

高層壁式架構の応力解析法の研究

田中輝明*1 榎田寛治*2
石川英世*3 横店秀利*4

Stress analysis of multistory shear wall structures subject to lateral loads and the experimental analysis

*Teruaki Tanaka**1 *Hiroshi Enokida**2
*Hideyo Ishikawa**3 *Hidetoshi Yokomise**4

Synopsis : In this paper, various methods of analysis are presented and compared on stress analysis of multistory shear wall structures resist horizontal forces. Analytical models are one vertical bands of openings shear wall structures with various sections (the middle corridor type structure) and the stresses analyzed by the photoelasticity are compared with various methods of analysis.

In this study, using the rigid zone (in this place, the moment of inertia supposed approximately infinite) of beam-end $0.25d$ (d : height of beam) used so far usually and $0.43d$ (proposed value calculated by Dr. Gengo Matsui), we calculate the numerical values by various methods of analysis and investigate these values of various types of the model.

In the method of analysis, four terms moment equation (expressed by considering the axial deformation of walls in the slope-deflection equation), three terms moment equation, and the deformation-energy equation (the continuous system method) are used, and in these, we take into account the rigid zone of beam-end respectively.

要旨 : 本論文では高層壁架構の応力解析の種々の方法を示し、実状に即して、8層の開口を有する変断面架構のモデルを設定して、種々の方法で数値解析を行なう。その値を光弾性実験による応力解析値と比較検討することによって、最も適当な応力解析法を見いだそうとするものである。

§1. 序

建物の高層化に伴い壁式構造も高層化され、種々の問題が生じているが、満足出来る解決がなされていないのが現状である。高層壁架構の建物の壁の抵抗力は、上層よりも下層のコンクリートの質をよくする事によって適合するが、これだけでは不十分であり、壁厚も下層へいくに従って厚くする事で壁構造としての機能が果される。このように壁厚の変化する変断面の壁架構で、開口を有する場合(中廊下式)の応力解析を数値解析と光弾性実験により行なう。光弾性実験では、試験体板厚を3mm, 5mm, 7mmと変化させる事により変断面架構を作製して応力解析を行なう。数値解析では、従来一般に

用いられている梁端部の剛域量 $0.25d$ (d は梁成)と、剛域量 $0.43d$ ⁽²⁾の場合に関して、(1) 4項モーメント式による解、(2) 3項モーメント式による解、(3) 変形エネルギー法による解を用いて解析を行ない、数値解析法の適正か否かを考察する。ここで取上げたモデルは実状に即して、壁架構のA型と、ラーメン架構のB型とした。即ちA型は壁幅/梁成が4であり、B型は2である。A型B型各々について開口幅を変化させた $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2$ 型の計6個のモデルを設定した。(Fig.5-2)

§2. 剛域、曲げ、せん断、軸方向変形考慮の壁式ラーメンの解法(4項モーメント式)

2.1 剛節条件式

n 層での剛節条件式は

$$M_{n,n-1} = k_{cn}(2\varphi_n + \varphi_{n-1} + \psi_n)$$

$$M_{n-1,n} = k_{cn}(\varphi_n + 2\varphi_{n-1} + \psi_n)$$

*1 建築学科助教授

*2 早稲田大学大学院博士課程

*3 建築学科技手補

*4 建築学科

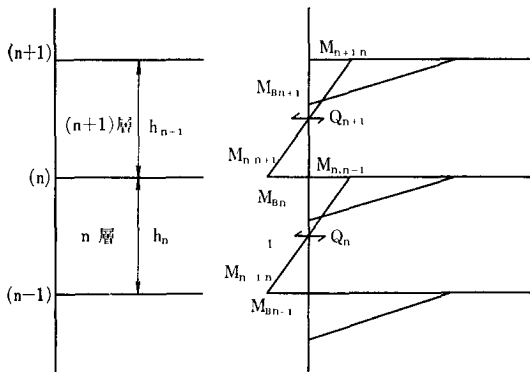


Fig. 2-1

より

$$M_{n,n-1} - M_{n-1,n} = k_{Cn}(\varphi_n - \varphi_{n-1})$$

梁の式 $M_{Bn} = k_{Bn}(3\varphi_n + \psi_{Bn})$

$$M_{Bn-1} = k_{Bn-1}(3\varphi_{n-1} + \psi_{Bn-1})$$

より

$$\varphi_n = \frac{1}{3} \left(\frac{M_{Bn}}{k_{Bn}} - \psi_{Bn} \right), \quad \varphi_{n-1} = \frac{1}{3} \left(\frac{M_{Bn-1}}{k_{Bn-1}} - \psi_{Bn-1} \right)$$

を代入して

$$\frac{3}{k_{Cn}}(M_{n,n-1} - M_{n-1,n}) = \left(\frac{M_{Bn}}{k_{Bn}} - \frac{M_{Bn-1}}{k_{Bn-1}} \right) - (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) \quad (2-1)$$

2.2 方程式の誘導 (節点方程式, 層方程式)

(n 節点) $M_{n,n+1} + M_{n,n-1} + M_{Bn} = 0 \quad (2-2)$

(n-1 節点) $M_{n-1,n} + M_{n-1,n-2} + M_{Bn-1} = 0 \quad (2-3)$

(n 層) $M_{n,n-1} + M_{n-1,n} = -Q_n h_n \quad (2-4)$

(n-1 層) $M_{n-1,n-2} + M_{n-2,n-1} = -Q_{n-1} h_{n-1} \quad (2-5)$

(2-2) より $\frac{M_{n,n+1}}{k_{Bn}} + \frac{M_{n,n-1}}{k_{Bn}} + \frac{M_{Bn}}{k_{Bn}} = 0 \quad (2-2')$

(2-3) より $\frac{M_{n-1,n}}{k_{Bn-1}} + \frac{M_{n-1,n-2}}{k_{Bn-1}} + \frac{M_{Bn-1}}{k_{Bn-1}} = 0 \quad (2-3')$

(2-1), (2-2'), (2-3') より

$$\frac{M_{n,n+1}}{k_{Bn}} + \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{3}{k_{Cn}} \right) M_{n,n-1} - \left(\frac{1}{k_{Bn-1}} + \frac{3}{k_{Cn}} \right) M_{n-1,n} - \frac{M_{n-1,n-2}}{k_{Bn-1}} - (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) = 0$$

(2-4), (2-5) を上式に代入して

$$\frac{1}{k_{Bn}} M_{n,n+1} - \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{1}{k_{Bn-1}} + \frac{6}{k_{Cn}} \right) M_{n-1,n} + \frac{1}{k_{Bn-1}} M_{n-2,n-1} = \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{3}{k_{Cn}} \right) Q_n h_n - \frac{1}{k_{Bn-1}} Q_{n-1} h_{n-1}$$

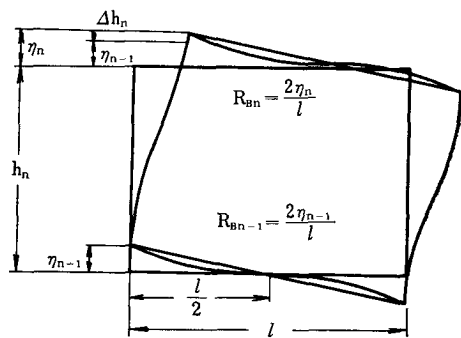


Fig. 2-2

$$+ (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) \quad (2-6)$$

$M_{n,n+1}, M_{n-1,n}, M_{n-2,n-1}$ をそれぞれ M_{n+1}, M_n, M_{n-1} とおく

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_{Bn}} M_{n+1} - \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{1}{k_{Bn-1}} + \frac{6}{k_{Cn}} \right) M_n \\ & + \frac{1}{k_{Bn-1}} M_{n-1} \\ & = \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{3}{k_{Cn}} \right) Q_n h_n - \frac{1}{k_{Bn-1}} Q_{n-1} h_{n-1} \\ & + (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) \quad (2-7) \end{aligned}$$

2.3 軸方向変形に関する条件式

節点における軸方向力のつりあい式

n 層での柱軸方向力を N_n

柱断面積 A_n

柱の伸び Δh_n

とすれば,

$$N_n = \frac{EA_n \Delta h_n}{h_n} \quad (2-8)$$

逆対称変形条件から Δh_n は梁部材角 R_{Bn} によって、次のように表わせる。

$$\Delta h_n = (R_{Bn} - R_{Bn-1}) \frac{l}{2} = -\frac{l}{12EK_0} (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) \quad (2-9)$$

$$(\psi_{Bn} = -6EK_0 R_{Bn})$$

(2-8), (2-9) より

$$N_n = -\frac{A_n l}{12K_0 h_n} (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}), \quad (2-10)$$

$$N_{n+1} = -\frac{A_{n+1} l}{12K_0 h_{n+1}} (\psi_{Bn+1} - \psi_{Bn}) \quad (2-11)$$

