

ゴムダンパ装着クランク軸系のねじり振動角変位の一計算法

若林克彦*・宇野恒男**

A Calculation Method for the Torsional Vibration Displacement of a Crankshaft with a Rubber Damper

By Katsuhiko Wakabayashi* and Tsuneo Uno**

Synopsis: A calculation method for the torsional vibration waveform of a crankshaft with a rubber damper using transition matrices is described, in which the dynamic characteristics of the rubber are considered. The transition matrix method is a kind of step by step numerical calculation method, making indirect use of Taylor series. The rubber part of the damper is replaced with a Voigt model. The empirical formulae, in which the stiffness ratio and the damping ratio are related to strain rate by experimental work, are adopted in order to decide the representative values of the stiffness and the damping for one cycle, with due regard to the waveform of angular displacement at every engine speed. By comparing the calculated and the experimental results, it is shown that the torsional vibration waveform can be approximately simulated by this method.

要旨: ねじり振動ゴムダンパのゴム部の動特性を考慮して、ダンパ装着クランク軸系のねじり振動角変位波形を one-step 数値計算法の一種である推移マトリックス (transition matrix) 法を使用してシミュレートする一方法を呈示する。なお、ダンパゴム部はフォークトモデル (Voigt model) に置換して振動計算を行う。

ゴムダンパの動特性実験よりねじりこわさ比とひずみ速度振幅、あるいは、減衰比とひずみ速度振幅の関係で整理された実験式を、まず最初に導く。そして、各々の機関回転数におけるゴム部のねじり振動波形を考慮して、これらの実験式より1サイクルのねじりこわさ、および減衰係数の代表値を決定し、シミュレーション計算を行った。その結果、ほぼ満足のいく精度で、ダンパ装着クランク軸系のねじり振動角変位波形をシミュレートすることが可能であることを確認した。

1. ま え が き

自動車用ディーゼル機関の高速化および高出力化に伴って増加の傾向にあるねじり振動の防振対策として、安価でコンパクトなゴムダンパが多く使用されている。

一方、貨物を満載したトラックが急な下り坂にて無理なシフトダウンをすると、機関の回転数は一時的ではあるが最高回転数より30%以上も高くなる。拡大された高回転領域には、低次の危険なねじり振動が現れ、それに伴いダンパゴム部には大きなせん断ひずみが生じ、き裂を発生することもある。したがって、ゴムダンパを設計

する際には、クランク軸のねじり振動付加応力ばかりでなく、ゴム部に生ずるせん断ひずみをも考慮する必要があるてきた。

しかし、防振ゴムの動特性は一般に、温度、周波数、平均ひずみとひずみ振幅に依存している。その上、この動特性はクランク軸系のねじり振動特性に大きな影響を与えているので無視することができない。ゆえに、従来の計算法^{(1)~(4)}を使用して、ゴムダンパ装着クランク軸系のねじり振動計算を行うと、複雑なゴムの動特性を考慮できないため、図1に示すように、振幅あるいは固有振動数の見積に大幅な違いが生じ、現在問題となっている。

そこで本論文はダンパゴム部の動特性を考慮してクランク軸系のねじり振動角変位波形をシミュレートできる一方法について言及し、防振対策の一助とすることを目

*機械工学科 助教授
Associate Prof., Mechanical Engng. Div.

**丸三パッキング製作所
Marusan Packing Ltd.

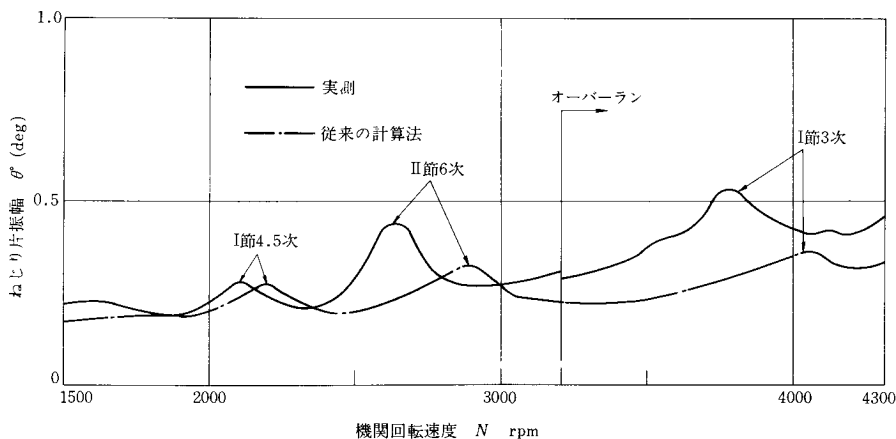


図1 従来の計算によるゴムダンパ装着クランク軸系プリー端のねじり振動角変位振幅曲線と実測振幅曲線の比較

的とする。数値計算法としては、テイラー級数を間接使用した one-Step 数値計算法の一つである推移マトリックス法を使用する。なお、本計算に必要なゴムのねじりこわさおよび減衰のデータは実験より求めた。

