

任意方向の荷重を受ける構造物の最適設計

菊 田 征 勇*・松 井 邦 人**

Optimal Design of Structures with Forces Subjected to the Change of Their Direction

By Yukio Kikuta and Kunihito Matsui***

Synopsis: Authors will present a method to find an optimum design of structures under the condition of force free to change its direction. Wind, tidal, and seismic load are dynamic in nature, but replaced by equivalent static force. And their input direction to structures changes from case to case. However on designing a structure, its safety is checked only in few discrete directions, which lead to negative side in terms of structural safety.

The proposal approach overcomes the shortcomings of current design practice.

要旨：著者等は，作用方向が自由に変動する外力の作用を受ける構造物の最適化手法を提案する。風力，潮力あるいは地震力等の外力は本来動的な性質のものであるが，そのような外力を受ける構造物を設計する場合，大きさの一定した等価な静的外力に置き換えられる。また，作用方向も状況に応じて変化する。しかしながら，構造物を設計するに当って，荷重作用方向に関する考慮としては，作用方向を2，3変えて，その安定性をチェックするにすぎず，危険側の設計となることがある。

ここに提案する手法は，構造物に一番不利となる荷重の作用方向を解析的に見だし，制約条件を満足するように最小質量設計を行うもので，現在の設計法の欠点を補うものである。

1. ま え が き

構造物の最適設計に関する研究は，1960年に発表された L. A. Schmit [1] による構造総合に関する論文以来，過去1/4世紀以上の間かなりなされてきた [2-6]。その結果として，最適化アルゴリズムの分野において，著しい発展がなされた。構造物の最適設計を行う場合，作用外力の大きさ，方向および作用点や，構造物の幾何形状は定まってい，すべての設計基準を満足させた上に，構造物の質量などといった最適化の尺度を示すものを最小にするように，部材の断面寸法を決定することであった。

ところで，地上にある構造物はすべて，いろいろな種類の荷重にさらされている。たとえば，構造部材の質量

や構造部材に無関係な外部質量は，その大きさ，作用方向，作用点は定まっている。ところが，橋りょう構造物等に作用する自動車荷重は，その大きさや作用方向は定まっているが，作用点は移動する。また，風力，潮力，地震力などは本来動的な外力であるが，それ等と等価な静的な力に置き換えられる。このような場合，一般的に，外力の作用点は既知であるが，その作用方法は変化する。たとえば，外力の大きさが分かっているが，外力の作用点や作用方向が変化すると，構造物の変位や応力分布に大きな影響を与える。外力の作用点がある与えられた範囲で変化する場合の問題を研究した論文 [7, 8] があるが，外力の作用方向が変化する場合の最適設計問題を取り扱った研究は少ない。

本研究は，外力の作用方向が変化する場合の構造物の最適設計問題を取り扱っている。外力の作用方向が変化するすれば，構造物の変位や応力分布に影響する。外力の作用方向が変動する最適設計問題を取り扱う一つの方法は，外力の作用方向の変動する範囲を有限個の作用方向に分割し，それ等の方向の外力が同時に構造物に作用す

*工学部土木工学科 教授

Professor, Civil Engineering Division

**東京電機大学理工学部建設工学科 教授 Ph. D.

Professor, Dept. of Civil and Structural Engineering,
Tokyo Denki University

るものとするのである。すなわち、複数の荷重群の作用する最適設計問題として扱うことになる。しかしながら、外力の作用方向の変動範囲を分割するやり方は、作用方向が3次元空間で変化する場合とか、荷重群の作用方向がそれぞれ独立に変化して構造物に作用する場合などでは、効率的でない。

別の方法は、Kwak と Haug の研究 [8] や Haug と Arora の研究 [2] で示されている方法で、まず、すべての制約条件に対して構造物に一番不利になる荷重作用方向を見つけ出し、次に、それ等の制約条件を満足して目的関数の最小化を計るパラメトリックな最適設計手法である。彼らは、構造物に一番不利な荷重作用方向を見いだすために最大化手法を用い、構造物の最小重量を見いだすのに最小化手法を用いている。

ここに提案する手法は、前述の手法より正確で効率的である。この研究では、構造物にとって一番不利な荷重の作用方向を決定するために、荷重作用方向に関して制約条件の最大値を解析的に求め、傾斜斜影法 [2] を用いて目的関数の最小化を計っている。

2. 構造解析

たいていの構造物の応力解析は、マトリックス代数に基づいて定式化される。静的荷重の作用する構造物に対して、節点変位と外力との関係は、次の式で表される。

$$\mathbf{K}(\mathbf{b})\mathbf{z}=\mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha}) \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{b}=\{b_1, b_2, \dots, b_M\}^T$ は設計変数ベクトルであり、構造物の断面積を表す。そして、 $\mathbf{z}=\{z_1, z_2, \dots, z_N\}^T$ は作用外力によって構造物に生じる節点変位を表す状態変数ベクトルである。また、 $\boldsymbol{\alpha}=\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}^T$ は外力の作用方向を表すもので、環境パラメータベクトルと呼ぶものである。この $\boldsymbol{\alpha}$ は独立して変動する荷重方向の集まりであるから、全作用荷重が連動して3次元空間で変動する場合には k は2、2次元空間で変動する場合には k は1である。 $\mathbf{K}(\mathbf{b})$ は $N \times N$ の剛性マトリックスで、設計変数の関数であり、一般に対称なバンドマトリックスである。 $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha})$ は $N \times 1$ の外力ベクトルであり、環境変数ベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ に依存している。

ところで、構造物がその耐用期間中に機能を十分発揮するためには、安全性、信頼性、および耐久性が保たなければならない。現行の構造物の設計示方書は、これらの要求を満たすために、種々の基準（制約条件）を定めている。外力の作用方向が変動する場合には、応力や変位の制約条件は次式のように表される。

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}} \phi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\alpha}) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, p_1 \quad (2)$$

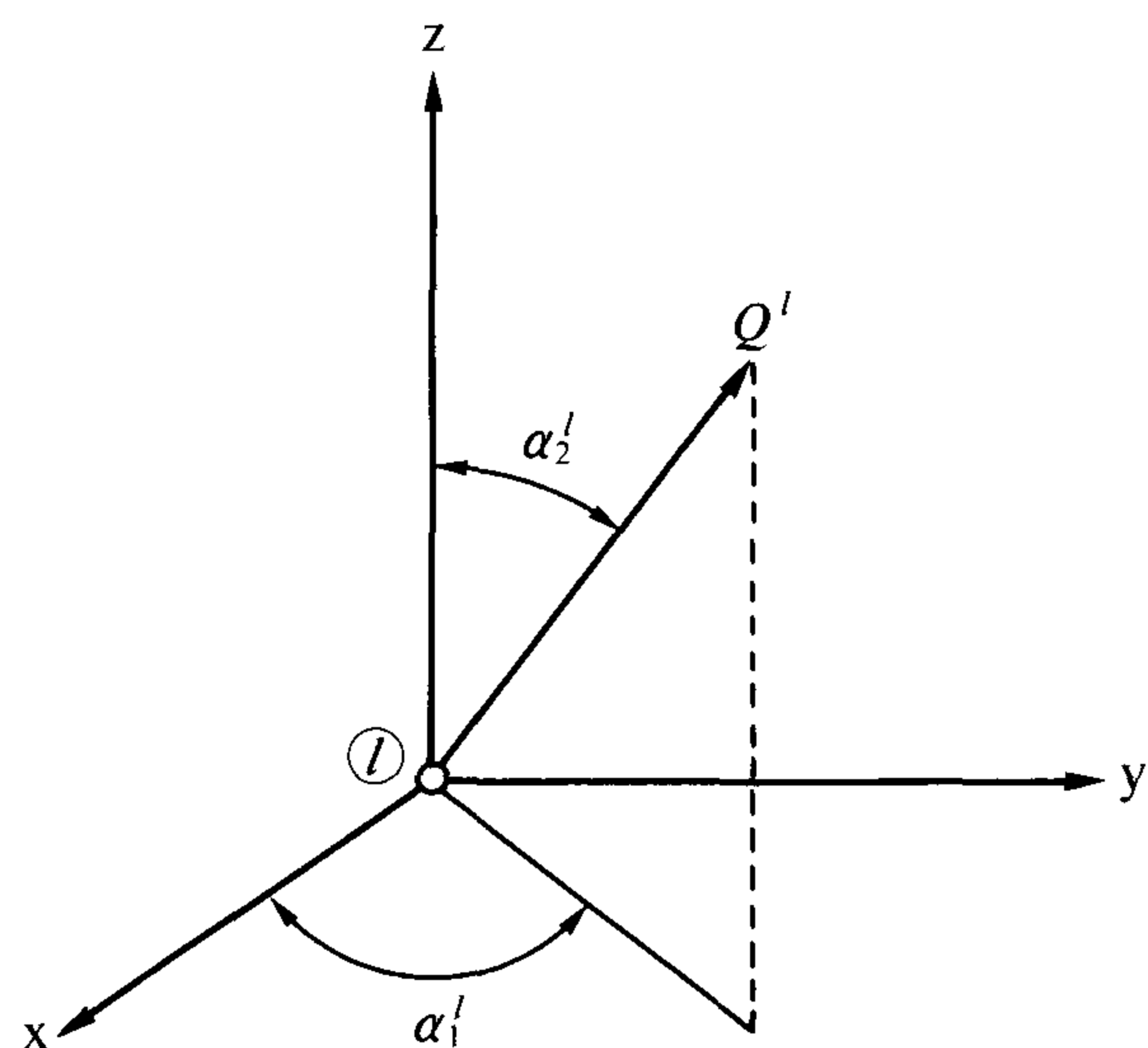


Fig. 1 External Force at Node l

ここに、添字 i は、第 i 番目の制約条件式を示し、 p_1 は制約条件式の数である。 α_{1L}^l および α_{2L}^l をそれぞれ節点 l に作用する外力の角度 α_1^l および α_2^l の下限とし、 α_{1U}^l および α_{2U}^l をそれぞれ α_1^l および α_2^l の上限とすれば