節点における上下の柱の軸方向力と、梁のせん断力

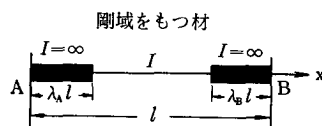


Fig. 2-3 剛域をもつ材

Q_{Bn} のつりあいから,

$$N_n - N_{n+1} + Q_{Bn} = 0 \quad (2-12)$$

$$Q_{Bn} = -2/l \cdot M_{Bn} \quad (2-13)$$

(2-10), (2-11), (2-12), (2-13) より

$$2M_{Bn} + \alpha_n(\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) - \alpha_{n+1}(\psi_{Bn+1} - \psi_{Bn}) = 0 \quad (2-14)$$

$$\alpha_n = \frac{A_n l^2}{12 K_0 h_n}, \quad \alpha_{n+1} = \frac{A_{n+1} l^2}{12 K_0 h_{n+1}}$$

2.4 剛域をもつ材の有効剛比の計算

2種の断面からなる材の基本係数は (Fig 2-3 参照)

$$\alpha_A = \int_{\lambda_A l}^{l-\lambda_B l} \frac{(1-x/l)^2}{EI} dx$$

$$= \frac{l}{3EI} \{ (1-\lambda_A)^3 - \lambda_B^3 \}$$

$$\alpha_{AB} = \int_{\lambda_A l}^{l-\lambda_B l} \frac{x/l \cdot (1-x/l)}{EI} dx$$

$$= \frac{l}{6EI} \{ 1 - 3(\lambda_A^2 + \lambda_B^2) + 2(\lambda_A^3 + \lambda_B^3) \}$$

$$\alpha_B = \int_{\lambda_A l}^{l-\lambda_B l} \frac{(x/l)^2}{EI} dx = \frac{l}{3EI} \{ (1-\lambda_B)^3 - \lambda_A^3 \}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \alpha_A' &= 6EI\alpha_A/l = 2\{ (1-\lambda_A)^3 - \lambda_B^3 \} \\ \alpha_{AB}' &= 6EI\alpha_{AB}/l \\ &= 1 - 3(\lambda_A^2 + \lambda_B^2) + 2(\lambda_A^3 + \lambda_B^3) \\ \alpha_B' &= 6EI\alpha_B/l = 2\{ (1-\lambda_B)^3 - \lambda_A^3 \} \end{aligned} \right\} (2-15)$$

とする。せん断変形によるものは $Q=1/l$ として,

$$\gamma = \frac{\kappa \cdot 1/l}{\beta \cdot G \cdot A} \cdot \frac{l'}{l} = \frac{\kappa l'}{\beta \cdot G \cdot A \cdot l^2}$$

$$\gamma' = \frac{6EI\gamma}{l} = \frac{6EI\kappa l'}{\beta \cdot G \cdot A \cdot l^3}$$

$$= 1.725 \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \left(\frac{d}{l} \right)^2 \cdot \left(\frac{l'}{l} \right) \quad (2-16)$$

β : せん断剛性低下率 ($\beta=1$ をとる)

κ : せん断変形角 ($\kappa=1.5$ をとる)

l' : 剛域を除いた長さ

d : 梁成

$E/G=2.34$

材端曲げモーメントは $I/l=kK$ とおいて

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 2EKk(a\theta_A + b\theta_B - 3cR) \\ M_{BA} &= 2EKk(a'\theta_B + b'\theta_A - 3c'R) \end{aligned} \right\} (2-17)$$

あるいは

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= k(a\varphi_A + b\varphi_B + c\psi) \\ M_{BA} &= k(a'\varphi_B + b'\varphi_A + c'\psi) \end{aligned} \right\} (2-18)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{3(\alpha_B' + \gamma')}{(\alpha_A' + \gamma')(\alpha_B' + \gamma') - (\alpha_{AB}' - \gamma')^2} \\ a' &= \frac{3(\alpha_A' + \gamma')}{(\alpha_A' + \gamma')(\alpha_B' + \gamma') - (\alpha_{AB}' - \gamma')^2} \end{aligned} \right\}$$

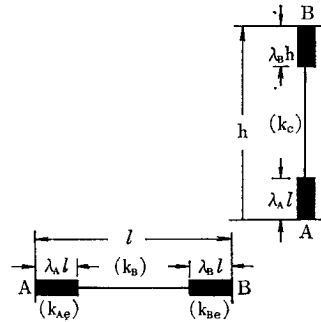


Fig. 2-4 有効剛比

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{3(\alpha_{AB}' - \gamma')}{(\alpha_A' + \gamma')(\alpha_B' + \gamma') - (\alpha_{AB}' - \gamma')^2} \\ c &= \frac{a+b}{3}, \quad c' = \frac{a'+b}{3} \end{aligned} \right\} (2-19)$$

$$\varphi = 2EK\theta, \quad \psi = -6EKR$$

2.5 有効剛比

梁, 柱には有効剛比を用いる。(Fig 2-4 参照)

梁の有効剛比

$$k_{Ae} = ck_B, \quad k_{Be} = c'k_B \quad (2-20)$$

柱の有効剛比

$$k_{Ce} = \frac{c+c'}{2} k_C \quad (2-21)$$

2.6 方程式の誘導

(2-7) より有効剛比を考慮して,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_{Bn}} M_{n+1} - \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{1}{k_{Bn-1}} + \frac{6}{k_{Cn}} \right) M_n \\ & + \frac{1}{k_{Bn-1}} M_{n-1} \\ & = \left(\frac{1}{k_{Bn}} + \frac{3}{k_{Cn}} \right) Q_n h_n - \frac{1}{k_{Bn-1}} Q_{n-1} h_{n-1} \\ & + (\psi_{Bn} - \psi_{Bn-1}) \end{aligned} \quad (2-22)$$

同様にして

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_{Bn+1}} M_{n+2} - \left(\frac{1}{k_{Bn+1}} + \frac{1}{k_{Bn}} + \frac{6}{k_{Cn+1}} \right) M_{n+1} \\ & + \frac{1}{k_{Bn}} M_n \\ & = \left(\frac{1}{k_{Bn+1}} + \frac{3}{k_{Cn+1}} \right) Q_{n+1} h_{n+1} - \frac{1}{k_{Bn}} Q_n h_n \\ & + (\psi_{Bn+1} - \psi_{Bn}) \end{aligned} \quad (2-23)$$

(2-14), (2-22), (2-23) より $\psi_{Bn+1}, \psi_{Bn}, \psi_{Bn-1}$ を消去して次の4項モーメント式になる。

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{n+1}}{k_{Bn+1}} M_{n+2} \\ & - \left(\frac{\alpha_{n+1}}{k_{Bn+1}} + \frac{\alpha_n + \alpha_{n+1}}{k_{Bn}} + \frac{6\alpha_{n+1}}{k_{Cn+1}} + 2 \right) M_{n+1} \\ & + \left(\frac{\alpha_n + \alpha_{n+1}}{k_{Bn}} + \frac{\alpha_n}{k_{Bn-1}} + \frac{6\alpha_n}{k_{Cn}} + 2 \right) M_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\alpha_n}{k_{Bn-1}} M_{n-1} \\
 = & \left(\frac{\alpha_{n+1}}{k_{Bn+1}} + \frac{3\alpha_{n+1}}{k_{Cn+1}} \right) Q_{n+1} h_{n+1} \\
 & - \left(\frac{\alpha_n + \alpha_{n+1}}{k_{Bn}} + \frac{3\alpha_n}{k_{Cn}} + 2 \right) Q_n h_n \\
 & + \frac{\alpha_n}{k_{Bn-1}} Q_{n-1} h_{n-1} \quad (2-24)
 \end{aligned}$$

上端の境界方程式

($n=m$) のとき

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\alpha_m}{k_{Bm}} + \frac{\alpha_m}{k_{Bm-1}} + \frac{6\alpha_m}{k_{Cm}} + 2 \right) M_m - \frac{\alpha_m}{k_{Bm-1}} M_{m-1} \\
 = & - \left(\frac{\alpha_m}{k_{Bm}} + \frac{3\alpha_m}{k_{Cm}} + 2 \right) Q_m h_m + \frac{\alpha_m}{k_{Bm-1}} Q_{m-1} h_{m-1} \quad (2-25)
 \end{aligned}$$