2. 記号の説明

本論文に用いるおもな記号を次に示す。なお、本論文では SI 単位系を使用する。

C_d ; ダンパの減衰係数 Nms

C_{dc} ; ダンパの臨界減衰係数 Nms

C_k ; k 番目スローに作用する絶対速度比例の粘性減衰係数 Nms

f ; 周波数 Hz

F_k ; k 番目シリンダに作用する起振トルク Nm

H_s ; ショア硬度

i ; 次数

I_d ; ダンパ慣性リングの慣性モーメント kgm^2

I_k ; k 番目質点の慣性モーメント kgm^2

K_d ; 動的ねじりこわさ, またはダンパのねじりこわさ Nm/rad, kNm/rad

K_{dh} ; 乱打法の実験より得られる動的ねじりこわさ Nm/rad, kNm/rad

K_k ; k 番目軸のねじりこわさ Nm/rad

K_s ; 静的ねじりこわさ kNm/rad

l ; ダンパゴム部の幅 cm

M ; 振幅の動倍率 ($= \theta_d/\theta_p$)

M_k ; ねじりこわさ比 ($= K_d/K_{dh}$)

N ; 機関回転速度 rpm

N_R ; 繰り返し数

r_1 ; ダンパゴム部の内径 cm

r_2 ; ダンパゴム部の外径 cm

T ; ゴムの温度 K

T_d ; 自由減衰ねじり振動の周期 s

γ ; ひずみ

γ_v ; v 番目の山の最大ひずみ振幅

γ_{id} ; i 次振動のひずみ振幅

γ_{iv} ; i 次振動のひずみ速度振幅 1/s

$\dot{\gamma}$; ひずみ速度 1/s

δ ; 対数減衰率

ε ; 許容誤差

θ_d ; ダンパ慣性リングのねじり振動角変位振幅 rad

θ_k ; k 番目質点のねじり振動角変位振幅 rad

θ_p ; ダンパハウジングのねじり振動角変位振幅 rad

θ_R ; ダンパゴム部のねじり振動角変位振幅 rad

θ_{Ri} ; ダンパゴム部の i 次ねじり振動の角変位振幅 rad

ν ; 整数

ξ_d ; ダンパ減衰比 ($= C_d/C_{dc}$)

ρ ; ダンパゴム部の代表半径 cm

ϕ ; ダンパ慣性リングとハウジングとの間の振動位相差 rad

ω ; クランク軸の角速度 rad/s

ω_d ; ダンパの減衰固有円振動数 rad/s

ω_i ; i 次のねじり振動の角速度 rad/s

ω_n ; 固有円振動数 rad/s

3. ゴムダンパの諸元

図2は実験に使用したゴムダンパの形状および寸法を示す。このダンパ形状は、現在広く使用されているものと同形状である。ゴムの材質は天然ゴムとし、配合割合を一部変えて、ショア硬度は42, 46, 50, 53, 58と変化