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1L}^l &\leq \alpha_1^l \leq \alpha_{1U}^l, \quad l \in I \\ \alpha_{2L}^l &\leq \alpha_2^l \leq \alpha_{2U}^l, \quad l \in I \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

となる。ここに、 I は荷重の作用している節点番号からなる集合である。また、添字 1 のついた α は x - y 平面へ投影された荷重と x 軸とのなす角を表し、添字 2 のついた α は荷重と z 軸とのなす角を表す。大きさ Q^l の荷重が節点 l に作用している状況を Fig. 1 に示す。

変位の制約条件について言えば、式(2)は

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}} \phi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\alpha}) = \max_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{|\delta_n|}{\delta_{na}} - 1.0 \leq 0 \quad (4)$$

となる。ここに、 i は、第 i 番目の制約条件を示し、 δ_n は節点変位の第 n 番目を、 δ_{na} はそれに対応する許容変位を表す。また、引張応力、圧縮応力および座屈応力などの応力に関する制約条件は、式(2)から次式のようになる。

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}} \phi_i(\mathbf{b}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\alpha}) = \max_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{|\sigma_m|}{\sigma_{ma}} - 1.0 \leq 0 \quad (5)$$

ここに、 σ_m は部材応力の第 m 番目を表し、 σ_{ma} はそれに対応する許容応力を示す。

式(1)および(3)で示される条件のもとで、式(4)および(5)の制約条件は、設計変数 \mathbf{b} を固定して最大化を計らねばならない。これは、最適化アルゴリズムを用いて解く副問題と呼ばれている [2, 9]。しかしながら、式(4)および(5)に対する最大値は、構造解析が線形弾性理論に基づいている限り、次のように解析的に求められる。すなわち、節点 l の x , y および z 方向に作用する

単位の外力による節点変位を、それぞれ u^l, v^l および w^l とすれば、Fig. 1 に示すように節点 l に作用する外力 Q^l による節点変位は次式のように表される。

$$z^l(\alpha) = Q^l u^l \cos \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + Q^l v^l \sin \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + Q^l w^l \cos \alpha_2^l \quad (6)$$

複数の荷重が作用するとき、それに対応する変位 z は

$$z = \sum_{l \in I} z^l \quad (7)$$

で求められる。

式(7)および(6)を考慮すると、式(4)は

$$\frac{1}{\delta_{na}} \left| \sum_{l \in I} \max_{\alpha} \{ Q^l u_n^l \cos \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + Q^l v_n^l \sin \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + Q^l w_n^l \cos \alpha_2^l \} \right| - 1.0 \leq 0, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

ここに、 u_n^l, v_n^l および w_n^l はそれぞれ u^l, v^l および w^l の第 n 番目の節点変位である。式(8)はさらに

$$\frac{1}{\delta_{na}} \left| \sum_{l \in I} \max_{\alpha} \{ \sqrt{\{(Q^l u_n^l)^2 + (Q^l v_n^l)^2\}} \sin^2(\alpha_1^l + \theta_{n1}^l) + (Q^l w_n^l)^2 \} \sin(\alpha_2^l + \theta_{n2}^l) \right| - 1.0 \leq 0, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (9)$$

と変形される。ここに

$$\theta_{n1}^l = \arctan \left(\frac{u_n^l}{v_n^l} \right) \quad (10)$$

$$\theta_{n2}^l = \arctan \left[\frac{w_n^l}{\sqrt{\{(u_n^l)^2 + (v_n^l)^2\}} \sin(\alpha_1^l + \theta_{n1}^l)} \right] \quad (11)$$

である。

式(9)の最大値は、各項を最大化することによって得られる。 α の範囲が式(3)で与えられることを考慮すれば、式(9)の最大値とそれを与える α の値が求められる。もしも、 α が自由に3次元空間を変化しうるならば、式(9)の最大値は

$$\frac{1}{\delta_{na}} \sum_{l \in I} \sqrt{(Q^l u_n^l)^2 + (Q^l v_n^l)^2 + (Q^l w_n^l)^2} - 1.0 \leq 0, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

となる。

応力についていえば、トラス部材を例にとると、式(5)は式(7)および(6)を考慮すると

$$\frac{1}{\sigma_{ma}} \left| \sum_{l \in I} \max_{\alpha} \{ Q^l d_m^l \cos \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + Q^l e_m^l \sin \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + Q^l f_m^l \cos \alpha_2^l \} \right| - 1.0 \leq 0, \quad m=1, 2, \dots, M \quad (13)$$

と表される。ここに

$$\left. \begin{aligned} d_m &= (-\varepsilon_m u_{ix}^l - \zeta_m u_{iy}^l - \eta_m u_{iz}^l + \varepsilon_m u_{jx}^l + \zeta_m u_{jy}^l + \eta_m u_{jz}^l) \times E_m / l_m \\ e_m &= (-\varepsilon_m v_{ix}^l - \zeta_m v_{iy}^l - \eta_m v_{iz}^l + \varepsilon_m v_{jx}^l + \zeta_m v_{jy}^l + \eta_m v_{jz}^l) \times E_m / l_m \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$f_m = (-\varepsilon_m w_{ix}^l - \zeta_m w_{iy}^l - \eta_m w_{iz}^l + \varepsilon_m w_{jx}^l + \zeta_m w_{jy}^l + \eta_m w_{jz}^l) \times E_m / l_m$$

であり、 E_m および l_m は m 番目の部材のヤング係数および部材長である。 ε_m, ζ_m および η_m は部材 m が x, y および z 軸となす方向余弦である。また、変位 u, v および w の添字 ix, iy, iz, jx, jy および jz は、部材 m の両端の節点 i および j の x, y および z 軸方向の変位成分を表す。式(14)はさらに

$$\frac{1}{\sigma_{ma}} \left| \sum_{l \in I} \max_{\alpha} \{ \sqrt{\{(Q^l d_m^l)^2 + (Q^l e_m^l)^2\}} \sin^2(\alpha_1^l + \theta_{m1}^l) + (Q^l f_m^l)^2 \} \sin(\alpha_2^l + \theta_{m2}^l) \right| - 1.0 \leq 0, \quad m=1, 2, \dots, M \quad (15)$$

と変形される。ここに

$$\theta_{m1}^l = \arctan \left(\frac{d_m^l}{e_m^l} \right) \quad (16)$$

$$\theta_{m2}^l = \arctan \left[\frac{f_m^l}{\sqrt{\{(d_m^l)^2 + (e_m^l)^2\}} \sin(\alpha_1^l + \theta_{m1}^l)} \right] \quad (17)$$

である。もしも、 α が自由に3次元空間を変化しうるならば、式(15)の最大値は

$$\frac{1}{\sigma_{ma}} \sum_{l \in I} \sqrt{(Q^l d_m^l)^2 + (Q^l e_m^l)^2 + (Q^l f_m^l)^2} - 1.0 \leq 0, \quad m=1, 2, \dots, M \quad (18)$$

となる。

式(2)に示す i 番目の制約条件を最大にする荷重の作用角度（最悪荷重方向角 $-\alpha_{i1}^l$ および α_{i2}^l ）は、変位ならば式(9)あるいは式(12)から定まり、応力ならば式(15)あるいは式(18)から定まる。これらの角度は、制約条件次第で大いに変動することは注目に値する。

3. 感度解析と構造物の最適化処理

最適化の尺度の一つとして構造物の質量を選べば、目的関数は、設計変数の関数として、次式のように表される。

$$J_0 = \phi_0(b) \quad (19)$$

製作上、部材断面図寸法に制約が課されることがしばしばあり、それらは次のように表される。

$$\phi_i(b) \leq 0, \quad i=p_1+1, p_1+2, \dots, p_2 \quad (20)$$

部材断面に関する制約条件の数 $p_2 - p_1$ は、設計変数だけの関数である。最適化問題は、式(1), (2) および (20) を満足するように、式(19)の最小値を見いだすことにある。この手法は、すでに述べた副問題と対比して、主問題と呼ぶことにする。主問題は繰り返し処理が必要である。たいていの最適化手法では、目的関数と制約条件の微係数を必要とする。応力と変位に関する制約条件式は

式(2)に示すようなパラメトリックな形で与えられていて、設計変数 \mathbf{b} が $\delta\mathbf{b}$ だけ変化するとき、式(2)は

$$\delta\phi_i = \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{b}}\delta\mathbf{b} + \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{z}}\delta\mathbf{z} + \frac{\partial\phi_i}{\partial\boldsymbol{\alpha}}\delta\boldsymbol{\alpha}, \quad i=1, 2, \dots, p_1 \quad (21)$$

となる。式(2)を最大化する \mathbf{z} および $\boldsymbol{\alpha}$ の値は、設計変数 \mathbf{b} が $\delta\mathbf{b}$ だけ変化するとき、それぞれ $\delta\mathbf{z}$ および $\delta\boldsymbol{\alpha}$ だけ変化する。これらの値 $\delta\mathbf{b}$, $\delta\mathbf{z}$ および $\delta\boldsymbol{\alpha}$ は互いに無関係に選ぶことはできず、次式を満足しなければならない。

$$K\delta\mathbf{z} + \frac{\partial}{\partial\mathbf{b}}(K\tilde{\mathbf{z}})\delta\mathbf{b} = \frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\alpha}}\delta\boldsymbol{\alpha} \quad (22)$$