($n=m-1$) のとき

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{\alpha_m}{k_{Bm}} + \frac{\alpha_m + \alpha_{m-1}}{k_{Bm-1}} + \frac{6\alpha_m}{k_{Cm}} + 2 \right) M_m \\
 & + \left(\frac{\alpha_m + \alpha_{m-1}}{k_{Bm-1}} + \frac{\alpha_{m-1}}{k_{Bm-1}} + \frac{6\alpha_{m-1}}{k_{Cm-1}} + 2 \right) M_{m-1} \\
 & - \frac{\alpha_{m-1}}{k_{Bm-2}} M_{m-2} \\
 = & \left(\frac{\alpha_m}{k_{Bm}} + \frac{3\alpha_m}{k_{Cm}} \right) Q_m h_m \\
 & - \left(\frac{\alpha_m + \alpha_{m-1}}{k_{Bm}} + \frac{3\alpha_{m-1}}{k_{Cm}} + 2 \right) Q_{m-1} h_{m-1} \\
 & + \frac{\alpha_{m-1}}{k_{Bm-2}} Q_{m-2} h_{m-2} \quad (2-26)
 \end{aligned}$$

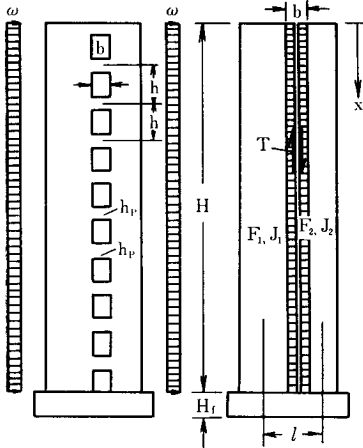


Fig. 3-1 開口列壁とその置換系

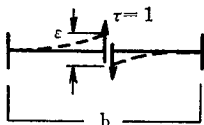


Fig. 3-2 結合部分の置換変形

下端の境界方程式 (基礎固定)

($n=1$) のとき

$$\begin{aligned}
 & \frac{\alpha_2}{k_{B2}} M_3 - \left(\frac{\alpha_2}{k_{B2}} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{k_{B1}} + \frac{6\alpha_2}{k_{C2}} + 2 \right) M_2 \\
 & + \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{k_{B1}} + \frac{6\alpha_1}{k_{C1}} + 2 \right) M_1 \\
 = & \left(\frac{\alpha_2}{k_{B2}} + \frac{3\alpha_2}{k_{C2}} \right) Q_2 h_2 \\
 & - \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{k_{B1}} + \frac{3\alpha_1}{k_{C1}} + 2 \right) Q_1 h_1 \quad (2-27)
 \end{aligned}$$

(2-24)~(2-27) 式から各層柱脚モーメント M_n が決まる。

§3. 変形エネルギー法による解法 I (等断面を有する開口列壁)

3.1 1開口列の壁

壁の幅と厚さは弾性係数に無関係に壁全体で不変であるとする。開口間の梁は1つの連続した結合物に代用して考える。さらにこの結合は開口幅を2分に切断された平面と考える。この切断面では外荷重の作用の下に垂直せん断力 τ が働く。結合部分の堅さ係数は荷重を単位にとり、その変形によって表わせる。

Fig.3-1, Fig.3-2 の記号を用いて、単位長さ当りの堅さ係数は (3-1) のように書くことができる。

$$\varepsilon = \frac{hb^3}{12EJ_p} \quad (3-1)$$

断面二次モーメント J_p または h が変化する場合はいずれの近似値として平均値を用いる。

せん断力 τ の大きさと分布を調べるために、考えている系の変形エネルギーの式をつくる。それには壁、基礎、地面の変形エネルギーを考えてつくる。基礎は剛であるためには地盤の変形から独立である。故に壁の変形エネルギーの式、すなわち壁部分と結合部分でのみ表わされればよい。

壁の上端から考えている横断面 x までのせん断力は

$$T = \int_0^x \tau dx \quad (3-2)$$

よって、結合部分の変形エネルギーは次のようになる

$$U_0 = \frac{1}{2} \int_0^H \varepsilon \tau^2 dx = \frac{1}{2E} \int_0^H \frac{hb^3}{12J_p} T'^2 dx \quad (3-3)$$

さらに、壁部分の変形に対してフックの法則が適用されると仮定すれば、壁面の適用は壁幅に比べて壁高の大きい方がよい。断面 x でのモーメントの合計は

$$M = \omega x^2 - Tl \quad (3-4)$$

となる。

水平たわみの一致によって M は曲げ剛度に比例して、両方の壁に分配されるので、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= (\omega x^2 - Tl) \frac{J_1}{J_1 + J_2} \\ M_2 &= (\omega x^2 - Tl) \frac{J_2}{J_1 + J_2} \end{aligned} \right\} \quad (3-5)$$

となる。これによって壁の変形エネルギーが求まる

$$U_s = \frac{1}{2E} \int_0^H \left[(\omega x^2 - Tl)^2 \frac{1}{J_1 + J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) T^2 \right] dx \quad (3-6)$$

(3-3) と (3-6) 式の和は壁全体の変形エネルギーになる。

$$U = \frac{1}{2E} \int_0^H \left[\frac{hb^3}{12J_p} T'^2 + \frac{(\omega x^2 - Tl)^2}{J_1 + J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) T^2 \right] dx \quad (3-7)$$

結合部のせん断力 τ は各断面において壁の相互垂直変位に比例する。壁の上端で壁の相互変位の妨げはないので、この部分での境界条件は

$$T = 0 \quad (x=0) \quad (3-8)$$

となる。下端では壁の相互垂直変位は連続基礎 (剛) によって妨げられる。

故に境界条件は

$$\tau = T' = 0 \quad (x=H) \quad (3-9)$$

となり、求める関数 T の形は最小変形エネルギーの原理を用いて決定される。変分問題のオイラーの方程式は次のようになる。

$$F_T - \frac{d}{dx} F_{T'} = 0 \quad (3-10)$$

ここで F は (3-7) 式の積分記号の後の関数を表わし、インデックス T, T' は関数 F を微分することを示す。

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 &= \left[\frac{l^2}{J_1 + J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) \right] \frac{12J_p}{hb^3} \\ \beta &= \frac{\omega l}{J_1 + J_2} \cdot \frac{12J_p}{hb^3} \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

(3-11) 式を用いて、微分演算を行ない、オイラーの微分方程式は簡単な形になる。

$$T'' - \lambda^2 T + \beta x^2 = 0 \quad (3-12)$$

これは非同次の2階の線形微分方程式で定数係数をもつ。その解は境界条件 (3-8), (3-9) 式を満足する一定の三角級数 (3-13) 式の形に求まる。

$$T = \sum a_i \sin \frac{i\pi x}{2H} \quad (i=1, 3, 5, \dots, n) \quad (3-13)$$

(3-13) 式の実際には次の利点がある。高層建物の静的研究の際、それが種々の配列の開口列をもつ隔壁の場合、式 $\sin i\pi x/2H$ の係数 a_i においてのみせん断力 T の式は異なる。それは計算量の短縮にもなる。今、係数 a_i は与えられた問題の微分方程式 (3-12) を (3-13) 式ができるだけよく満たすように決められねばならない。 a_i に対するガレルキンの決定式は次のようになる。

$$\int_0^H L(x) \cdot f_i(x) dx = 0 \quad (i=1, 3, 5, \dots, n) \quad (3-14)$$

ここで $f_i(x)$ は級数 (3-13) 式の i 番目の座標関数で、 $L(x)$ は微分方程式 (3-12) に級数 (3-13) 式を代入した答を意味する。

微分と積分演算を行なって、係数 a_i の式を得る。

$$a_i = \frac{\beta \left[-\frac{2}{\left(\frac{i\pi}{2H} \right)^2} \pm \frac{2H}{\left(\frac{i\pi}{2H} \right)^2} \right]}{\frac{1}{2} H \left[\left(\frac{i\pi}{2H} \right)^2 + \lambda^2 \right]} \quad (3-15)$$