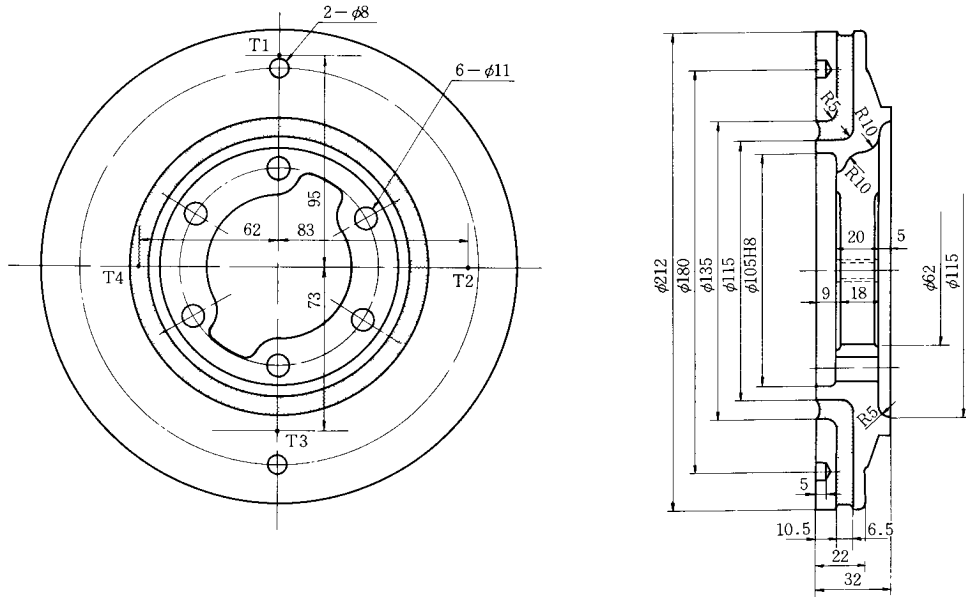


図2 ねじり振動ゴムダンパの寸法および形状

表1 ゴムダンパの静的ねじりこわさ（ダンパ慣性モーメント $I_d = 0.0137 \text{ kgm}^2$ ）

ダンパ名称	静的ねじりこわさ K_s kNm/rad			ショア 硬 度
	1	2	3	
A	10.29	10.29	10.29	42
B	12.74	13.13	13.38	46
C	14.80	15.58	15.58	50
D	17.74	18.03	18.52	53
E	19.21	20.19	20.97	58

表2 付加質量の慣性モーメント

名 称	慣性モーメント kgm^2
S	0.00364
M (Gear)	0.00438
L	0.00889
$S + M$	0.00802
$M + L$	0.01327
$S + M + L$	0.01691
LL	0.1226

させた。製品のねじりばね定数には、ばらつきがあるので、各ショア硬度ごとに3個のダンパを製作した。表1は各ダンパの諸元を示す。また、これらのダンパの固有振動数を変化させるため、ダンパ慣性リングに組合せで取り付けることができる円板を4種類つくった。それらの組合せ付加慣性モーメントを表2に示す。

ゴムの温度を測定するために、ゴム部4ヶ所（図2のT1～T4点）にハウジング側のゴム面から2.5 mmの深さまで穴をあけ、 α 熱電対を埋め込んだ。

4. ゴムダンパの動特性実験・その1

乱打法による自由減衰振動実験を行い、ゴムダンパに広く使用されている天然ゴムの動特性を調査する。ダンパゴム部に加えられるせん断ひずみを微小にして、振幅

の影響をできる限り除いて、ゴムの動特性を調べるために本実験を行う。また、この実験より得られた値を使用して、本振動計算に必要な初期値等を決定した。

ゴムダンパは計算対象とした直列6気筒機関（総排気量 6.211 dm^3 ，最大出力 $121 \text{ kW}/3200 \text{ rpm}$ ，最大トルク $402 \text{ Nm}/1600 \text{ rpm}$ ）のプーリ端（はずみ車と反対側）に取り付けられた。500Wの白熱照射灯を2個使用して、ダンパゴム部の温度を 303 K ， 323 K ， 343 K および 363 K と変化させて実験を行った。照射灯はダンパから約50 cm 離して、ほぼダンパの高さに設置し、2方向から均等に照らすようにした。なお、実験は温度測定点T1～T4の温度が同一になるのを確認して開始した。

自由減衰ねじり振動はダンパ慣性リングの外周にたてられたボルトをハンマーで接線方向に打撃することによ

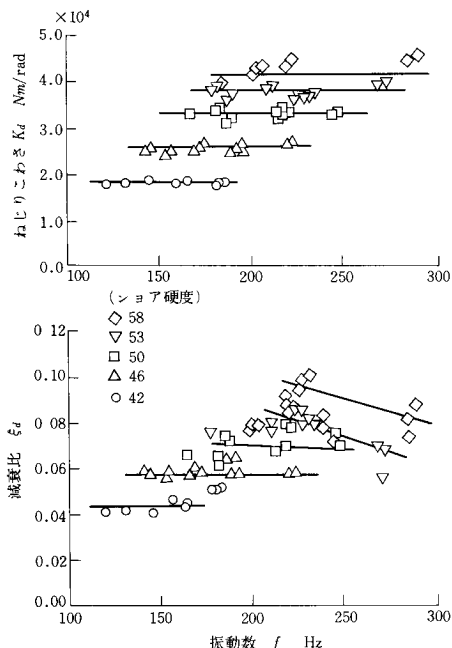


図3 ゴムの動特性 (343K)

り得られる。ハンマーで打撃する際に、出来るだけねじりひずみだけが生じるように注意を払った。ゴム部外周表面にストレングージを貼り付け、自由減衰ねじり振動波形を、せん断ひずみの形で検出し、電磁オシログラフの記録紙上に描かせた。この際に、温度や曲げひずみの影響を取り除くために、4枚ゲージ法を採用した。なお、打撃により最初に与えられるゴム部のねじり変位は、約 9×10^{-8} rad で、どの打撃でもほぼ同じになるようにした。