ここで、変数の上についている \sim は、その変数が固定されたままで偏微分されることを示している。

L_i を式(1), (2) および (3) で定義される最適化問題のラグランジュ関数とすれば

$$L_i = -\phi_i + \lambda_i^T(K\mathbf{z} - \mathbf{Q}) + \mu_i^T\mathbf{g}(\boldsymbol{\alpha}), \quad i=1, 2, \dots, p_1 \quad (23)$$

ここに、 $\lambda_i (\neq 0)$ および $\mu_i (\geq 0)$ はラグランジュ乗数であり、 $\mathbf{g}(\boldsymbol{\alpha})$ は、式(3)から定まる k 個の制約条件式である。したがって $\bar{\alpha}_{i1}$ および $\bar{\alpha}_{i2}$ は次の Kuhn-Tucker 条件を満足しなければならない。

$$L_{i,\boldsymbol{\alpha}} = -\phi_{i,\boldsymbol{\alpha}} - \lambda_i^T\mathbf{Q}_{,\boldsymbol{\alpha}} + \mu_i^T\mathbf{g}_{,\boldsymbol{\alpha}} = 0 \quad (24)$$

$$L_{i,\mathbf{z}} = -\phi_{i,\mathbf{z}} + \lambda_i^TK = 0 \quad (25)$$

$$\lambda_i^T(K\mathbf{z} - \mathbf{Q}) = 0 \quad (26)$$

$$\mu_i^T\mathbf{g} = 0 \quad (27)$$

ここに、 $\phi_{i,\boldsymbol{\alpha}}$ 等は ϕ_i を $\boldsymbol{\alpha}$ で偏微分すること等を示している。式(24)の後から $\delta\boldsymbol{\alpha}$ を乗ずれば、次式となる。

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial\boldsymbol{\alpha}}\delta\boldsymbol{\alpha} = \left(-\lambda_i^T\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\boldsymbol{\alpha}} + \mu_i^T\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\boldsymbol{\alpha}} \right) \delta\boldsymbol{\alpha} \quad (28)$$

式(25)の後から $\delta\mathbf{z}$ を乗じ、式(22)を用いれば

$$\frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{z}}\delta\mathbf{z} = -\lambda_i^T \left[\frac{\partial}{\partial\mathbf{b}}(K\tilde{\mathbf{z}})\delta\mathbf{b} - \frac{\partial Q}{\partial\boldsymbol{\alpha}}\delta\boldsymbol{\alpha} \right] \quad (29)$$

となる。

最適値を与える解を求める場合に、不等号制約条件である式(2)および(20)がチェックされる。もしも制約条件式が満足されなければ、次の繰り返しの段階でその制約条件を満足するように、設計変数が修正される。 B_1 と B_2 を、それぞれ式(2)および(20)に示す制約条件の中で制約条件を満足していない式の番号の集合とする。すなわち

$$B_1 = \{i | \phi_i(\mathbf{b}^{(k)}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\alpha}) \geq 0, i \leq p_1\} \quad (30)$$

$$B_2 = \{i | \phi_i(\mathbf{b}^{(k)}) \geq 0, p_1 < i \leq p_2\} \quad (31)$$

ここに、 (k) は k 番目のイテレーションを示す。制約条件を満足させるために必要な修正量を、 $\Delta\phi_i$ で示すが、それらは一般に

$$\Delta\phi_i = -\phi_i, \quad i \in B_1 \cup B_2 \quad (32)$$

とされる。 B_1 に属する制約条件に対して、式(28)および(29)を式(21)に代入することにより、式(2)は次式のように書き改められる。

$$\max_{\delta\boldsymbol{\alpha}} \left(\mu_i^T \frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\boldsymbol{\alpha}} \delta\boldsymbol{\alpha} \right) \leq - \left\{ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{b}} - \lambda_i^T \frac{\partial}{\partial\mathbf{b}}(K\tilde{\mathbf{z}}) \right\} \delta\mathbf{b} + \Delta\phi_i, \quad i \in B_1 \quad (33)$$

このとき、制約条件は $\boldsymbol{\alpha}$ に関して最大となっているので、

$$\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\boldsymbol{\alpha}} \delta\boldsymbol{\alpha} \leq 0 \quad (34)$$

である。 $\mu_i^T \geq 0$ であるから、 $\mu_i^T(\partial\mathbf{g}/\partial\boldsymbol{\alpha}) \delta\boldsymbol{\alpha} \leq 0$ となり、式(33)左辺の最大値は $\delta\boldsymbol{\alpha} = 0$ のときに 0 となる。したがって、式(33)は

$$\left\{ \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{b}} - \lambda_i^T \frac{\partial}{\partial\mathbf{b}}(K\tilde{\mathbf{z}}) \right\} \delta\mathbf{b} - \Delta\phi_i \leq 0, \quad i \in B_1 \quad (35)$$

となる。このことは、設計変数が微小変化しても、応力や変位の制約式を最大とする $\boldsymbol{\alpha}$ の値は変わらないことを意味している。したがって、副問題は \mathbf{b} を一定にして制約条件を最大にする $\bar{\alpha}_i$ を見いだすことであるし、主問題は $\bar{\alpha}_i$ を一定にして目的関数を最小にする \mathbf{b} を見いだすことである。この過程を繰り返すことによって最適設計点に到達する。

便宜上次のような記号を定義する。

$$l_0 = \frac{\partial\phi_0}{\partial\mathbf{b}} \quad (36)$$

$$l_i = \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{b}} - \lambda_i^T \frac{\partial(K\tilde{\mathbf{z}})}{\partial\mathbf{b}}, \quad i \in B_1 \quad (37)$$

$$l_i = \frac{\partial\phi_i}{\partial\mathbf{b}}, \quad i \in B_2 \quad (38)$$

$$\tilde{l} = \{l_i | i \in B_1 \cup B_2\} \quad (39)$$

$$\Delta\tilde{\phi} = \{\Delta\phi_i | i \in B_1 \cup B_2\} \quad (40)$$

このように仮定すれば、この研究で述べる最適化問題は次のような最適化問題を解くことに帰着する。

$$\text{最小化} \quad \delta\phi_0 = l_0\delta\mathbf{b} \quad (41)$$

$$\text{制約条件} \quad \tilde{l}\delta\mathbf{b} - \Delta\tilde{\phi} \leq 0 \quad (42)$$

$$\delta\mathbf{b}^TW\delta\mathbf{b} - \xi^2 \leq 0 \quad (43)$$

ここに、 ξ^2 は小さな正数である。式(43)は、設計変数の変化量がある範囲内に留まっているように導入されている。この条件は、最適化問題に含まれているすべての関数の変化量が $\delta\mathbf{b}$ の一次式で近似されているために必要である。 W は、正のある値を持った重み行列である。 W の値を的確に選択すれば収束性を改善できると思われるが、後に示す計算例では単位マトリックスとしてい

る。式(41)―(43)に示す最適化問題を、Rosenの傾斜斜影法〔2〕を用いて解いている。

4. 計算例

今までに述べてきたアルゴリズムに基づいて、各部材の引張応力、圧縮応力および座屈応力の制約や部材断面積の制約、さらには節点変位の制約を受けるトラス構造物の最小質量設計の例題を3例示す。オイラーの座屈荷重を部材断面積で割って求められる座屈応力の計算において、部材 m の断面2次モーメント I_m は部材断面積を b_m として、 $I_m = \beta b_m^2$ ($\beta = 1.0$)としている。各部材のヤング係数および質量は同一で、それぞれ205.9 GPa {2.1 × 10⁶ kgf/cm²} および785 t/m³ {0.00785 kg/cm³} である。

4.1 10部材トラス

例題とする10部材トラスの骨組みを、Fig. 2に示す。196.1 kN {20.0 tf}の外力が節点2に作用していて、その作用方法はFig. 2に示すとおり x 軸から α とする。次に示すような5ケースについて解を求めた。