ここで加数は2で、 $i=1, 5, 9, \dots$ に対しては正の符号、 $i=3, 7, 11, \dots$ に対し負の符号がとられる。

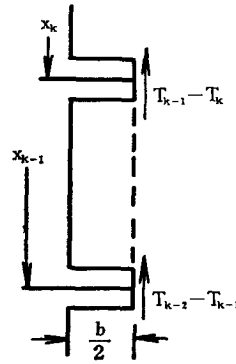


Fig. 3-3

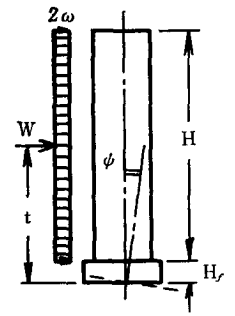


Fig. 3-4

級数 (3-13) 式は係数 (3-15) 式を用いて求まる。

係数 a_i の式 (3-15) はリッツの方法を用いて直接に変形エネルギーの式 (3-7) から解かれる。しかし微分方程式の方法は明瞭で、この方法は近似解と数学的正確な解との結果の比較が可能になる。計算における級数式、(3-13) の項数の取り方は要求する精度による。級数の収収が良いので、かなり少ない項数で充分である。

壁部分の応力は既知の式 (3-16) で導かれ、梁間で曲げモーメント (3-17) 式が用いられる。

$$\sigma = \frac{T}{F} \pm \frac{M}{W} \quad (3-16)$$

$$M_k = \pm (T_{k-1} - T_k) \cdot \frac{1}{2} b \quad (3-17)$$

ここで T_k は $x=x_k$ での関数 T の値を表わす。(Fig. 3-3 参照)

3.2 たわみの計算

壁のたわみ曲線に対しては今の場合 (3-18) 式で与えられる。

$$y'' \cdot E(J_1 + J_2) = -\omega x^2 + l \sum a_i \sin \frac{i\pi x}{2H} \quad (3-18)$$

底面の弾性曲げ剛性による基礎の回転角は (3-19) 式で表わせる。(Fig. 3-4 参照) 壁の上端のたわみは (3-20) 式のようになる。

$$\varphi = \frac{Wt}{CJ_f} \quad (3-19)$$

$$f = \frac{Wt}{CJ_f}(H+H_f) \quad (3-20)$$

ここに、

Cは問題の地質係数

J_f は壁面に直角な主軸に関する基礎横断面の断面二次モーメント。

Wt は基礎下端からの高さ t での外荷重による曲げモーメント。

式 (3-18) の二重積分をして、相応する境界条件と、(3-20) 式を付加して、壁上端のたわみの最終式 (3-21) を得る。

$$f = \frac{1}{E(J_1+J_2)} \left[\frac{1}{4} \omega H^4 + l \sum_i a_i \left(\frac{2H}{i\pi} \right)^2 \right] + \frac{Wt}{CJ_f}(H+H_f) \quad (3-21)$$

ここで、カギ括弧の第2項は $i=1, 5, 9, \dots$ に対しては負符号、 $i=3, 7, \dots$ に対しては正符号を取る。

§4. 変形エネルギー法による解法 II (変断面を有する開口列壁)

4.1 せん断力の微分方程式の誘導

建物の実際の状況は多くは壁横断面の断面二次モーメントの変化すなわち弾性係数の不定関数になる。計算上、それは相応する不変の微分可能な関数に換える。(3-7) 式より系の変形エネルギーに対する表現で積分記号の後の固定した関数は次のようになっている。

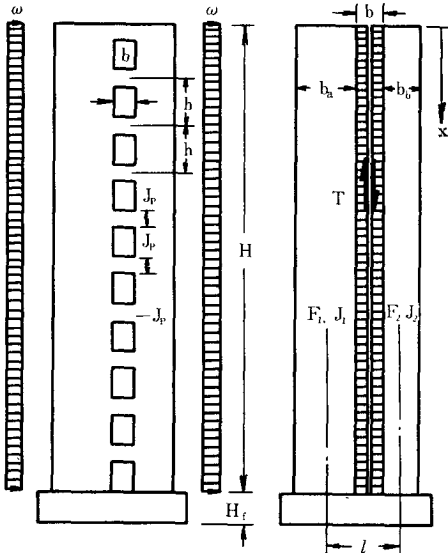


Fig. 4-1

$$F = \frac{1}{E} \left[\frac{hb^3}{12J_p} T'^2 + \frac{(\omega x^2 - Tl)^2}{J_1+J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) T^2 \right] = \frac{1}{E} \left\{ \left[\frac{l^2}{J_1+J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) \right] T^2 + \frac{hb^3}{12J_p} T'^2 - \frac{2\omega l}{J_1+J_2} x^2 T + \frac{\omega^2 x^4}{J_1+J_2} \right\} \quad (4-1)$$

相応する変分問題のオイラーの微分方程式としては、

$$F_T - \frac{d}{dx} F_{T'} = 0 \quad (4-2)$$

を得る。ここで一定厚さの壁部分については補助式、

$$\left. \begin{aligned} F_T &= \frac{2}{E} \left\{ \left[\frac{l^2}{J_1+J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) \right] T - \frac{\omega l x^2}{J_1+J_2} \right\}, \\ F_{T'} &= \frac{hb^3}{6EJ_p} T', \\ \frac{d}{dx} F_{T'} &= \frac{hb^3}{6E} \left(\frac{T'}{J_p} \right)' \\ &= \frac{hb^3}{6EJ_p} \left(T'' - \frac{J_p'}{J_p} T' \right) \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

この補助式を代入して、オイラーの微分方程式の一般の公式は、整理して、次式 (4-4) を用いて、

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 &= \left[\frac{l^2}{J_1+J_2} + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right) \right] \frac{12J_p}{hb^3}, \\ \beta &= \frac{\omega l}{J_1+J_2} \cdot \frac{12J_p}{hb^3}, \\ \gamma &= \frac{J_p'}{J_p} \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

この問題の最終の形の微分方程式は、

$$-T'' + \gamma T' + \lambda^2 T = \beta x^2 \quad (4-5)$$

これは一定断面二次モーメントをもつ壁に相当する微分方程式 (3-12) と比べて、ここではせん断力関数 T の1階導関数の項が新しく現われることで異っている。実際上一般的に壁横断面は単に矩形から成り上式の (4-4) において、壁厚 d とすれば簡単になり、これは次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 &= \left[\frac{12l^3}{b^3 a + b^3 b} + \left(\frac{1}{b_a} + \frac{1}{b_b} \right) \right] \frac{h^3_p}{hb^3}, \\ \beta &= \frac{12\omega l}{b^3 a + b^3 b} \cdot \frac{h^3_p}{hb^3}, \\ \gamma &\approx \frac{\Delta d}{Hd} \end{aligned} \right\} \quad (4-4')$$

これらの記号は図 4-1 を参照する。単純化のために (4-4') の3番目の式では壁厚の線形変化を基礎にして下端と上端の壁断面の壁厚の差を Δd で表す。係数 γ は変化する壁厚 d のために、変数 x と共に変化する。ここ

で壁断面の断面二次モーメントは一定とし、コンクリートの質を上から下へ高くすることによって弾性係数の変化のみ考慮するならば、再び微分方程式 (4-5) において、 r の代りに (4-6) 式が用いられる。

$$\bar{r} = \frac{E'}{E} \quad (4-6)$$

再び単純化のために、弾性係数の線形変化をとり上下壁断面の弾性係数の差を ΔE とすると次式を得る。

$$\bar{r} = \frac{\Delta E}{HE} \quad (4-6')$$

次に壁の断面二次モーメントの変化と共に、弾性係数の変化も考慮して、微分方程式 (4-5) において、 r の代りに次式を用いる。

$$\bar{r} = \frac{J_p'}{J_p} + \frac{E'}{E} \approx \frac{1}{H} \left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta E}{E} \right) \quad (4-7)$$

微分方程式 (4-5) 式は相当する変分問題の代りに、直接つり合いを考えてからも導かれる。

4.2 微分方程式の境界条件

求める微分方程式 (4-5) の境界条件は一定厚の壁の場合と同一である。一般の基礎 (連続) をもつ壁では、

$$T_{x=0} = 0, \quad T_H' = 0 \quad (4-8)$$

4.3 微分方程式の解

ここで求めるせん断力関数は次の級数で表わされる。

$$T = \sum a_i \sin \frac{i\pi x}{2H} \quad (i=1, 3, 5, \dots) \quad (4-9)$$

今計算上、次の形をとる。

$$T = \sum a_i \sin \frac{(2i-1)\pi}{2H} x \quad (i=1, 2, 3, \dots, n) \quad (4-10)$$