つぎに、ゴムの動的ねじりこわさおよび減衰係数の求め方について述べる。まず、エンジン側の慣性モーメントは、ダンパ慣性リングの慣性モーメントと比較して非常に大きいので、無限大と仮定し、減衰は等価な粘性減衰で近似すると、ダンパ振動系は一自由度の線形モデルに置換される。従って、下記の総べての関係が成立する。

$$\delta = \log_e (\theta_v / \theta_{v+1}) = \log_e (\gamma_v / \gamma_{v+1}) \quad (1)$$

$$\xi_d = \delta / \sqrt{4\pi^2 + \delta^2} \quad (2)$$

$$\omega_d = 2\pi / T_d \quad \text{rad/s} \quad (3)$$

$$\omega_n = \omega_d / \sqrt{1 - \xi_d^2} \quad \text{rad/s} \quad (4)$$

$$K_d = I_d \omega_n^2 \quad \text{Nm/rad} \quad (5)$$

$$C_d = 2\xi_d \sqrt{I_d K_d} \quad \text{Nms} \quad (6)$$

そこで、自由減衰ねじりひずみ波形記録より、各山の最大値 γ_v , γ_{v+1} および周期 T_d を読み、上式に代入すれば総べての値が求まる。

実験は表1の15個のダンパのうち、ショア硬度ごとに

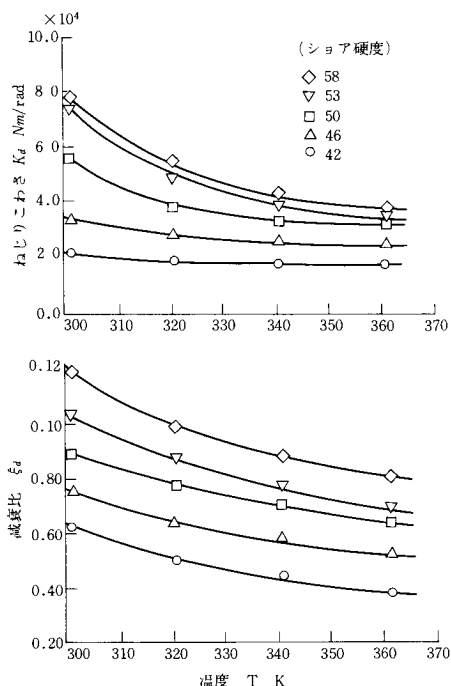


図4 ゴム特性の温度依存性

1個選び出して、何回も打撃実験を行った。実験結果の一例として、図3はゴム温度が343Kの時の動的ねじりこわさおよび減衰比の周波数特性を調べた図である。この実験条件の範囲内では、動的ねじりこわさの周波数依存性はない。また、減衰比に関しては、ショア硬度の低い方は、ほぼ一定となったが、ショア硬度が高くなるにつれて、ばらつきが大きくなった。これらの傾向は、他の温度条件の下でもまったく同じであった。図4は、ねじりこわさおよび減衰比の温度依存性を調べた図である。この結果より、ゴムのこわさおよび減衰は温度に大きく依存していることがわかる。したがって、後述する本計算法による振動計算において、ゴム特性の温度依存性を考慮しなければならない。

5. ゴムダンパの動特性実験・その2

本実験では、ねじり振動特性のほぼ判明している前述の直列6気筒機関を加振機と見なし、機関回転数を変化させて、ダンパゴム部のねじり振動角変位の測定を行い、ゴムの動特性を調べる。ダンパ慣性リングおよびダンパハウジングのねじり振動角変位は、位相差形ねじり振動計を使用して同時計測される。なお、天然ゴムは前述のように温度に敏感であるので、ゴム部の温度は実験中ほぼ313Kに保たれるようにした。

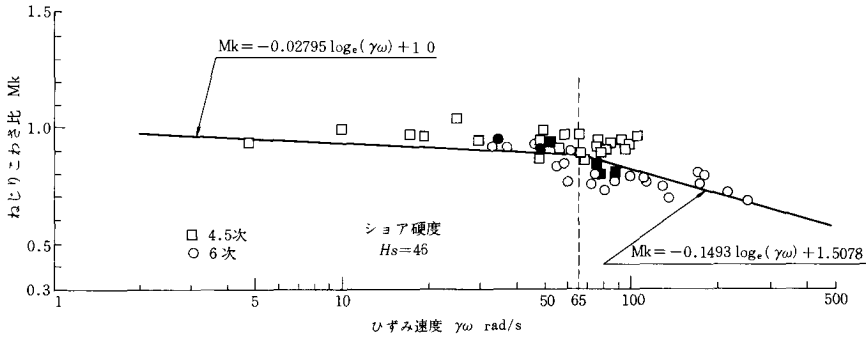


図5 ねじりこわさ比とひずみ速度振幅の関係 (313K)