ケース1: $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

ケース2: $-45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

ケース3: $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

ケース4: $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

ケース5: $\alpha = 90^\circ$

制約条件をTable 1に示すが、座屈応力をも含めた応力および部材断面積を制約条件とする場合(制約条件1)と、さらに、変位も含めた制約条件の場合(制約条件

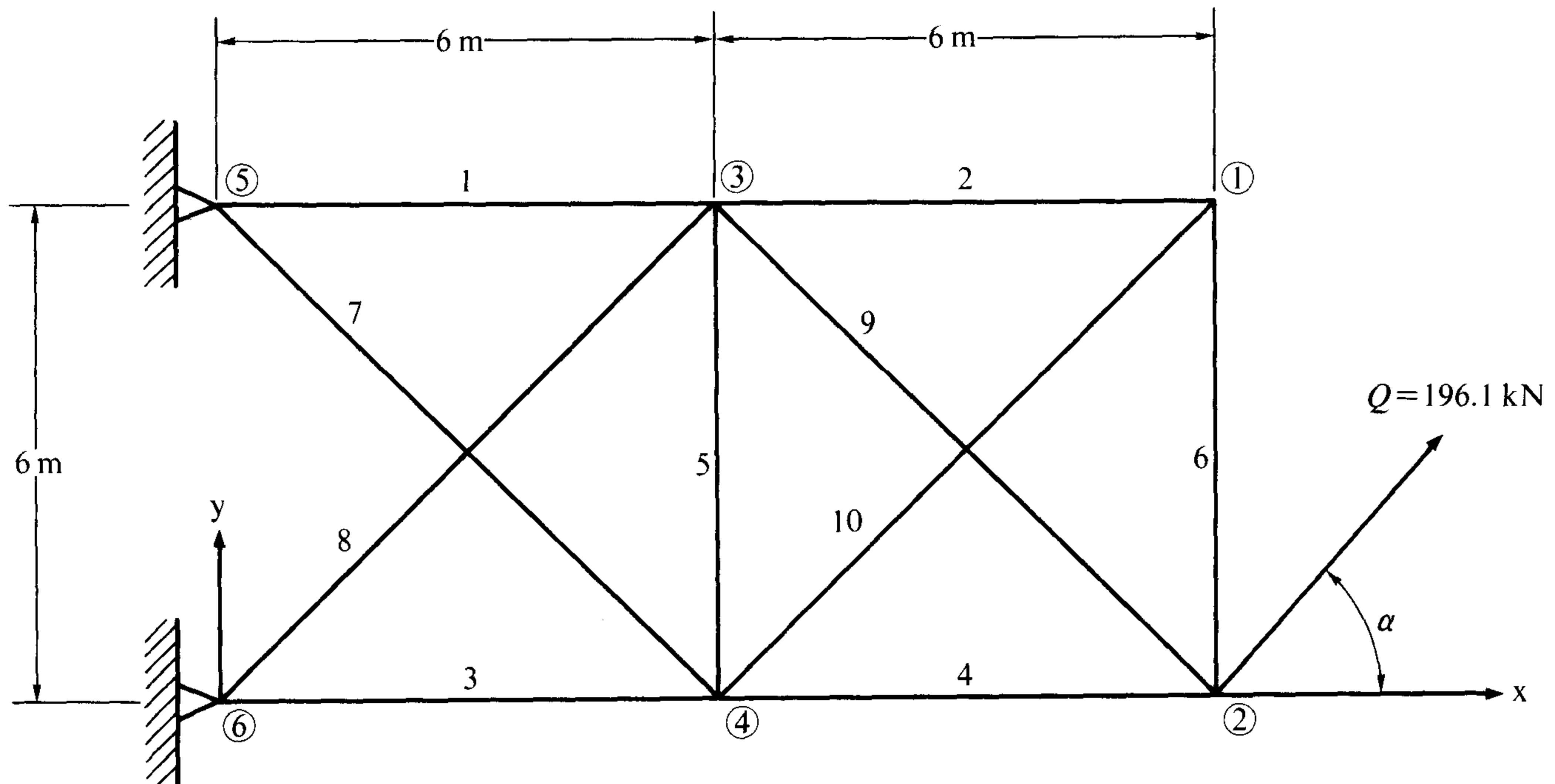


Fig. 2 Ten Member Truss

Table 1 Constraint Sets

Constraint set 1

allowable compressive stress

$$\sigma_{ca} = 137.3 \text{ MPa } \{1400 \text{ kgf/cm}^2\}$$

allowable tensile stress

$$\sigma_{ta} = 137.3 \text{ MPa } \{1400 \text{ kgf/cm}^2\}$$

allowable buckling stress

$$\sigma_{cr} = \text{Euler buckling stress} / 1.7$$

gage size

$$b_m \geq 0.1 \text{ cm}^2$$

Constraint set 2

allowable compressive stress

$$\sigma_{ca} = 137.3 \text{ MPa } \{1400 \text{ kgf/cm}^2\}$$

allowable tensile stress

$$\sigma_{ta} = 137.3 \text{ MPa } \{1400 \text{ kgf/cm}^2\}$$

allowable buckling stress

$$\sigma_{cr} = \text{Euler buckling stress} / 1.7$$

gage size

$$b_m \geq 0.1 \text{ cm}^2$$

allowable displacements

$$\pm 0.5 \text{ cm in x-direction}$$

$$\pm 1.5 \text{ cm in y-direction}$$

Table 2 Optimum of Ten Member Truss (Constraint set 1)

Member number	Optimum areas in cm ²				
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
1	30.27	30.13	30.29	32.49	32.72
2	15.28	14.77	7.41	10.80	10.36
3	29.27	24.71	24.55	22.46	16.96
4	19.07	15.77	19.11	18.11	15.59
5	10.22	11.29	7.60	0.22	0.10
6	15.28	14.77	7.41	10.80	10.36
7	27.43	27.87	27.40	18.83	17.70
8	30.30	23.16	15.35	22.09	21.99
9	32.08	32.84	38.98	36.62	36.98
10	25.32	17.18	1.88	3.99	3.67
Optimum mass in kg					
	1329	1198	1011	990	941
Natural frequencies in Hz					
1st	27.31	27.15	28.17	27.83	27.31
2nd	70.49	71.42	74.85	58.89	56.00

2) について、前記 5 ケースとも最小質量設計を行った。制約条件 1 の場合の最適解を Table 2 に示す。この結果を見ると、荷重の作用範囲が広がるにつれて、最小質量は増加している。また各部材の部材応力の最大値および最小値とそれに対応する最悪荷重方向角を Table 3 に示す。部材の断面積を支配する制約条件は、ケースごとに異なっている。例えばケース 1 では部材 3 と 4 は座屈応力制約で定まるが、ケース 2 およびケース 4 では、引張応力制約が部材の断面を定めている。ケース 2 における

部材応力と最悪荷重方向角との関係を Fig. 3 に示す。この図から制約条件いっぱいになる最悪荷重方向角が部材ごとに異なることや、部材 3 および 4 は引張応力制約で定まるが、残りの部材は座屈応力制約で定まっていることが分かる。制約条件 2 の場合の最適解の結果を Table 4 に示す。この結果を見ると、荷重の作用方向の変動範囲が広がるにつれて、最小質量も大きくなっている。各部材の応力および各節点変位の最大値および最小値とそれに対応する最悪荷重方向角を Table 5a および Table

Table 3 Ten Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses,

Member number	Case 1					Case 2				
	σ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}	σ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}
1	100.4	-90.0	-100.5	87.5	-100.5	66.9	-45.0	-100.1	87.0	-100.1
2	49.3	-90.0	-50.8	76.1	-50.8	23.5	-45.0	-49.1	73.6	-49.1
3	115.5	57.3	-97.2	-90.0	-97.2	137.3	57.9	-30.6	-45.0	-82.1
4	112.6	34.2	-63.4	-90.0	-63.4	137.3	35.8	22.0	-45.0	-52.4
5	12.8	90.0	-33.9	-22.1	-33.9	19.2	90.0	-37.5	-30.8	-37.5
6	49.3	-90.0	-50.8	76.1	-50.8	23.5	-45.0	-49.1	73.6	-49.1
7	46.1	-81.3	-45.5	90.0	-45.6	38.4	-45.0	-46.3	90.0	-46.3
8	50.7	82.9	-50.3	-90.0	-50.3	64.8	81.4	-38.5	-45.0	-38.5
9	53.9	-81.2	-53.3	90.0	-53.3	44.8	-45.0	-54.5	90.0	-54.5
10	43.3	76.1	-42.1	-90.0	-42.1	59.7	73.6	-28.5	-45.0	-28.5

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

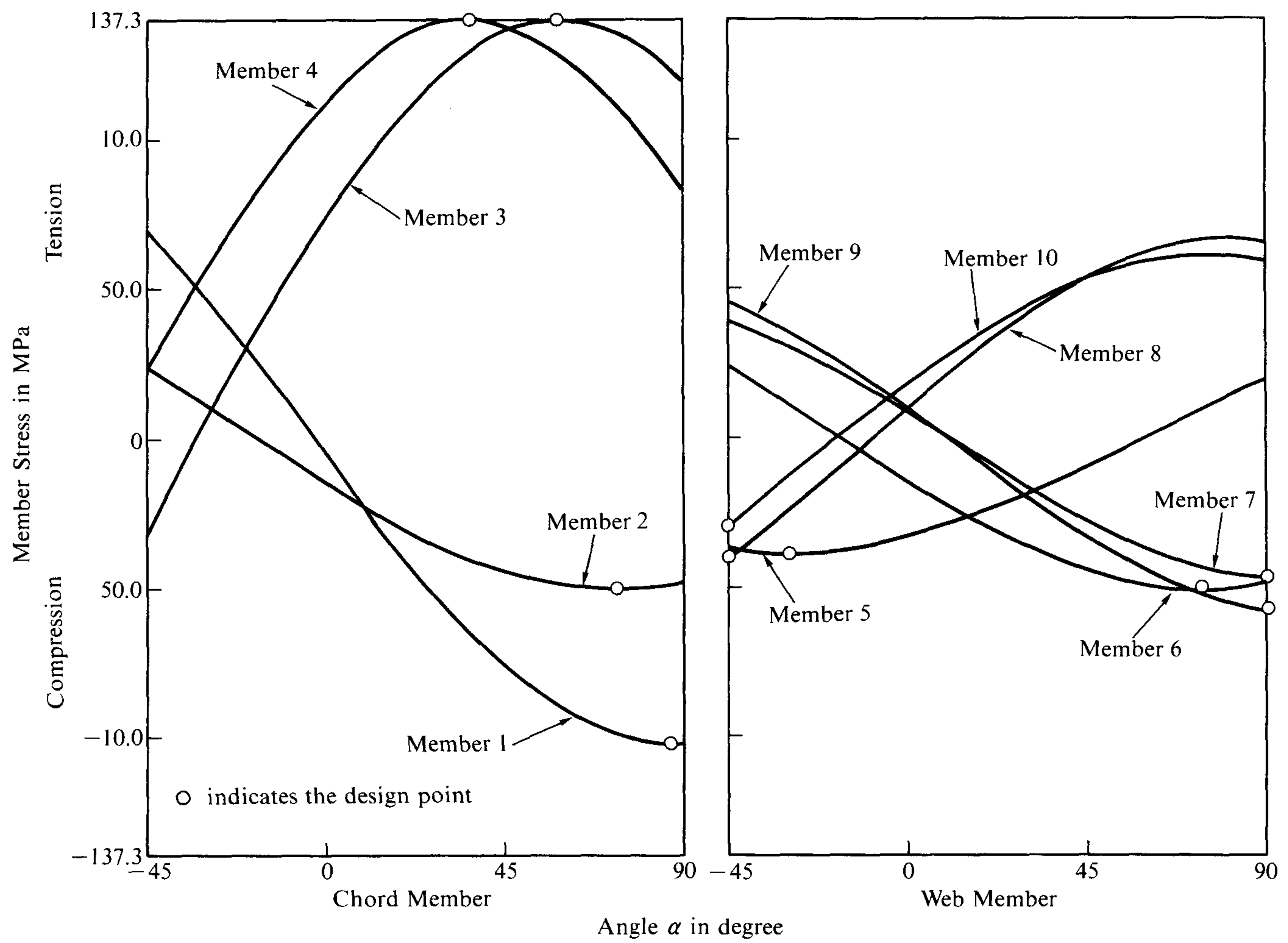


Fig. 3 Influence Line for Member Stress

5bに示す。Table 2とTable 4を比較すれば、弦材1, 3および4と、腹材8と9は、変位制約条件を満足するのに多いに貢献している。Table 5aおよびTable 5bを見

