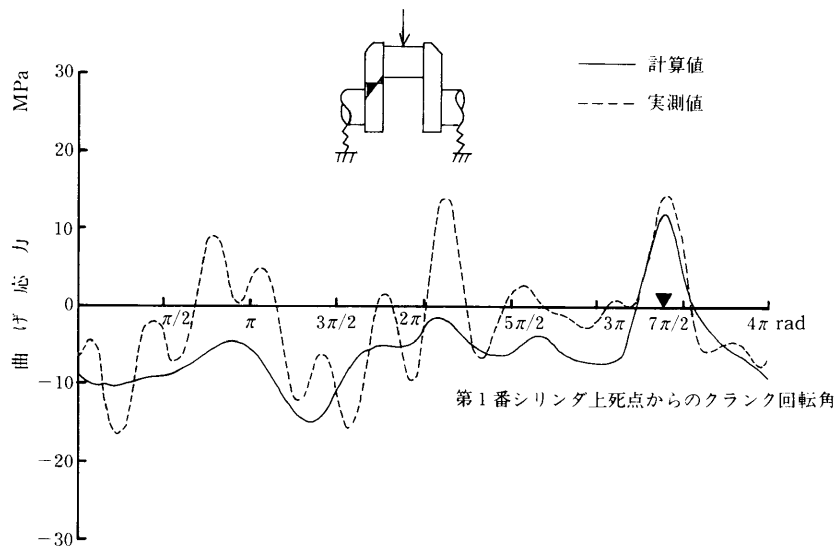


図 11 5番スロー左腕部の曲げ応力波形 (2000 rpm)

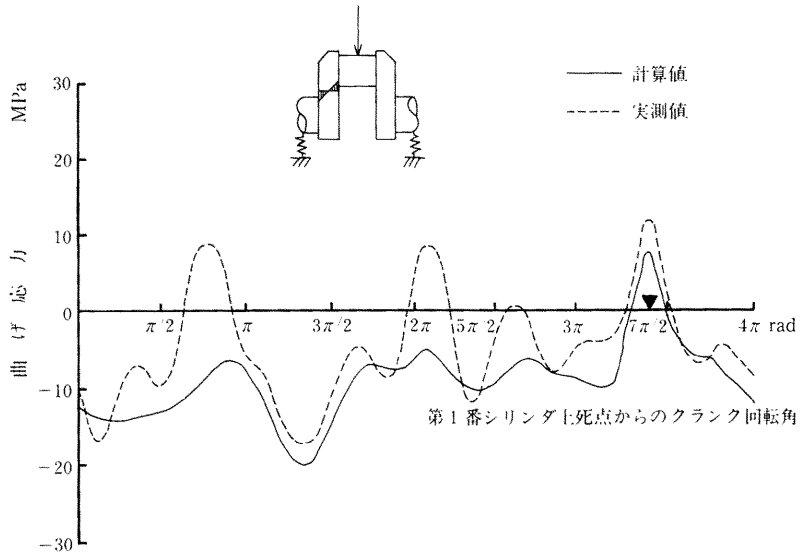


図12 5番スロー左腕部の曲げ応力波形 (2400 rpm)

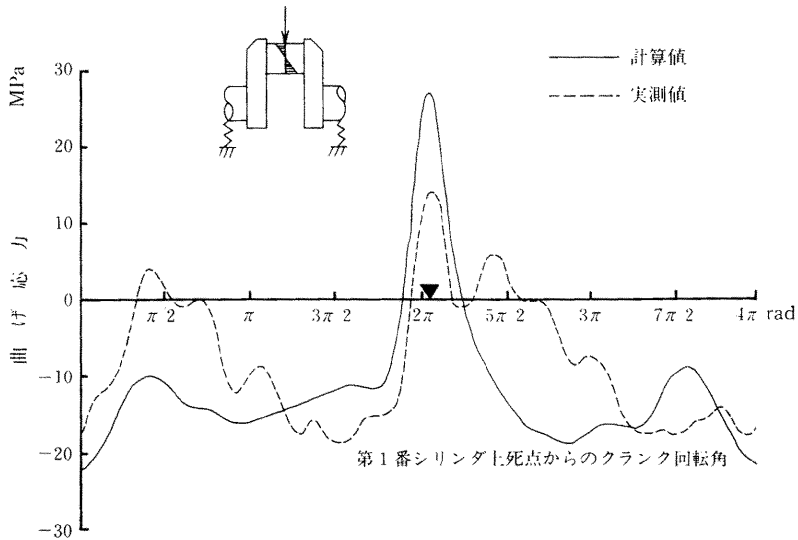


図13 6番スローピンセンタの曲げ応力波形 (2000 rpm)