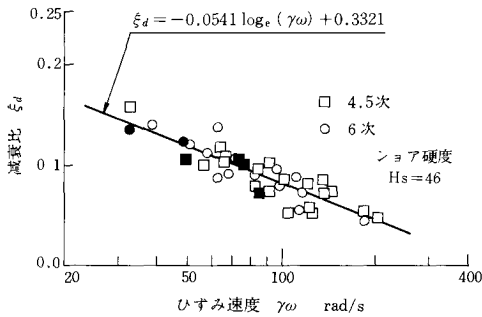


図6 減衰比とひずみ速度振幅の関係(313K)

実験より得られた振動波形は調和解析されて、各次数の振動振幅および位相角が求められた。この機関回転数ごとの解析結果より振幅曲線を描き、共振回転速度を決定した。そして、この共振回転速度より固有円振動数を求め、逆ホルツァ法⁽⁶⁾を使用して、動的ばね定数を算出した。また、共振点以外では、慣性リングとダンパハウジングとの間の各次数振動ごとの振幅比と位相差を調和解析より求め、次式に代入して動的ねじりこわさ K_d および減衰係数 C_d を算出する。

$$K_d = \frac{\omega_d^2 I_d M (M - \cos \phi)}{M^2 + 1 - 2M \cos \phi} \quad \text{Nm/rad} \quad (7)$$

$$C_d = \frac{\omega_d I_d M \sin \phi}{M^2 + 1 - 2M \cos \phi} \quad \text{Nms} \quad (8)$$

さらに、これらの値より、ねじりこわさ比 $M_k (= K_d / K_{dh}, K_{dh}$: 乱打法より得られた動的ねじりこわさ) および減衰比 $\xi_d (= C_d / C_{dc} = C_d / 2I_d \omega_d, C_{dc}$: ゴムダンパの臨界減衰係数, ω_d : ゴムダンパの固有円振動数) を求めた。なお、 ω_d の値は式(3)より算出した。

ところで、ゴムダンパに一般的に使用されている配合の天然ゴムの動特性は、温度が一定の条件下で、ひずみ速度振幅の関数で一次近似としてはほぼ整理⁽⁶⁾できることが分っている。そこで、本実験より得られたねじりこわさ比 M_k および ξ_d をひずみ速度振幅を横軸に取って整

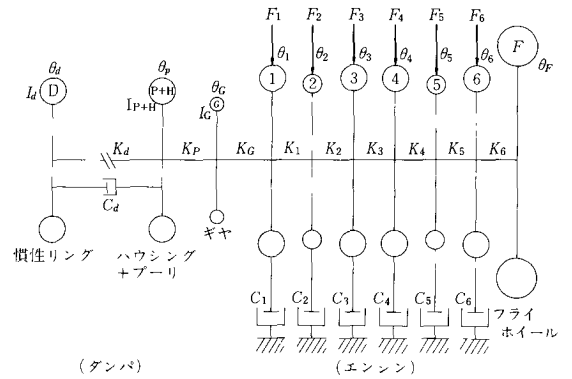


図7 ゴムダンパ装着クランク軸等価振動系

理したのが、図5および図6である。各図中には、振動計算に必要な実験式が求められている。なお、 i 次振動のひずみ速度振幅 γ_{iv} は次式で定義した。

$$\gamma_{iv} = \frac{\rho}{l} \theta_{Ri} \omega_i = \gamma_{id} \omega_i \quad 1/s \quad (9)$$

ここで、 ρ はダンパゴム部の代表位置までの距離 (代表半径) で次式に定義した。

$$\rho = 3 \cdot (r_2^4 - r_1^4) / \{4 \cdot (r_2^3 - r_1^3)\} \quad \text{cm} \quad (10)$$

今回、実験に使用したダンパのゴム部の寸法は、 $r_2 = 10.5$ cm, $r_1 = 5.75$ cm であるので、 $\rho = 8.6$ cm となる。

6. ゴムダンパ装着クランク軸系のねじり振動角変位計算法

ゴムダンパ装着クランク軸系を、図7に示す集中質点等価振動系に置換して、推移マトリックス法を導入し、ねじり振動角変位波形のシミュレートを行う。推移マトリックス法によるゴムダンパを装着しないクランク軸系のねじり振動角変位波形の数値計算法の理論については、文献(7)で詳述したので、ここでは、新たにクランク軸系に加わったゴムダンパにのみ着目して述べる。ダンパゴム部はフォークトモデル (Voigt model) に置き換