ると、節点変位制約は節点2でいっぱいになっているが、応力制約はいくつかの部材で余裕がある。

and Their Corresponding Load Direction (Constraint set 1)

Case 3					Case 4					Case 5	
σ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}	σ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}	σ^{*1}	σ_{cr}^{*3}
-5.0	0.0	-100.5	87.2	-100.6	-76.3	45.0	-107.9	90.0	-107.9	-108.6	-108.7
-5.5	0.0	-24.6	77.1	-24.6	-26.6	45.0	-35.9	87.0	-35.9	-34.4	-34.4
137.3	57.5	73.7	0.0	-81.5	137.3	50.5	105.9	90.0	-74.6	137.3	-56.3
137.2	42.9	93.4	90.0	-63.4	137.3	45.0	87.0	90.0	-60.1	103.0	-51.8
92.6	90.0	-25.3	0.0	-25.3	137.3	90.0	35.0	45.0	-0.7	117.6	-0.3
-5.5	0.0	-24.6	77.1	-24.6	-26.6	45.0	-35.9	87.0	-35.9	-34.4	-34.4
7.8	0.0	-45.5	90.0	-45.5	-22.2	45.0	-31.3	89.8	-31.3	-29.4	-29.4
100.5	82.0	13.9	0.0	-25.5	98.9	90.0	69.9	45.0	-36.7	102.5	-36.5
1.5	0.0	-64.7	90.0	-64.7	-42.5	45.0	-60.8	90.0	-60.8	-61.4	-61.4
137.2	77.1	30.7	0.0	-3.1	137.3	87.0	102.0	45.0	-6.6	137.3	-6.1

Table 4 Optimum of Ten Member Truss (Constraint set 2)

Member number	Optimum areas in cm ²				
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
1	37.11	42.01	56.09	59.05	59.83
2	14.53	13.96	1.62	1.71	1.71
3	37.16	41.27	37.43	29.54	26.37
4	26.56	24.82	32.95	35.83	31.52
5	9.40	10.82	5.97	0.10	0.10
6	14.53	13.96	1.62	1.71	1.71
7	27.09	28.33	17.87	4.18	4.09
8	30.61	23.56	37.44	44.66	44.52
9	32.91	33.63	41.77	44.76	44.59
10	24.24	17.35	0.10	0.10	0.10
Optimum mass in kg	1421	1376	1286	1227	1193
Natural frequencies in Hz					
1st	28.43	29.25	34.25	30.86	31.63
2nd	74.29	80.50	81.23	39.50	40.47

Table 5a Ten Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses,

Member number	Case 1					Case 2				
	σ_{max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}	σ_{max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}
1	82.5	−90.0	−82.5	88.0	−123.3	48.5	−45.0	−71.0	88.1	−135.9
2	47.5	−90.0	−48.3	79.5	−48.3	25.3	−45.0	−46.4	78.1	−46.4
3	90.8	56.7	−76.0	−90.0	−123.4	83.6	57.3	−17.8	−45.0	−137.1
4	84.0	34.7	−47.9	−90.0	−88.2	91.0	36.0	14.2	−45.0	−82.4
5	18.3	90.0	−31.2	−35.8	−31.2	28.8	90.0	−35.6	−45.0	−35.6
6	47.5	−90.0	−48.3	79.5	−48.3	25.3	−45.0	−46.4	78.1	−46.4
7	45.3	−82.8	−45.0	90.0	−45.0	36.7	−45.0	−47.0	90.0	−47.0
8	51.1	84.3	−50.8	−90.0	−50.8	61.4	84.6	−39.1	−45.0	−39.1
9	54.9	−84.2	−54.6	90.0	−54.6	43.5	−45.0	−55.8	90.0	−55.8
10	40.9	79.5	−40.2	−90.0	−40.2	52.8	78.1	−28.8	−45.0	−28.8

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree *3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 5b Ten Member Truss; Maximum and Minimum of Displacements,

Node number	Displacement limit in cm	Case 1				Case 2			
		δ_{max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ_{min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ_{max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ_{min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$
1	u1 ±0.500	0.379	−90.0	−0.380	84.8	0.215	−45.0	−0.341	84.2
	v1 ±1.500	1.360	75.7	−1.318	−90.0	1.365	75.9	−0.701	−45.0
2	u2 ±0.500	0.500	46.2	−0.361	−90.0	0.500	46.2	−0.010	45.0
	v2 ±1.500	1.500	76.1	−1.456	−90.0	1.500	76.1	−0.774	−45.0
3	u3 ±0.500	0.240	−90.0	−0.240	88.0	0.141	−45.0	−0.207	88.1
	v3 ±1.500	0.538	85.9	−0.536	−90.0	0.565	85.9	−0.369	−45.0
4	u4 ±0.500	0.265	56.7	−0.221	−90.0	0.244	57.3	−0.052	−45.0
	v4 ±1.500	0.496	77.0	−0.483	−90.0	0.490	77.8	−0.266	−45.0

Remarks: *1 unit in cm *2 unit in degree

4.2 24部材トラス

24部材トラス構造物を Table 4 に示す。196.1 kN {20.0 tf} の大きさの外力が節点 4 と 7 に作用している。この二つの外力は同じ方向を向くように定められている。この構造物の最適化は次の 4 ケースについて行った。

ケース 1: $0^\circ \leq \alpha_1 \leq 120^\circ$

$\alpha_2 = 90^\circ$

ケース 2: $0^\circ \leq \alpha_1 \leq 120^\circ$

$0^\circ \leq \alpha_2 \leq 180^\circ$

ケース 3: $-180^\circ \leq \alpha_1 \leq 180^\circ$

$\alpha_2 = 90^\circ$

ケース 4: $-180^\circ \leq \alpha_1 \leq 180^\circ$

$0^\circ \leq \alpha_2 \leq 180^\circ$

ここで、 α_1 は x-y 平面に投影された外力と x 軸とのなす角であり、 α_2 は外力と x 軸とのなす角である。製作

を考慮して、24部材は 6 グループに分割されている。すなわちこの最適化問題には 6 個の設計変数がある。Table 1 に示す制約条件 1 がこれらの問題に適用された。最適解は Table 6 に示されている。予想の通り、鉛直部材 1, 2, 3, 13, 14, および 15 は、ケース 1 およびケース 3 の場合に対して、ケース 2 およびケース 4 では部材断面が著しく増加している。荷重作用方向の変動範囲が広がると、最小質量は大きくなっている。この構造物の 1 次の固有振動数と 2 次の固有振動数とが一致しているのは興味深いことである。動的外力がこのようなタイプの構造物に作用すると、複雑な挙動を示すと思われる。

各部材の最大応力および最小応力を、対応する最悪荷重方向角の値とともに Table 7-Table 10 に示す。この結果を見ると、各部材グループで少なくとも 1 部材は座屈応力制約いっぱいになっており、すべての部材グループが座屈応力で設計されている。また、最悪荷重方向角

and Their Corresponding Load Directions (Constraint set 2)

Case 3					Case 4					Case 5	
σ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}	σ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	σ_{cr}^{*3}	σ^{*1}	σ_{cr}^{*3}
-2.1	0.0	-63.3	88.1	-186.3	-46.8	45.0	-66.1	89.9	-196.1	-65.2	-198.7
-0.8	0.0	-5.4	81.1	-5.4	-3.9	45.0	-5.7	90.0	-5.7	-5.7	-5.7
79.5	51.7	49.3	0.0	-124.3	94.3	45.4	67.1	90.0	-98.1	75.1	-87.6
84.0	44.9	59.3	90.0	-109.4	77.2	45.0	54.5	90.0	-119.0	61.9	-104.7
61.4	90.0	-19.8	0.0	-19.8	108.0	90.0	33.0	45.0	-0.3	99.9	-0.3
-0.8	0.0	-5.4	81.1	-5.4	-3.9	45.0	-5.7	90.0	-5.7	-5.7	-5.7
9.3	0.0	-29.7	90.0	-29.7	-3.4	45.0	-6.9	90.0	-6.9	-6.8	-6.8
60.1	85.8	4.4	0.0	-62.2	61.5	89.8	43.6	45.0	-74.2	61.7	-73.9
0.0	0.0	-66.1	90.0	-69.4	-43.6	45.0	-61.7	90.9	-74.8	-61.9	-74.0
122.6	81.1	18.9	0.0	-0.2	137.2	90.0	94.8	45.0	-0.2	137.1	-0.2

and Their Corresponding Load Directions (Constraint set 2)