5. クランク軸の曲げ応力測定結果

前章で得られた計算結果に検討を加えるために、供試機関を対象としてクランク軸左腕部及びピン部での曲げ応力測定を行なった。

供試機関のクランク軸左腕部の曲げ応力を測定するために図14に示す位置にひずみゲージを接着し、曲げひずみを測定した。全負荷で機関回転数を 1500 rpm, 2000 rpm, 2400 rpm と変化

させて得られた曲げ応力波形を図8～12にそれぞれ破線で示す。

クランクピン部の曲げ応力を測定するために、図15に示す位置にひずみゲージを接着し、機関回転数 2000 rpm で曲げひずみを測定した結果を図13に破線で示す。

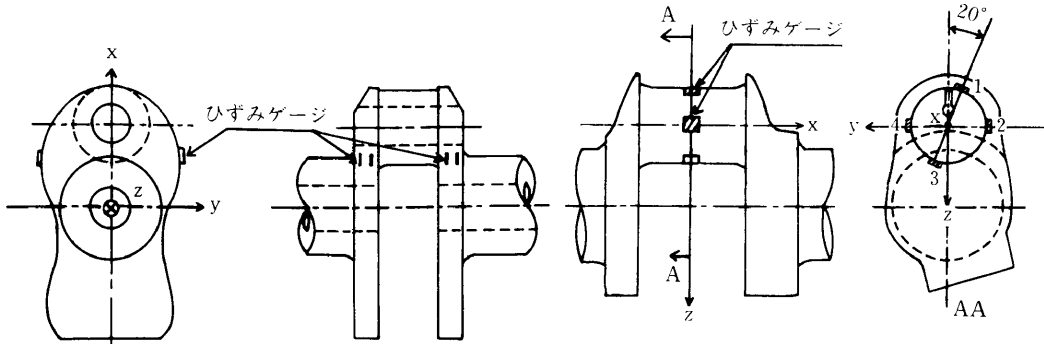


図14 クランク腕部のひずみゲージ接着位置

図15 クランクピン部のひずみにゲージ接着位置

6. 測定結果と計算結果の比較

図8～13における測定結果と計算結果の比較検討を行なう。前述したように、機関運転時にクランク軸上には、i) 振動付加曲げ応力、ii) 軸心の不整による付加曲げ応力、iii) 機械的な曲げ応力が大きさの違いはあるが同時に存在している。なお、本供試機関の使用回転数内には曲げ振動の大きな共振点が存在しないので、i) の振動付加曲げ応力としては、ねじり振動に連成して生じる曲げ応力のみを考慮して検討する。

図8～10の場合は、ねじり曲げ連成振動及び軸心の不整によって生じる曲げ応力が小さいので、計算波形と実測波形の特徴が似ている。主として機械的な曲げが生じている場合には、第3章で述べた計算法により得られる計算波形と実測波形がほぼ一致する。このことより、本計算で使用した簡単なモデルでもクランク軸に生じる機械的な曲げ応力値を実用上問題点のない範囲内で計算できることが確認された。

図11～13の例はねじり振動の6次と4.5次共振回転数近傍で、しかも、ねじり振動の節点近くの5番スロー左腕部と6番スローピンセンタでの実測結果である。したがって、この大きなねじり振動に連成した横振動によって生じる曲げ応力が実測曲げ波形に顕著に現れているため、計算より求めた機械的な曲げ応力波形は実測波形とその特徴を異にする。