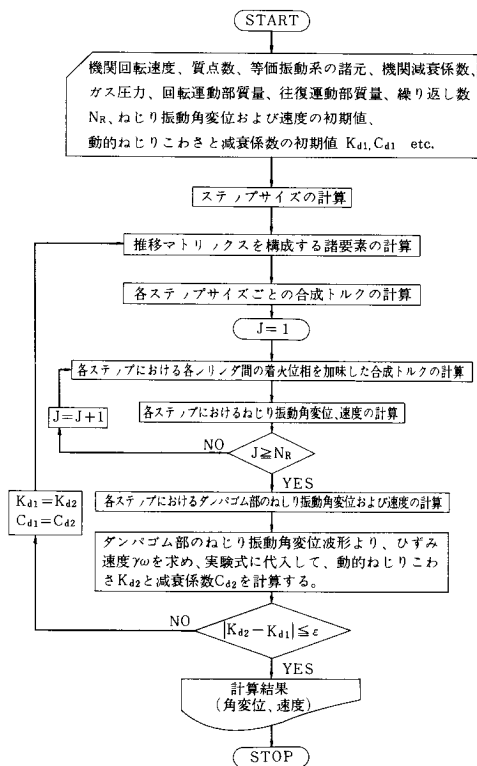


図8 計算フローチャート

える。そして、このモデルにおけるねじりばね定数および減衰係数の値は、ゴム部のねじり振動角変位波形を考慮して決定される各サイクルにおける代表値が採用される。すなわち、図5および図6に示す実験式に、式(9)より求まるひずみ速度振幅を与えることにより、代表値を決定することができる。ひずみ速度振幅はゴム部の各次数振動のねじり角変位振幅の中で、最も大きな値の次数

(以下、支配的次數と呼ぶ)に着目して決定される。

図8は本シミュレーション計算のフローチャートである。本計算法では機関回転速度ごとに、クランク軸系の各質点でのねじり振動角変位波形ならびにダンパゴム部でのねじり振動角変位波形がシミュレートできる。計算に必要なデータとして、機関回転速度、質点数、等価長さ、慣性モーメント、機関減衰係数、ガス圧力、往復運動部質量、回転運動部質量、シミュレーション計算の繰り返し数、各質点でのねじり角変位とねじり角速度の初期値、ゴムの動的ねじりこわさと減衰係数の初期値 K_{d1} 、 C_{d1} (本計算では、ゴムのショア硬度を46、ゴム温度を313Kとして、図4より $K_{d1} = 31 \text{ kNm/rad}$ 、 $C_{d1} = 3.5 \text{ Nms}$ を決定)、許容値 ε 等を読み込む。そして、まず機関回転速度を与え、つぎに、この回転速度での1サイクルが整数分割され、しかも最適ステップサイズの条件⁽⁷⁾を満足するステップサイズが決定される。そして、各推移マトリックス内の各要素の計算が行われ、さらにホルツァ計算より求まる各質点でのねじり角変位およびねじり角速度の値を初期値として与えると、つぎのステップの角変位および角速度が求められる。以下、順次連続して角変位および角速度が計算される。しかし計算の立ち上がりがあるので、2, 3周期繰り返し計算した後の結果を計算波形として採用する。本例では6周期目の波形を採用している。つぎに、ゴム部のねじり振動角変位波形は調和解析され、支配的次數の角変位振幅を決定し、式(9)に代入してひずみ速度振幅の値を求める。さらに、図5および図6の図中に示された実験式に、このひずみ速度振幅の値を与えて、ねじりこわさ比 M_k および減衰比 ξ_d を求める。ねじりこわさ比 M_k は、前述したように機関加振実験より得られる動的ねじりこわさ K_d と乱打法の実験より得られる動的ねじりこわさ K_{dn} と

表3 等価振動系の諸元

質量番号	質 量 名	慣性モーメント kgm ²	等 価 長 さ m	機関減衰係数 Nms	ダンパ減衰係数 Nms
1	ダンパ慣性リング	I_d	GI/K_d	0.0	C_d
2	ハウジング+プーリ	0.02929	21.58	0.0	0.0
3	ギ ャ	0.00086	24.87	0.0	0.0
4	No. 1 シリンダ	0.03471	8.80	5.096	0.0
5	No. 2 シリンダ	0.01928	8.80	5.096	0.0
6	No. 3 シリンダ	0.03474	9.13	5.096	0.0
7	No. 4 シリンダ	0.03474	8.80	5.096	0.0
8	No. 5 シリンダ	0.01928	8.80	5.096	0.0
9	No. 6 シリンダ	0.03471	6.99	5.096	0.0
10	はずみ車	0.6548	—	0.0	0.0

($GI = 9.8 \times 10^8 \text{ Nm}^2$, $K_d : \text{Nm/rad}$)