Case 3				Case 4				Case 5
δ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ_{\max}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ_{\min}^{*1}	$\bar{\alpha}^{*2}$	δ^{*1}
-0.008	0.0	-0.200	87.6	-0.148	-45.0	-0.209	90.0	-0.207
1.484	76.3	0.352	0.0	1.483	76.2	1.269	45.0	1.483
0.475	48.2	0.317	0.0	0.500	45.1	0.354	90.0	0.399
1.500	76.3	0.354	0.0	1.499	76.3	1.280	45.0	1.499
-0.006	0.0	-0.184	88.1	-0.136	45.0	-0.193	89.9	-0.190
0.534	86.6	0.032	0.0	0.551	89.8	0.390	45.0	0.549
0.232	51.7	0.144	0.0	0.275	45.4	0.195	90.0	0.219
0.366	75.8	0.090	0.0	0.297	52.6	0.236	90.0	0.259

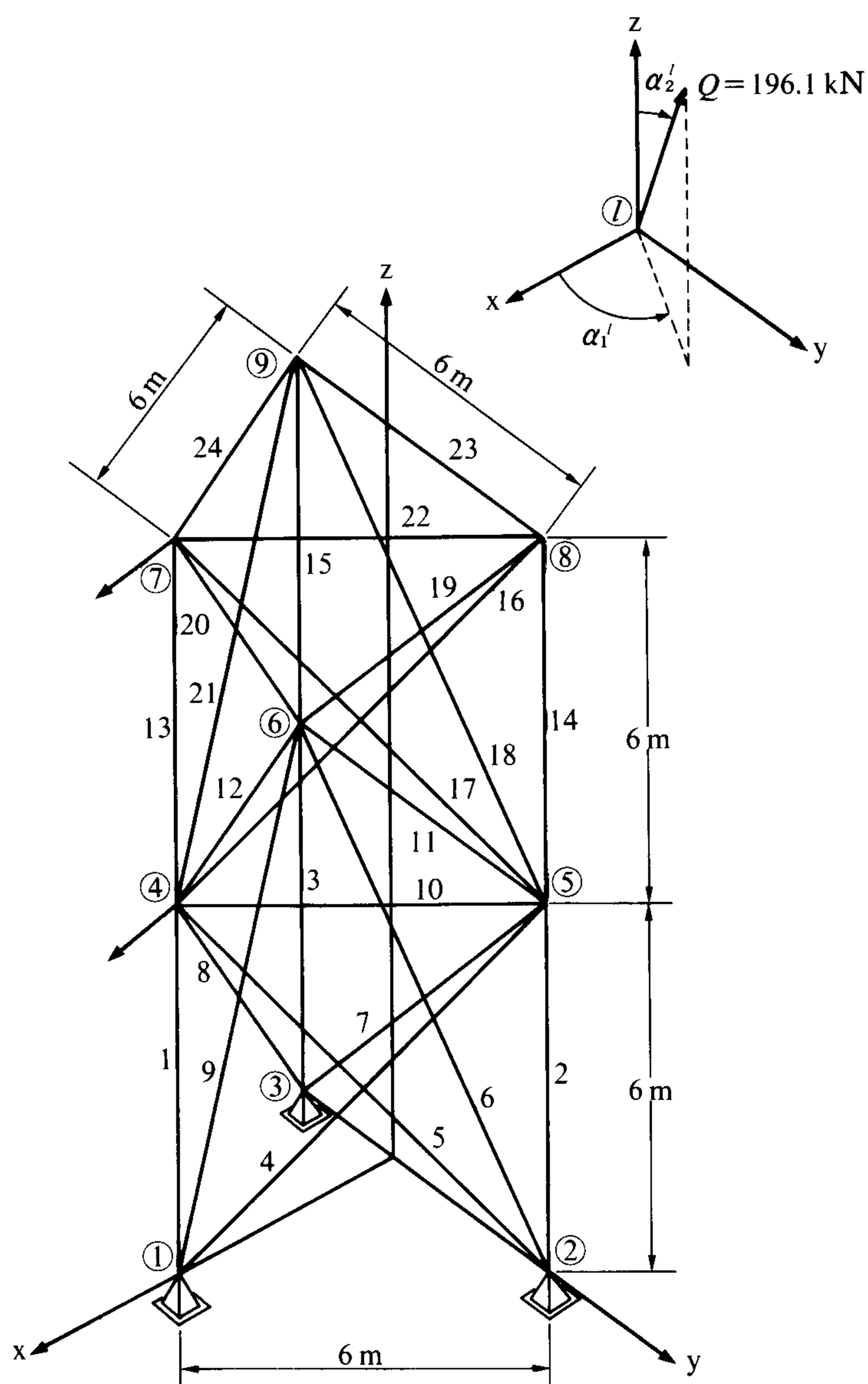


Fig. 4 Twenty-four Member Truss

は、各部材ごとに異なっている。

4.3 25部材トラス

25部材トラスからなる電送鉄塔を Fig. 5 に示す。981 kN {100.0 tf} の大きさの外力が節点3 および4 に作用しており、荷重作用方向はそれぞれ独立に変化している。この問題は次に示す3 ケースの場合に分けて考えられる。

ケース1: 荷重作用方向は3次元空間で変動する場合

ケース2: 荷重作用方向はx-y平面で変動する場合

ケース3: 荷重作用方向はy-z平面で変動する場合

最適解は制約条件1についてのみ求めた。25部材は7グループに分けられている。各部材のグループ分けおよび最適解を Table 11 に示す。この結果から、ケース1における最小質量がこれらのケースの中では一ばん大きいことが分かる。各部材の応力の最大値および最小値と、それに対応する最悪荷重方向角を Table 12-Table 14 に示す。 α の肩字は作用節点番号を示し、第1添字はx-y平面への外力の斜影とx軸とのなす角を示し、第2添字は外力とz軸とのなす角を示す。この表を見ると、設計変数4と5は座屈応力制約から定まり、残りの設計変数は引張応力および圧縮応力の制約から定まる。また、最悪荷重方向角は各部材ごとに異なっていることが分かる。

5. まとめと結論

作用方向が変動する外力を受ける構造物の最適設計法を提案し、計算例として10部材トラス、24部材トラスおよび25部材トラスの3種類のトラス構造物の最適解を求めた。部材応力や節点変位の最大値を求めるために解析

Table 6 Optimum of Twenty-four Member Truss

Group number	Member numbers	Optimum areas in cm ²			
		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
1	1,2,3	35.52	40.10	35.44	39.87
2	4,5,6,7,8,9	49.17	49.05	49.17	49.06
3	10,11,12	12.78	12.97	13.51	15.07
4	13,14,15	20.85	26.16	20.77	25.97
5	16,17,18,19,20,21	36.27	36.36	36.25	36.31
6	22,23,24	14.73	14.79	14.78	14.89
Optimum mass in kg		4600	4742	4608	4766
Natural frequencies in Hz					
1st		19.95	20.41	19.94	20.39
2nd		19.95	20.41	19.94	20.39

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 7 Twenty-four Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 1)

Group number	Member number	Maximum		Minimum		σ_{cr}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	
1	1	59.0	120.0	-118.0	0.0	-118.0
	2	53.0	0.0	-104.9	120.0	
	3	104.9	59.6	51.9	120.0	
2	4	49.9	120.0	-37.5	0.0	-81.7
	5	27.7	0.0	-81.6	109.8	
	6	15.9	0.0	-7.9	120.0	
	7	15.9	0.0	-7.9	120.0	
	8	81.6	70.2	27.7	0.0	
	9	-12.5	120.0	-52.0	43.9	
3	10	46.3	11.1	-15.0	120.0	-42.4
	11	21.2	120.0	-42.5	0.0	
	12	45.4	0.0	-30.4	120.0	
4	13	34.6	120.0	-69.2	0.0	-69.2
	14	20.2	0.0	-34.8	120.0	
	15	35.0	54.8	14.7	120.0	
5	16	28.1	120.0	-16.0	0.0	-60.2
	17	28.1	0.0	-60.2	117.8	
	18	0.2	120.0	-0.4	0.0	
	19	0.2	120.0	-0.4	0.0	
	20	60.2	62.2	28.1	0.0	
	21	12.1	120.0	-28.2	55.4	
6	22	27.9	0.0	-48.9	120.0	-48.9
	23	0.6	0.0	-0.3	120.0	
	24	49.1	55.4	21.1	120.0	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 8 Twenty-four Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 2)

Group number	Member number	Maximum			Minimum			σ_{cr}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	$\bar{\alpha}_2^{*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	$\bar{\alpha}_2^{*2}$	
1	1	96.7	120.0	33.1	-133.2	0.0	127.5	-133.2
	2	48.0	0.0	98.1	-94.4	120.0	85.9	
	3	94.4	59.7	94.1	-6.8	59.7	0.0	
2	4	51.7	120.0	79.1	-38.1	0.0	104.8	-81.5
	5	30.1	0.0	71.1	-81.4	110.6	96.9	
	6	14.7	0.0	97.5	-7.5	120.0	75.3	
	7	14.7	0.0	97.5	-7.5	120.0	75.3	
	8	81.4	69.4	83.1	9.7	0.0	180.0	
	9	9.7	45.4	0.0	-53.4	45.4	100.5	
3	10	54.6	6.6	130.2	-38.9	120.0	25.2	-43.1
	11	37.5	0.0	99.1	19.4	120.0	72.3	
	12	54.4	0.0	130.4	-43.1	120.0	35.2	
4	13	71.7	120.0	23.3	-86.9	0.0	139.3	-86.9
	14	16.4	0.0	104.6	-28.2	120.0	81.5	
	15	28.3	55.4	98.4	-4.1	55.4	0.0	
5	16	28.3	120.0	80.6	-15.9	0.0	106.9	-60.4
	17	29.2	0.0	80.9	-60.4	118.6	94.4	
	18	0.6	120.0	131.9	-1.0	0.0	65.8	
	19	0.6	120.0	131.9	-1.0	0.0	65.8	
	20	60.4	61.4	85.6	-4.6	0.0	180.0	
	21	4.6	120.0	0.0	-28.3	56.9	99.4	
6	22	27.7	0.0	106.9	-49.1	120.0	80.6	-49.1
	23	1.7	0.0	65.8	-1.1	120.0	131.9	
	24	49.2	56.9	99.4	-8.0	56.9	0.0	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 9 Twenty-four Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 3)