この2式は問題の境界条件 (4-8) 式を満す。係数 a_i はガレルキンの方法で求められる。 $r=$ 一定の場合は壁厚変化が指数関数に一致する。係数 a_i の計算は各々の場合に連立方程式の系が求まり、配列法を用い n 個の配列場所について微分方程式 (4-5) が満されているという条件から求まる。

T についての級数式とその導関数を微分方程式 (4-5) に代入して、 $x=x_k$ についての線形非同次式 (4-11) を得る。

$$\sum_1^n a_i V_{ki} = P_k \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (4-11)$$

そして次の形の行列式を得る。

$\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}$	a_1	a_i	a_n	
1	V_{11}	V_{1i}	V_{1n}	P_1
k	V_{k1}	V_{ki}	V_{kn}	P_k
n	V_{n1}	V_{ni}	V_{nn}	P_n

(4-11')

係数の公式は次のようになる。

$$V_{ki} = \left\{ \left[\frac{(2i-1)\pi}{2H} \right]^2 + \lambda_k^2 \right\} \sin \frac{(2i-1)\pi}{2H} x_k + \tau_k \frac{(2i-1)\pi}{2H} \cos \frac{(2i-1)\pi}{2H} x_k \quad (4-12)$$

$$P_k = \beta_k x_k^2 \quad (4-13)$$

数値計算では次式で充分正確に計算される。

$$V_{ki} = \left\{ \left[\frac{(2i-1)\pi}{2H} \right]^2 + \lambda_k^2 \right\} \sin \frac{(2i-1)\pi}{2H} x_k \quad (4-12')$$

すなわちこの式では関数 T について壁厚の変化の影響は無視される。上述の式のインデックス k は断面 $x=x_k$ に代入すべき値を示す。 x 軸正の方向に対し壁厚は大きくなるから r の値は正となる。ふつうたとえば、 $n=4$ で充分正確な答が得られる。線形方程式 (4-11) の解に対して式 (4-10) によりせん断力関数 T の式をつくる。壁と梁の応力は §3 に示すように計算される。

4.4 たわみの計算

壁の変形に基づく壁部分の水平たわみは次式を2回積分して求められる。

$$y'' E(J_1 + J_2) = -\omega x^2 + I \sum_{i=1}^n a_i \sin \frac{(2i-1)\pi}{2H} x \quad (4-14)$$

$J_1 + J_2$ は不定関数であり、個々に積分される。

たわみの大きさは数学的には粗に基礎的に捕え、近似的に決められる。そこで困難な積分を避け近似法を適宜に用いる。この目的のために微分方程式 (4-14) で x と共に変化する係数 $J_1 + J_2$ は次に述べるようにある固定値で代用する。

壁上端の水平たわみは、接合片持梁すなわち実際の片持梁の M/EJ 面積で負荷する上部接合のある片持梁の曲げモーメントに関するグリーンの定理によって計算される。

変化断面二次モーメントをもつ片持梁に対しては Fig. 4-2 において次のようになる。

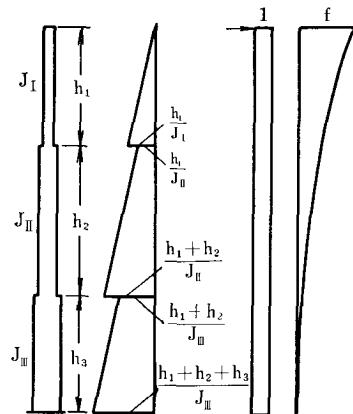


Fig. 4-2

$$\begin{aligned}
 Ef = & \frac{1}{2} \cdot \frac{h_1^3}{J_I} \cdot \frac{2}{3} h_1 + \frac{2h_1+h_2}{2J_{II}} \cdot h_2 \\
 & \cdot \left(h_1 + \frac{h_2}{3} \cdot \frac{3h_1+2h_2}{2h_1+h_2} \right) \\
 & + \frac{2h_1+2h_2+h_3}{2J_{III}} \cdot h_3 \\
 & \cdot \left(h_1+h_2 + \frac{h_3}{3} \cdot \frac{3h_1+3h_2+2h_3}{2h_1+2h_2+h_3} \right) \quad (4-15)
 \end{aligned}$$

両方の壁部分の断面二次モーメントの和は h_1, h_2, h_3 の範囲で各々 J_I, J_{II}, J_{III} で表示する。

片持梁と考えた壁上端のたわみは次のようになる。

$$Ef = \frac{H^3}{3(J_I+J_2)} \quad (4-16)$$

式(4-15)と(4-16)の右辺を等しくおいて次のようになり、

$$\begin{aligned}
 \frac{H^3}{3(J_I+J_2)} = & \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1^3}{J_I} + \frac{2h_1+h_2}{2J_{II}} \cdot h_2 \\
 & \cdot \left(h_1 + \frac{h_2}{3} \cdot \frac{3h_1+2h_2}{2h_1+h_2} \right) \\
 & + \frac{2h_1+2h_2+h_3}{2J_{III}} \cdot h_3 \\
 & \cdot \left(h_1+h_2 + \frac{h_3}{3} \cdot \frac{3h_1+3h_2+2h_3}{2h_1+2h_2+h_3} \right) \quad (4-17)
 \end{aligned}$$

等価断面二次モーメント J_1+J_2 を計算できる。ここで壁上端の水平たわみは一定断面二次モーメントをもつ壁 (§3) と同様に次式で計算できる。

$$\begin{aligned}
 f = & \frac{1}{E(J_1+J_2)} \left\{ \frac{1}{4} \omega H^4 + l \sum_{i=1}^n a_i \left[\frac{2H}{(2i-1)\pi} \right]^2 \right\} \\
 & + \frac{W_i}{CJ_f} (H+H_f) \quad (4-18)
 \end{aligned}$$

等価一定断面二次モーメント J_1+J_2 の計算では、もちろん壁上端の集中荷重の代りに、壁全体への一様分布荷重からも求まる。

§5. 光弾性実験

5.1 試験体の型 (Fig.5-1, Fig.5-2)

§6. 実験の結果

§2, §3 で述べた各解法を Fig.6-1 の如く a, b, c... を付して数値計算を行なう。

A型では、壁幅/梁成=4 であり、ラーメン架構からいちじるしく離れた型であるので、三項モーメント式による解 (記号 e, f) は省略する。

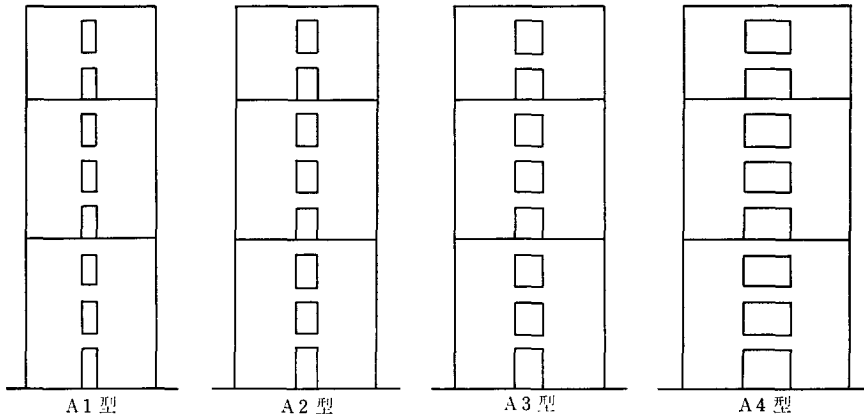


Fig. 5-1

6.1 壁心におけるモーメント図

Fig.6-2 (実線: 実験値, 破線: 理論解) に示す。

§7. 考察及び結論

7.1 考察

1) A_1 型の各層柱脚部曲げモーメントは、解法 (b) の計算値が

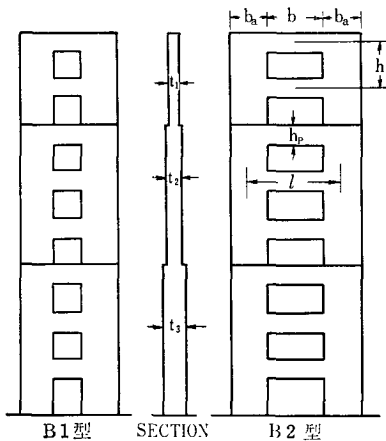


Fig. 5-2

型 (cm)	A1	A2	A3	A4	B1	B2
壁幅	b_a	3.2	3.2	3.2	2.0	2.0
梁成	h_p	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0
開口幅	b	0.8	1.2	1.6	1.5	3.0
開口幅/梁成	b/h_p	1.0	1.5	2.0	3.0	3.0
壁中心間距離	l	4.0	4.4	4.8	3.5	4.0
階高	h	全型 2.5				
壁厚	t	全型 $t_1=0.3, t_2=0.5, t_3=0.7$				