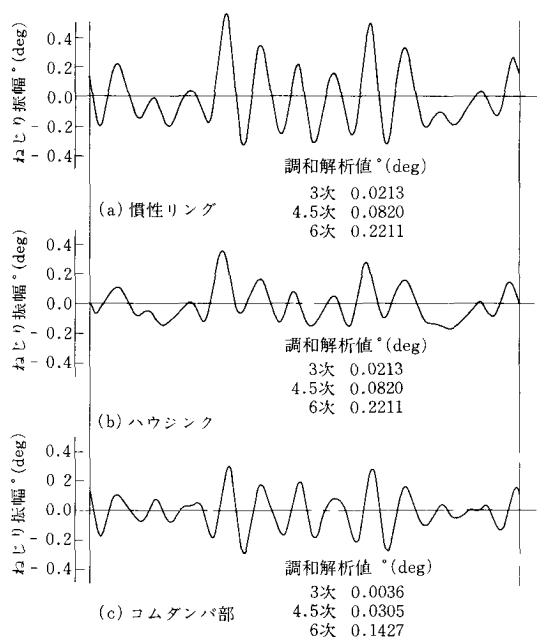


図9 ゴムダンパ部のねじり振動角変位の計算波形 ($I_d = 0.0217 \text{ kgm}^2$, 1713 rpm: I節6次共振回転数近傍)

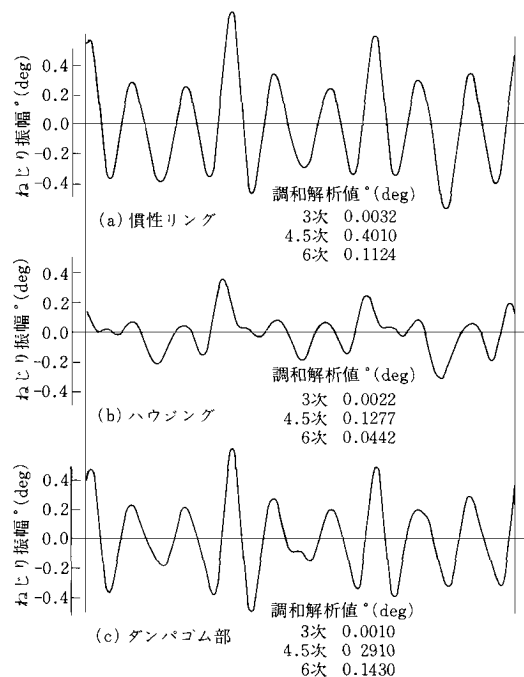


図10 ゴムダンパ部のねじり振動角変位の計算波形 ($I_d = 0.0217 \text{ kgm}^2$, 2168 rpm: I節4.5次共振回転数近傍)

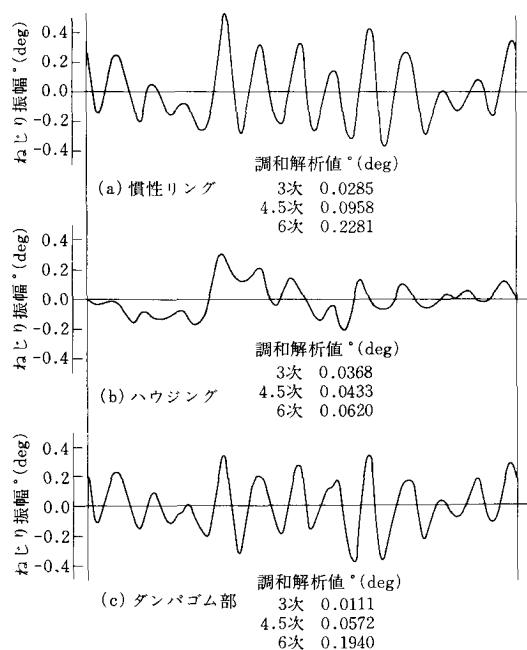


図11 ゴムダンパ部のねじり振動角変位の実測波形 ($I_d = 0.0217 \text{ kgm}^2$, 1713 rpm: I節6次共振回転数近傍)