Group number	Member number	Maximum		Minimum		σ_{cr}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	
1	1	117.7	-180.0	-117.7	0.0	-117.7
	2	105.0	-59.6	-105.0	120.4	
	3	105.0	59.6	-105.0	-120.4	
2	4	52.1	136.4	-52.1	-43.6	-81.7
	5	81.6	-70.4	-81.6	109.6	
	6	16.2	0.0	-16.2	-180.0	
	7	16.2	0.0	-16.2	-180.0	
	8	81.6	70.4	-81.6	-109.6	
	9	52.1	-136.4	-52.1	43.6	
3	10	44.9	11.1	-44.9	-168.9	-44.9
	11	41.4	-180.0	-41.4	0.0	
	12	44.9	-11.1	-44.9	168.9	
4	13	69.0	-180.0	-69.0	0.0	-69.0
	14	35.1	-54.8	-35.1	125.2	
	15	35.1	54.8	-35.1	-125.2	
5	16	28.3	125.0	-28.3	-55.0	-60.2
	17	60.2	-62.3	-60.2	117.7	
	18	0.2	-180.0	-0.2	0.0	
	19	0.2	-180.0	-0.2	180.0	
	20	60.2	-62.3	-60.2	117.7	
	21	28.3	-125.0	-28.3	55.0	
6	22	49.1	-55.0	-49.1	125.0	-49.1
	23	0.3	0.0	-0.3	-180.0	
	24	49.1	55.0	-49.1	-125.0	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 10 Twenty-four Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 4)

Group number	Member number	Maximum			Minimum			σ_{cr}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	$\bar{\alpha}_2^{*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{*2}$	$\bar{\alpha}_2^{*2}$	
1	1	132.4	-180.0	52.6	-132.4	0.0	127.4	-132.4
	2	94.8	-59.7	94.3	-94.8	120.3	85.7	
	3	94.8	59.7	94.3	-94.8	-120.3	85.7	
2	4	53.8	135.2	79.0	-53.8	-44.8	101.0	-81.5
	5	81.4	-69.9	82.7	-81.4	110.1	97.3	
	6	15.4	0.0	97.9	-15.4	-180.0	82.1	
	7	15.4	0.0	97.9	-15.4	-180.0	82.1	
	8	81.4	69.9	82.7	-81.4	-110.1	97.3	
	9	53.8	-135.2	79.0	-53.8	44.8	101.0	
3	10	50.1	6.7	130.1	-50.1	-173.3	49.9	-50.1
	11	34.9	-180.0	80.5	-34.9	0.0	99.5	
	12	50.1	-6.7	130.1	-50.1	173.3	49.9	
4	13	86.2	-180.0	40.5	-86.2	0.0	139.5	-86.2
	14	28.5	-55.4	99.0	-28.5	124.6	81.0	
	15	28.5	55.4	99.0	-28.5	-124.6	81.0	
5	16	28.7	123.9	79.9	-28.7	-56.1	100.1	-60.3
	17	60.3	-61.8	85.2	-60.3	118.2	94.8	
	18	0.7	-180.0	142.2	-0.7	0.0	37.8	
	19	0.7	-180.0	142.2	-0.7	0.0	37.8	
	20	60.3	61.8	85.2	-60.3	-118.2	94.8	
	21	28.7	-123.9	79.9	-28.7	56.1	100.1	
6	22	49.5	-56.1	100.1	-49.5	123.9	79.9	-49.5
	23	1.2	0.0	37.8	-1.2	-180.0	142.2	
	24	49.5	56.1	100.1	-49.5	-123.9	79.9	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 11 Optimum of Twenty-five Member Truss

Group number	Member numbers	Optimum areas in cm ²		
		Case 1	Case 2	Case 3
1	1	66.15	63.44	9.96
2	2,3,4,5	93.14	93.61	50.22
3	6,7,8,9	95.41	85.19	81.17
4	10,11,12,13	5.50	4.86	7.05
5	14,15,16,17	31.42	30.83	27.95
6	18,19,20,21	47.01	41.64	42.45
7	22,23,24,25	143.78	136.72	99.73
Optimum mass in kg		5407	5110	3957
Natural frequencies in Hz				
1st		63.85	63.80	68.32
2nd		67.42	67.25	73.93

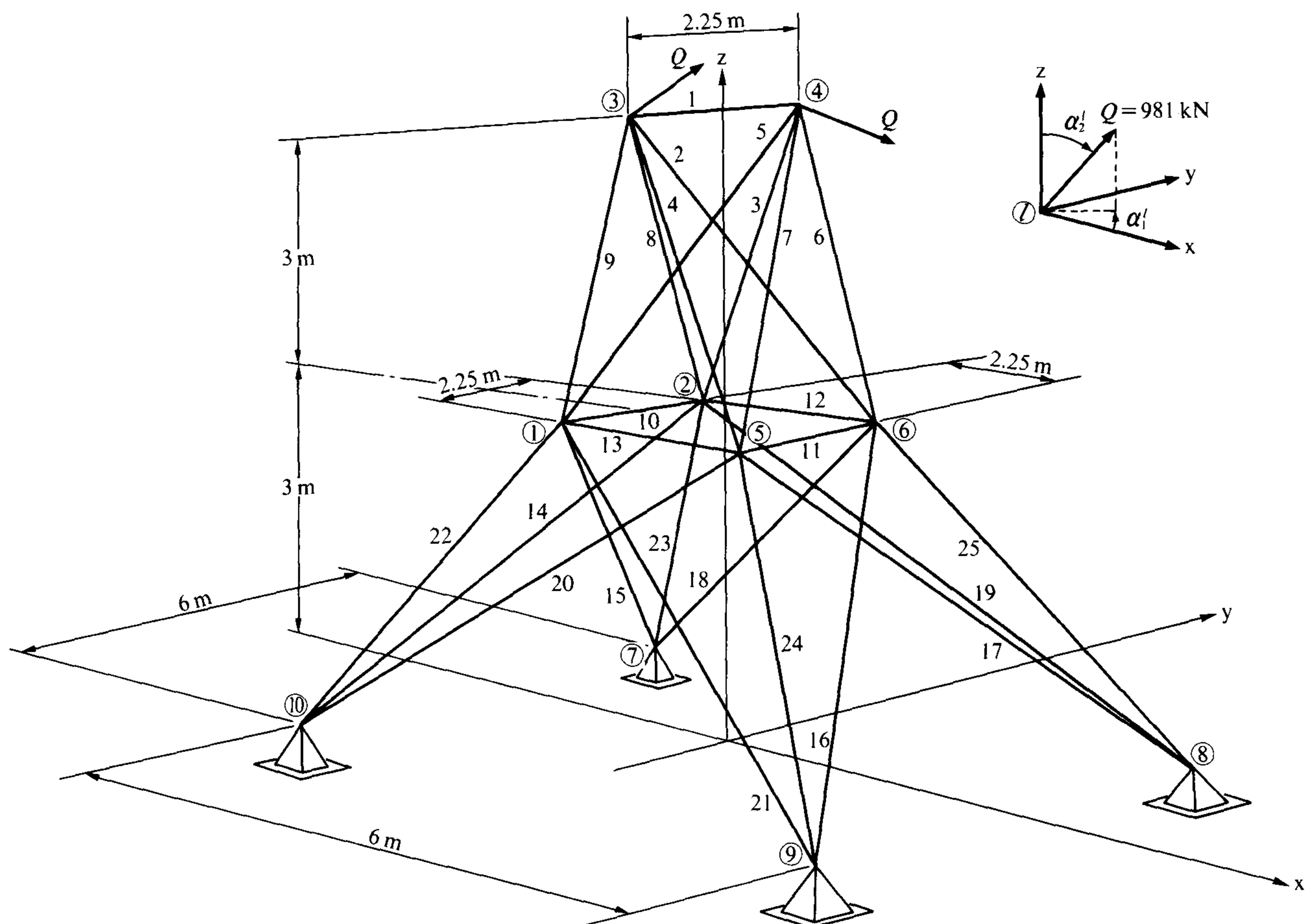


Fig. 5 Twenty-five Member Truss

Table 12 Twenty-five Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 1)