5.2 応力写真

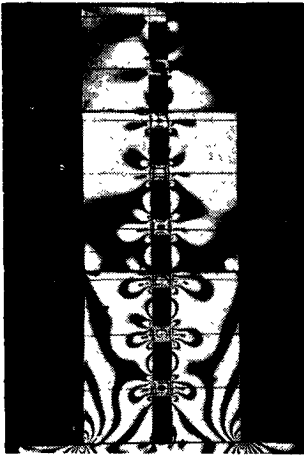


Fig. 5-1 A1型暗視野

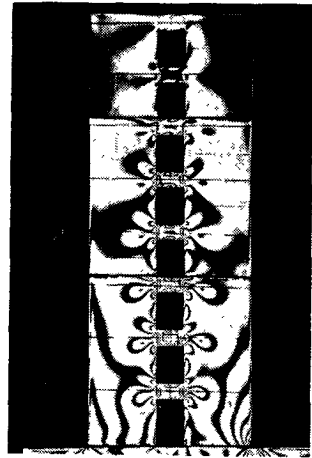


Fig. 5-1 A2型暗視野

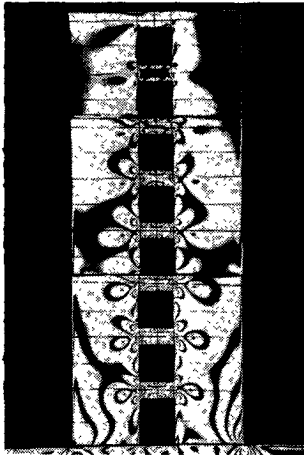


Fig. 5-1 A3型暗視野

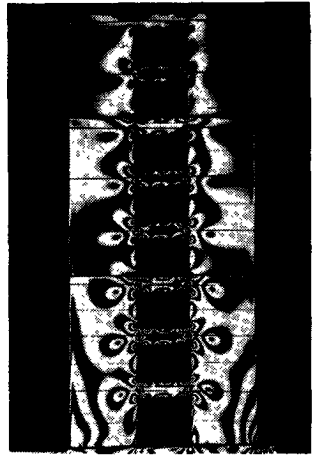


Fig. 5-1 A4型暗視野

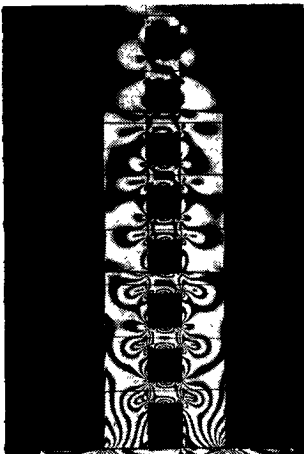


Fig. 5-1 B1型暗視野

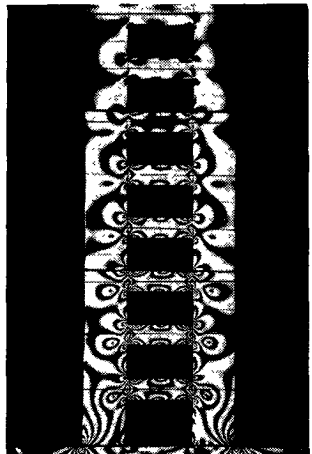


Fig. 5-1 B2型暗視野

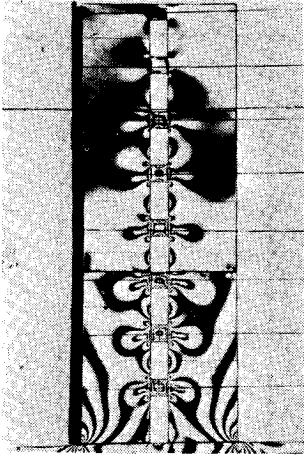


Fig. 5-2 A1型明視野

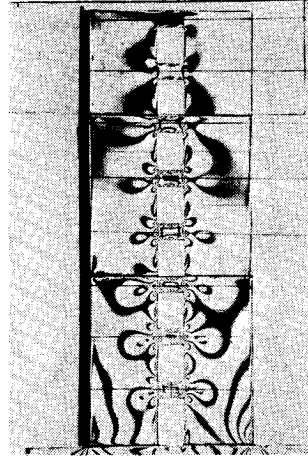


Fig. 5-2 A2型明視野

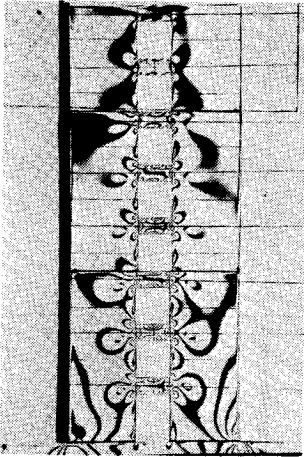


Fig. 5-2 A3型明視野

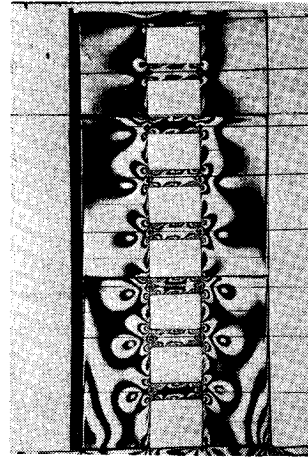


Fig. 5-2 A4型明視野

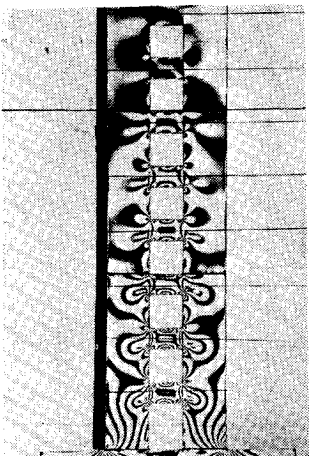


Fig. 5-2 B1型明視野