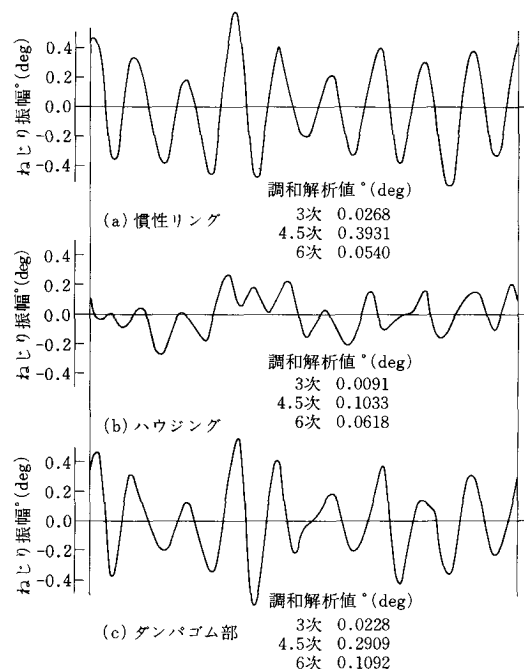


図12 ゴムダンパ部のねじり振動角変位の実測波形 ($I = 0.0217 \text{ kgm}^2$, 2168 rpm: I節4.5次共振回転数近傍)

の比 ($M_k = K_d/K_{dh}$) であるので、ゴム温度およびショア硬度を考慮して、図4より得られる K_{dh} の値を与えることにより、計算された波形での1サイクルの動的ねじりこわさの代表値 K_d を決定することができる。また、減衰係数の代表値 C_d も、図6に示された実験式を使用して同様に決定される。つぎに、この動的ねじりこわさ K_d を K_{d2} と置き、初期値 K_{d1} と比較され、 $|K_{d2} - K_{d1}| \leq \epsilon$ を満足した場合は、これまでに計算された6周期目の波形が最終結果として打ち出される。もしこの条件が満足されない場合は、新しく決定された K_{d2} , C_{d2} がダンパゴム部のねじりこわさおよび減衰係数の値 K_{d1} , C_{d1} として、あらためて使用され、以下、上記の条件が満足されるまで繰り返し計算が行われる。この計算系が収束系であるかの検討は後にゆずるが、これまで行ったすべての計算は収束した。上記の条件を一度で満足した場合の計算時間は HITAC 8800/8700 システムで約21 s であった。

7. 計算結果と実験結果の比較検討

表3は本計算対象とした機関の等価振動系の諸元を示す。これらの諸数値を使用して、ティラー級数の導関数を4階まで考慮して求めたダンパ部のねじり振動角変位波形が、図9および図10に示されている。また、図11および図12は、ゴム温度を313Kに保って行われた実験より得られた角変位波形で、計算波形と対応する。図中の(a)はダンパ慣性リング、(b)はダンパハウジング、(c)はダンパゴム部のねじり振動角変位波形である。さらに、図中には各波形を調和解析して得られた主要次数振動の振幅値を記入してある。各対応する波形をそれぞれ比較してみると、慣性リングおよびハウジングはもとよりゴム部においても角変位波形がほぼよい一致をしている。このことは、本数値計算法を使用して、ゴムダンパ装着クランク軸系のねじり振動角変位をほぼ満足のいく程度に計算できることを示している。

なお、本計算に必要なガス圧力の値は文献(8)の値を使用した。また、ねじり振動角変位の測定方法の詳細は、文献(6)に言及してある。

8. ま と め

推移マトリックス法を導入して、ゴムの動特性を考慮し、ダンパ装着クランク軸系のねじり振動角変位波形のシミュレーション計算を行い実測波形と比較した結果、ゴムの動特性として、温度依存性とひずみ速度依存性を考慮して計算すると、一次近似として工学上問題のない程度の精度を得ることができた。

9. あとがき

本論文では、計算に必要な最小限の資料を得るために、ゴムの材質および形状を固定し、配合割合も一部の变化にとどめ、さらに実験条件を限定してゴムダンパの特性実験を行い、その結果を利用してねじり振動角変位計算を行った。したがって、本数値計算法の汎用性をたかめるためには、より広範囲に実験を行い、普遍性のあるゴム動特性を把握する必要がある。

終りに、貴重なご意見、ご援助を賜った日野自動車工業株式会社の福岡雄一郎長、新倉孝昭氏、山本明氏に厚くお礼申し上げます。

(原稿受付 昭和55年9月20日)

文 献

- (1) Den Hartog, J. P. and J. P. Li: J. Appl. Mech., **13** (1946), 276.
- (2) Ker Wilson, W.: Practical Solution of Torsional Vibration Problems, Vol. 2 (1963), 173, Chapman & Hall.
- (3) 神田：内燃機関，**3**-19 (昭39-1)，20
- (4) 神田：機論，**32**-235 (昭41-3)，464
- (5) Potor, B.: J. Mech. Engng. Sci., **12**-1 (1970), 17.
- (6) Wakabayashi, K. et al.: I. Mech. E. Conference Publications, **C116/79** (1979), 21.
- (7) 若林，山田，宇野：国士館大工紀要，**10**(昭52-3)，7
- (8) 若林，関：舶機誌，**11**-11 (昭51-11)，19