Group number	Member number	Maximum					Minimum					σ_{or}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{3*2}$	$\bar{\alpha}_2^{3*2}$	$\bar{\alpha}_1^{4*2}$	$\bar{\alpha}_2^{4*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{3*2}$	$\bar{\alpha}_2^{3*2}$	$\bar{\alpha}_1^{4*2}$	$\bar{\alpha}_2^{4*2}$	
1	1	137.3	-180.0	106.8	0.0	106.8	-137.3	0.0	73.2	-180.0	73.2	-1562.4
	2	137.3	-122.9	82.5	173.7	73.3	-137.3	57.1	97.5	-6.3	106.7	-726.5
	3	137.3	6.3	73.3	-57.1	82.5	-137.3	-173.7	106.7	122.9	97.5	
	4	137.3	122.9	82.5	-173.7	73.3	-137.3	-57.1	97.5	6.3	106.7	
	5	137.3	-6.3	73.3	57.1	82.5	-137.3	173.7	106.7	-122.9	97.5	
3	6	137.3	-173.7	106.7	-116.0	64.1	-137.3	6.3	73.3	64.0	115.9	-1111.3
	7	137.3	173.7	106.7	116.0	64.1	-137.3	-6.3	73.3	-64.0	115.9	
	8	137.3	-64.0	64.1	-6.3	106.7	-137.3	116.0	115.9	173.7	73.3	
	9	137.3	64.0	64.1	6.3	106.7	-137.3	-116.0	115.9	-173.7	73.3	
4	10	129.8	0.0	49.6	0.0	95.1	-129.8	-180.0	130.4	-180.0	84.9	-129.8
	11	129.8	-180.0	95.1	-180.0	49.6	-129.8	0.0	84.9	0.0	130.4	
	12	112.6	-70.3	66.1	-109.7	66.1	-112.6	109.7	113.9	70.3	113.9	
	13	112.6	70.3	66.1	109.7	66.1	-112.6	-109.7	113.9	-70.3	113.9	
5	14	127.2	-53.5	66.6	-48.1	89.2	-127.2	126.5	113.4	131.9	90.8	-127.3
	15	127.2	53.5	66.6	48.1	89.2	-127.2	-126.5	113.4	-131.9	90.8	
	16	127.2	-131.9	89.2	-126.5	66.6	-127.2	48.1	90.8	53.5	113.4	
	17	127.2	131.9	89.2	126.5	66.6	-127.2	-48.1	90.8	-53.5	113.4	
6	18	137.3	152.1	115.5	-112.3	64.5	-137.3	-27.9	64.5	67.7	115.5	-190.3
	19	137.3	-67.7	64.5	27.9	115.5	-137.3	112.3	115.5	-152.1	64.5	
	20	137.3	-152.1	115.5	112.3	64.5	-137.3	27.9	64.5	-67.7	115.5	
	21	137.3	67.7	64.5	-27.1	115.5	-137.3	-112.3	115.5	152.1	64.5	
7	22	137.3	39.0	62.8	47.3	87.1	-137.3	-141.0	117.2	-132.7	92.9	-1072.3
	23	137.3	-39.0	62.8	-47.3	87.1	-137.3	141.0	117.2	132.7	92.9	
	24	137.3	132.7	87.1	141.0	62.8	-137.3	-47.3	92.9	-39.0	117.2	
	25	137.3	-132.7	87.1	-141.0	62.8	-137.3	47.3	92.9	39.0	117.2	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree
 *3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 13 Twenty-four Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 2)

Group number	Member number	Maximum			Minimum			σ_{cr}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{3*2}$	$\bar{\alpha}_1^{4*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_1^{3*2}$	$\bar{\alpha}_1^{4*2}$	
1	1	137.3	-180.0	0.0	-137.3	0.0	-180.0	-1498.4
2	2	137.3	-121.6	175.2	-137.3	58.4	-4.8	-730.2
	3	137.3	4.8	-58.4	-137.3	-175.2	121.6	
	4	137.3	121.6	-175.2	-137.3	-58.4	4.8	
	5	137.3	-4.8	58.4	-137.3	175.2	-121.6	
3	6	137.3	-175.2	-116.9	-137.3	4.8	63.1	-992.2
	7	137.3	175.2	116.9	-137.3	-4.8	-63.1	
	8	137.3	-63.1	-4.8	-137.3	116.9	175.2	
	9	137.3	63.1	4.8	-137.3	-116.9	-175.2	
4	10	114.7	0.0	0.0	-114.7	-180.0	-180.0	-114.7
	11	114.7	-180.0	-180.0	-114.7	0.0	0.0	
	12	108.3	-69.2	-110.8	-108.3	110.8	69.2	
	13	108.3	69.2	110.8	-108.3	-110.8	-69.2	
5	14	124.8	-52.1	-48.5	-124.8	127.9	131.5	-124.8
	15	124.8	52.1	48.5	-124.8	-127.9	-131.5	
	16	124.8	-131.5	-127.9	-124.8	48.5	52.1	
	17	124.8	131.5	127.9	-124.8	-48.5	-52.1	
6	18	137.3	150.2	-113.1	-137.3	-29.8	66.9	-168.6
	19	137.3	-66.9	29.8	-137.3	113.1	-150.2	
	20	137.3	-150.2	113.1	-137.3	29.8	-66.9	
	21	137.3	66.9	-29.8	-137.3	-113.1	150.2	
7	22	137.3	38.4	48.5	-137.3	-141.6	-131.5	-1019.6
	23	137.3	-38.4	-48.5	-137.3	141.6	131.5	
	24	137.3	131.5	141.6	-137.3	-48.5	-38.4	
	25	137.3	-131.5	-141.6	-137.3	48.5	38.4	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree

*3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

Table 14 Twenty-five Member Truss; Maximum and Minimum of Stresses, and Their Corresponding Load Directions (Case 3)

Group number	Member number	Maximum			Minimum			σ_{cr}^{*3}
		σ^{*1}	$\bar{\alpha}_2^{3*2}$	$\bar{\alpha}_2^{4*2}$	σ^{*1}	$\bar{\alpha}_2^{3*2}$	$\bar{\alpha}_2^{4*2}$	
1	1	137.3	-180.0	-180.0	-137.3	0.0	0.0	-235.3
	2	137.2	-84.2	53.4	-137.2	95.8	-126.6	-391.7
	3	137.2	53.4	-84.2	-137.2	-126.6	95.8	
	4	137.2	84.2	-53.4	-137.2	-95.8	126.6	
	5	137.2	-53.4	84.2	-137.2	126.6	-95.8	
3	6	137.3	-126.6	-62.6	-137.3	53.4	117.4	-945.4
	7	137.3	126.6	62.6	-137.3	-53.4	-117.4	
	8	137.3	-62.6	-126.6	-137.3	117.4	53.4	
	9	137.3	62.6	126.6	-137.3	-117.4	-53.4	
4	10	40.8	0.0	-180.0	-40.8	-180.0	0.0	-166.5
	11	40.8	-180.0	0.0	-40.8	0.0	-180.0	
	12	137.3	-60.4	-60.4	-137.3	119.6	119.6	
	13	137.3	60.4	60.4	-137.3	-119.6	-119.6	
5	14	113.2	-64.1	-88.6	-113.2	115.9	91.4	-113.2
	15	113.2	64.1	88.6	-113.2	-115.9	-91.4	
	16	113.2	-88.6	-64.1	-113.2	91.4	115.9	
	17	113.2	88.6	64.1	-113.2	-91.4	-115.9	
6	18	137.3	134.2	-63.7	-137.3	-45.8	116.3	-171.9
	19	137.3	-63.7	134.2	-137.3	116.3	-45.8	
	20	137.3	-134.2	63.7	-137.3	45.8	-116.3	
	21	137.3	63.7	-134.2	-137.3	-166.3	45.8	
7	22	137.2	54.6	86.7	-137.2	-125.4	-93.3	-743.8
	23	137.2	-54.6	-86.7	-137.2	125.4	93.3	
	24	137.2	86.7	54.6	-137.2	-93.3	-125.4	
	25	137.2	-86.7	-54.6	-137.2	93.3	125.4	

Remarks: *1 unit in MPa *2 unit in degree
 *3 Euler buckling stress divided by safety factor of 1.7 unit in MPa

的方法を用いることができ、構造解析が微小変形理論に基づいている限り、解析的方法が最適化手法に代り得ることが示された。最適解の結果から、荷重の作用方向の変動範囲が広がれば、最小質量は大きくなることが分かった。また、最悪荷重方向角は、各部材や節点ごとに異なることも分かった。したがって、構造物を設計する場合、外力の作用方向を考慮することは非常に大事なことである。

謝辞：本研究の計算には米国アイオワ州 The University of Iowa, Computer Aided Engineering Laboratory の Prime 650を使用した。また、同大学の J. S. Arora 教授には有益な御助言をいただいた。なお、この論文の清書ならびに作表には卒論学生古西弘一君の協力を得た。ここに感謝の意を表する。

(原稿受付 昭和62年9月28日)

参 考 文 献

- 1) Schmit, L. A.: Structural Design by Systematic Synthesis, Proceedings, 2nd Conference on Electronic Computation, ASCE, New York, pp. 105-122, 1960.
- 2) Haug, E. J. Jr. and Arora, J. S.: Applied Optimal Design: Mechanical and Structural System, John Wiley and Son's, New York, 1979.
- 3) Kirsch, U.: Optimal Structural Design: Concepts, Methods and Applications, McGraw Hill, New York, 1981.
- 4) Lev, O. E, ed.: Structural Optimization: Recent Developments and Applications, ASCE, New York, 1981.
- 5) Lipson S. L. and Agrawal, K. M.: Weight Optimization of Plane Trusses, ASCE, Vol. 100, No. ST5, pp. 865-879, May 1974.
- 6) Venkayya, V. B.: Design of Optimum Structures, Computers and Structures, Vol. 1, Nos. 1/2, pp. 265-309, 1971.
- 7) Goble, G. G. and DeSantis, P. V.: Optimum Design of Mixed Steel Composite Girders, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, No. ST6, pp. 25-43, December 1966.
- 8) Kwak, B. M. and Haug, E. J. Jr.: Optimum Design in the Presence of Parametric Uncertainty, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 19, No. 4, pp. 527-546, August 1976.