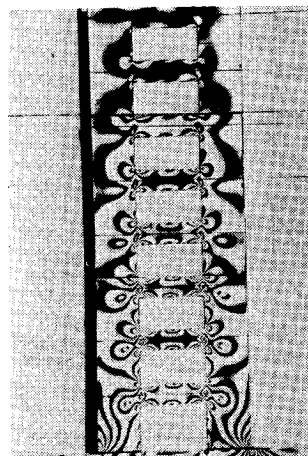


Fig. 5-2 B2型明視野

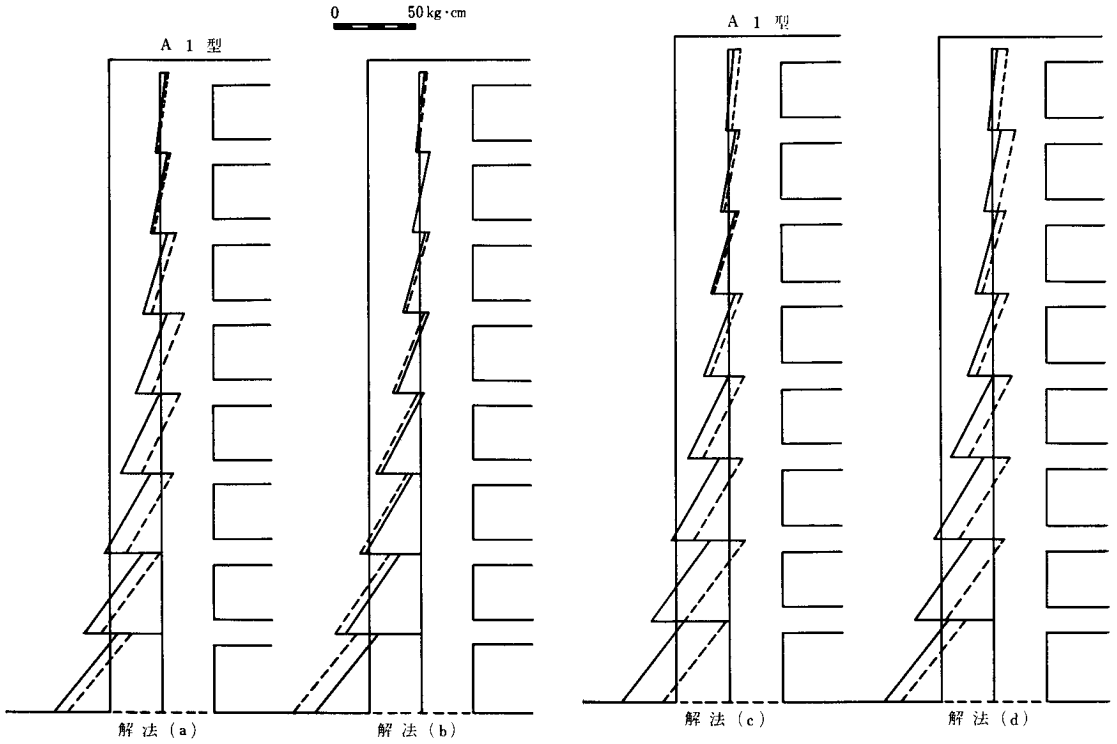


Fig. 6-2 A₁ 型

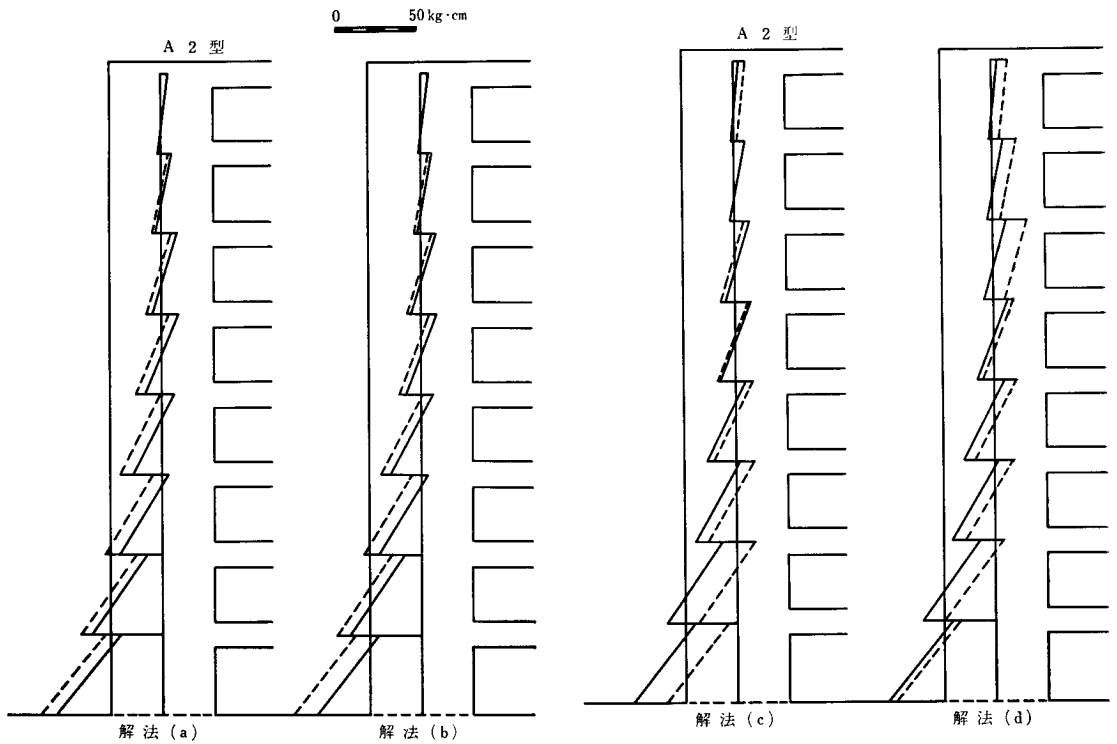


Fig. 6-2 A₂ 型

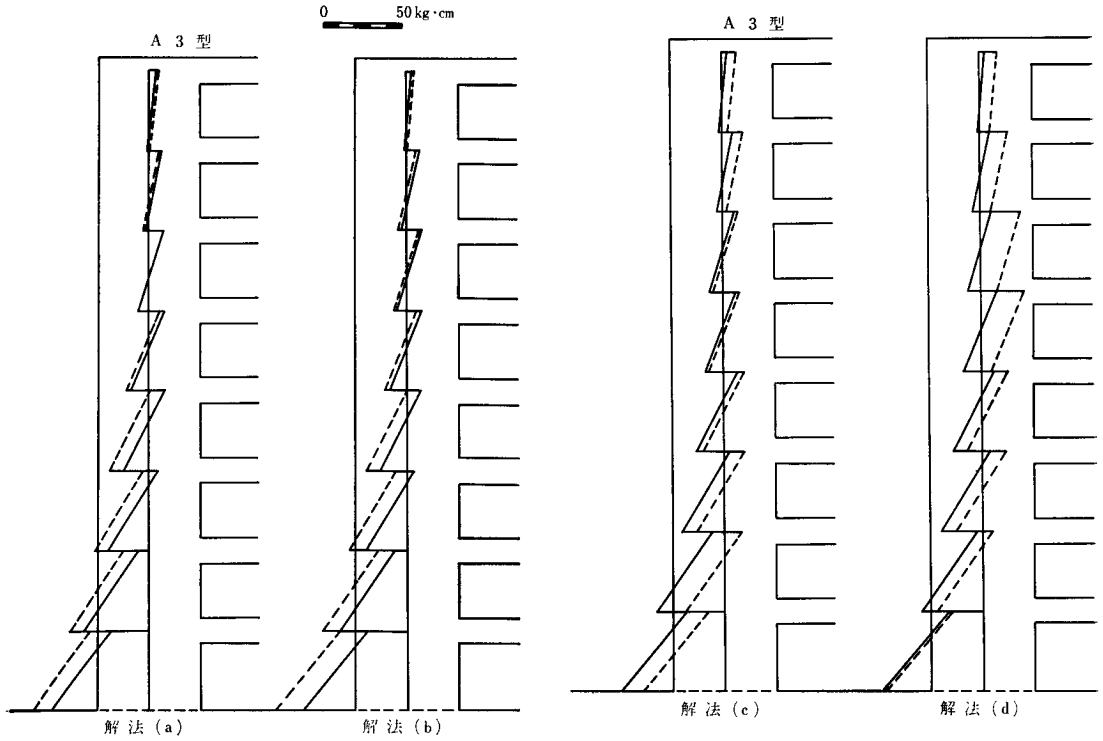


Fig. 6-2 A₃ 型

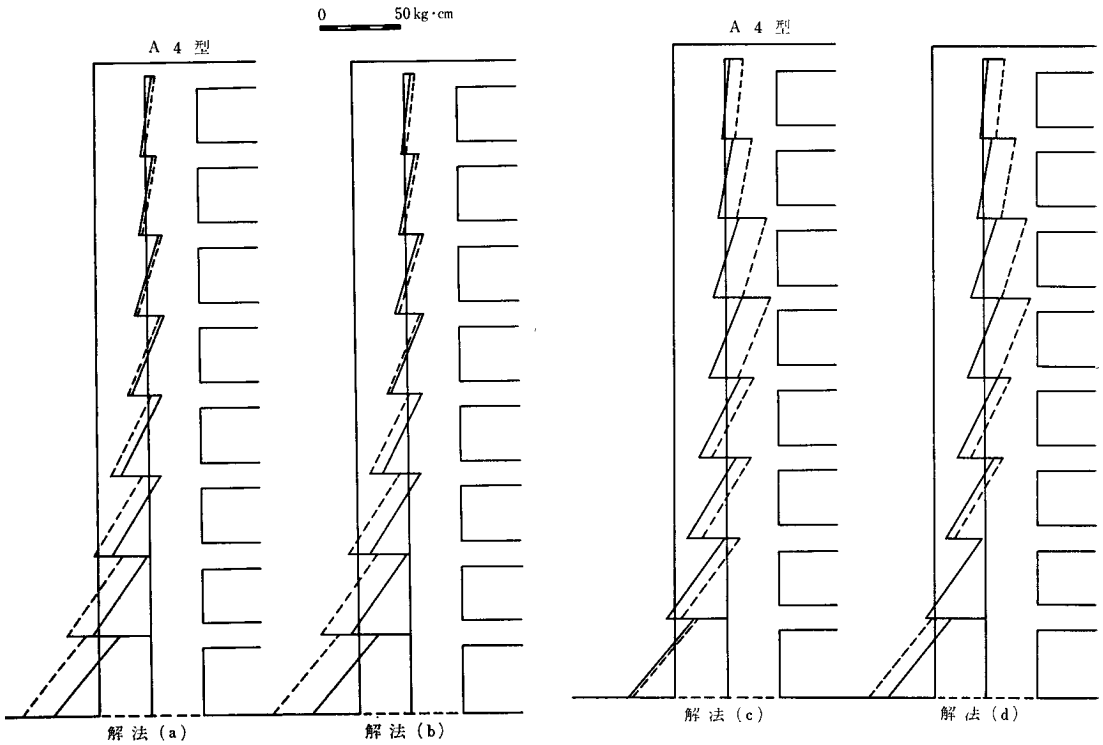


Fig. 6-2 A₄ 型

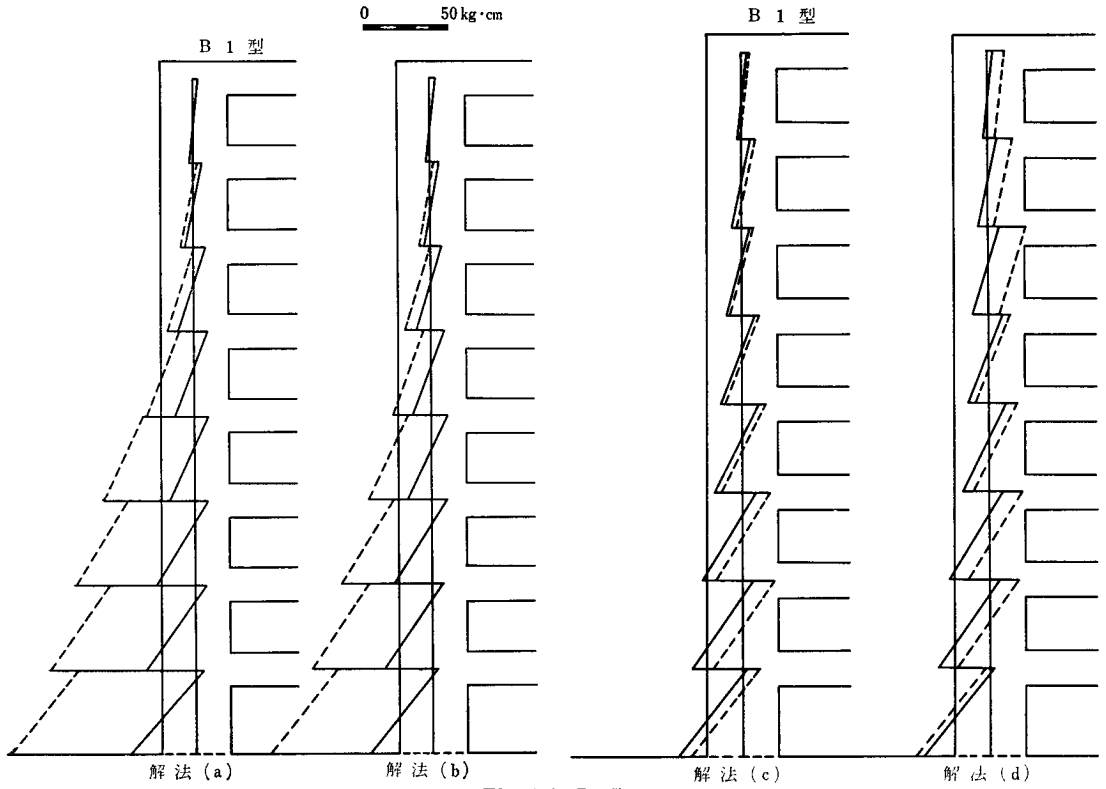


Fig. 6-2 B₁ 型

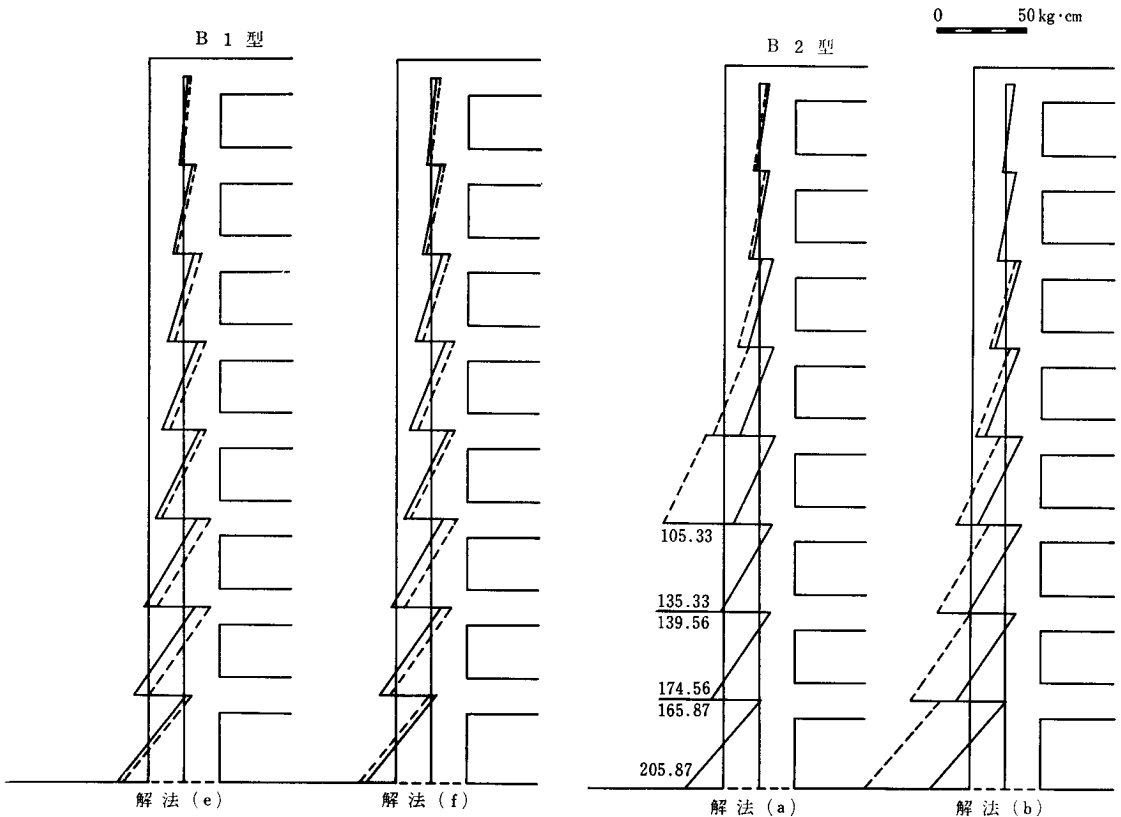


Fig. 6-2 B₂ 型



Fig. 6-2 B₂型

記号	解法	梁端部剛域量
a	4項モーメント式	0.25d
b	〃	0.43d
c	変形エネルギー式(Ⅱ)	d=0
d	〃	0.43d
e	3項モーメント式	0.25d
f	〃	0.43d

Fig. 6-1

実験値に近い。

2) A₂型は解法(b)が実験値に近いが、多少ランダムであり、解法(c)が近似的に一定している。

3) A₃型は解法(a),(b)が実験値に近い。

4) A₄型は全ての解法が実験値に対してランダムである。

5) B₁型, B₂型は解法(e),(f)が実験値に近い値を示し、剛域量の違いには無関係である。