機械的な曲げ応力の特性に検討を加えるために、計算波形及び実測波形を調和解析し、各次数ごとの振幅を求めて、両者を比較する。ただし、実測波形を調和解析する際に、各種曲げ応力成分を各々分離して、別々に調和解析すべきであるが、現状では完全に分離できないため、そのまま調和解析した。表6は5番スロー左側腕部における計算及び実測波形の主要次数振幅

表6 各次数の振幅値

項目		5番シリンダ左腕部の曲げ応力 MPa					
		1.0次	3.0次	4.5次	6.0次	7.5次	9.0次
1500	計算値	1.304	1.491	1.040	0.549	0.373	0.265
	実測値	2.452	1.716	1.049	0.991	1.128	0.373
2000	計算値	1.363	1.216	0.883	0.402	0.147	0.059
	実測値	2.756	1.952	2.314	3.736	0.196	0.304
2400	計算値	1.108	1.010	0.873	0.461	0.167	0.108
	実測値	1.491	2.668	3.874	0.853	0.177	0.441

の比較の一覧表である。表中の各機関回転数 1500 rpm, 2000 rpm 及び 2400 rpm は、7.5次、6次及び4.5次のねじり振動共振回転数にそれぞれ近い。したがって表に示した実測曲げ応力の値はねじり曲げ連成振動によって生じた曲げ応力の値を示す。各機関回転数において、該当する共振次数の実測波形より求めた振幅と計算波形より求めた振幅とを比較すると、前者の方が大きな値となる。とくに、2000 rpm の6次成分においては、その振幅比は9.3である。共振に該当しない次数では、実測値の方が多少大きい程度である。以上のことより、小形高速ディーゼル機関でねじり振動が顕著に現れる場合に、機械的な曲げ応力の値は、ねじり曲げ連成振動によって生じる曲げ応力の値の約1/10になっていることが容易に推定できる。すなわち、ねじり曲げ連成振動による曲げ応力成分が顕著に現れる場合は、同じ次数の機械的な曲げ応力成分を無視しても実用上問題がない。

なお、軸心の不整による付加曲げ応力は、主として、一次成分であると考えられる。そこで、表6で計算値および実測値の1次振幅を比較すると、実測値の方が多少大きくなっているが、両者の傾向は同じである。これより、本供試機関では軸心の不整により付加される曲げ応力は少ないことがわかる。

7. まとめ

クランク軸を多支点均一真直連続はりモデルに置換し、伝達マトリックス法を導入して、機械的な曲げ応力を計算する一方法について言及した。この計算法を使用して、直列6気筒小形高速ディーゼル機関を対象とし、機械的な曲げ応力の計算を行ない、実測結果と比較検討した。その結果のまとめとして、

- 1) 本計算で採用した簡単なはりモデルで、クランク軸に生じる機械的な曲げ応力の値を実用上問題のない範囲内で計算できることを確認した。
- 2) 小形高速ディーゼル機関でねじり曲げ連成振動が顕著に現れる場合には、機械的な曲げ応力の値は、ねじり連成振動によって生じる曲げ応力の値の約1/10以下である。

(1982年12月20日 受理)

参考文献

- 1) 若林・ほか2名, 船機誌, 17-12 (昭57-12), 4-11.
- 2) 星野, 機学誌, 70-581 (昭42-6), 37-45.
- 3) 新井, 船機誌, 4-10 (昭44-12), 28-39.
- 4) 新井・ほか2名, NK 技研報告, 1 (昭45-12), 1-25.
- 5) 星野・ほか6名, NK 技研報告, 3 (昭47-1), 1-7.
- 6) 津田, 機械の研究, 19-1 (昭42-1), 279.
- 7) 津田, 船機誌, 9-8 (昭49-8), 11.
- 8) 全・津田, 船機誌, 4-7 (昭44-9), 41-53.
- 9) NK 会誌, 115 (昭44-1), a66-76.

〔付 録〕 強制力 $F_{i,k}$ の算出

i 番目スローに作用する強制力の計算方法を付図 1 を使用して示す.

(1) 記号の説明 この付録に使用されている記号を説明する. その他は本文中の記号にしたがう.

D ; シリンダ直径 m.

F ; ピストンに働く合成力 N.

F_B ; i 番目スローのつりあいおもりに作用する遠心力 N.

F_C ; 回転運動部によりピストンに作用する遠心力 N.

F_G ; シリンダ内のガス圧力 N.

F_P ; 往復運動部によりピストンに作用する慣性力 N.

F_R ; 連接棒の軸方向力 N.

P_{θ_i} ; i 番目シリンダのクランク回転角 θ_i におけるシリンダ内圧力 N/m^2 .

W_B ; i 番目スローのつりあいおもり重量 N.

W_C ; 回転部の重量 N.

W_P ; 往復運動部の重量 N.

g ; 重力加速度 m/s^2 .

l ; 連接棒の長さ m.

r ; クランク半径 m.

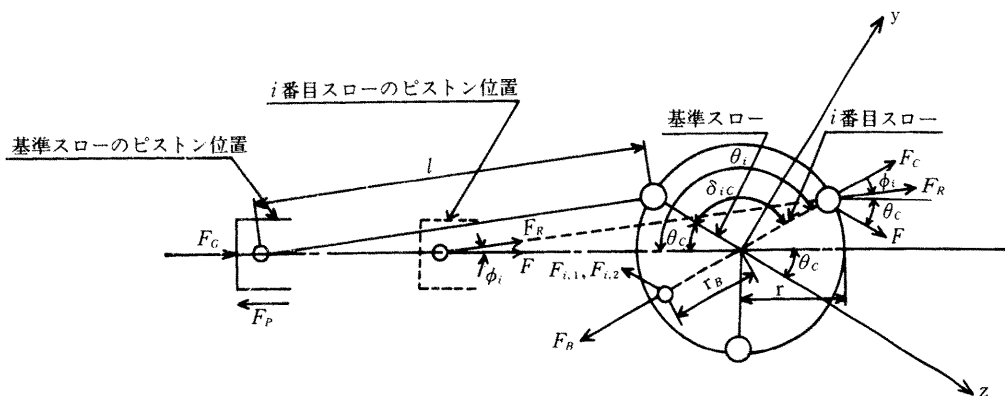
r_B ; i 番目スローのつりあいおもり部重心までの距離 m.

ρ ; つりあいおもりの比重量 N/m^3 .

ω ; クランク回転角速度 rad/s .

δ_{ic} ; 計算を行なうスローと i 番目スローのクランク角 rad .

- θ_i ; i 番目スローのクランク回転角 rad.
- θ_c ; 計算を行なうスローの基準位置からのクランク回転角 rad.
- λ ; 連接棒の長さ/クランク半径.



付図1 i 番目スローに作用する z 方向荷重 ($F_{i,1}, F_{i,2}, F_{i,3}$)

付図1を参照して、 i 番目スローの2番作用点に作用する強制力 $F_{i,2}$ の基準スローの z 軸方向成位のつり合式は、次のように表すことができる。

$$F_{i,2} = F_R \cos(\theta_c + \phi_i) - F_C \cos \delta_{ic}, \quad (1)$$

ここに、 $F_R = F / \cos \phi_i$, $F = F_G - F_P = \pi D^2 P_{\sigma i} / 4 - F_P$, $F_C = W_C r \omega^2 / g$, $F_P = (W_P / g) r \omega^2 (\cos \theta_i + \cos 2\theta_i / \lambda)$ であることを考慮して、式(1)を展開すると次のように表すことができる。

$$F_{i,2} = \left\{ F_G - \frac{W_P}{g} r \omega^2 \left(\cos \theta_i + \frac{\cos 2\theta_i}{\lambda} \right) \right\} \left(\cos \theta_c - \frac{\sin \theta_c \sin \theta_i}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2 \theta_i}} \right) - \frac{W_C}{g} r \omega^2 \delta_{ic}. \quad (2)$$

また、 i 番目スローの1と3番作用点に作用する強制力 $F_{i,1}$ と $F_{i,3}$ の基準スローの z 軸方向成位のつり合式は次のように表すことができる。

$$F_{i,1} = F_{i,3} = \frac{W_B}{g} r_B \omega^2 \delta_{ic}. \quad (3)$$

この場合、供試機関の左右のつりあいおもりの重量が等しいので付式(3)で計算することができる。