7.2

1) A₁型は、各層モーメントは解法(b)の解が実験値に最も近く、このような開口幅と梁成の等しい架構では、4項モーメント式で剛域0.43dの解法は適切であるといえる。しかし A₂, A₃, A₄型の順、即ち開口幅と

梁成の比が大きくなるにつれて、解法(b)の解ではランダムになる。

2) ラーメン架構に近いB型では、壁架構と考えた解法の(a),(b)では誤差が大きく適切な解ではなくて、三項モーメント式の解法(e),(f)が、剛域量に関係なく使用できる。

謝辞

本論文の作製にあたり、絶えず有益な御指導を下さいました早稲田大学教授松井源吾博士に対し、厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) Beitrag zur statischen Berechnung waagrecht belasteter Querwände bei Hochbauten I~III (Riko Rosman) Der Bauingenieur 1960 Heft 4, 1962 Heft 1, Heft 8
- 2) 梁の固定端の応力、変位と剛域(松井源吾, 坪井善隆, 今井三雄) 第2回 光弾性シンポジウム論文集 1974, 12
- 3) 曲げ, せん断, 剛域を考慮したラーメン解法, 建論(45号) 1952, 12
- 4) 耐震計算法1 武藤清著(丸善)
- 5) トラス・ラーメン 建築構造学大系 13, 大沢胖著(彰国社)