

直接法による閉ループ系内プラントの同定

大浦 邦彦*

Identification of the Plant in Closed-Loop System by Direct Approach

Kunihiko OURA*

ABSTRACT: This paper proposes an identification procedure of the plant in closed-loop control system. There are identifiability conditions which assure uniqueness and unbiasedness of estimates, but they are not available in practice. The reason is that they require the orders and delay-time of the plant, which are practically unknown. In addition, most of the former works assumed persistently excitation to the reference signal, which also was hard to satisfy in practical systems. In this paper, the author first investigate the influence caused by closed-loop on the identification, and then, propose a procedure of estimating orders and delay-time taking account of the consequence that he has in his work.

1. はじめに

制御対象のモデリングを行うにあたり、物理モデルを構成する手法に加えて非物理モデルを構成するシステム同定は重要な手法である。システム同定において、しばしば出力フィードバックを伴った形で、同定に必要な入出力データを取得しなければならないことがある。例えば化学プラントなどのプロセス制御系、あるいは発電プラントなどでは、安全性や経済性などの理由により閉ループ実験を行なえないことが多い。従って、システム同定という実際的な問題を取り扱う上で閉ループ系の同定手法を確立することが求められてきた。

一般に閉ループ系同定へのアプローチとしては、(1)直接法、(2)間接法、(3)入出力結合法、の3つがあるが、研究内容に着目すると、これまでに大別して2種類の研究が行なわれてきた。1つは、1970年代に活発に行なわれた、主として閉ループ系の可同定性に関する研究である。多くの研究から、不偏一致推定量を得るための可同定条件などが明らかにされた⁽¹⁾。この可同定条件は、対象の構造が真のモデルと等しければ、閉ループ系内で稼働中のプラントであっても従来のパラメータ推定法により同定可能であることを示唆している。しかしこれらの研究では、本来は未知である同定対象プラントの構造を既知と仮定している点に問題があり、その意味で構造同定の問題を避け、可同定性を中心に考察した点に特徴が

あった。もう一方は、ロバスト制御理論の展開に伴い1980年代後半から行なわれている、制御のための同定に関する研究である。閉ループ制御下での、モデルの不確かさを考慮した多くの研究成果が発表されているが、ノミナルモデルを同定することで、真のプラントの推定値を必要としていない点に特徴がある。同定誤差を制御により補おうというのが基本的な研究姿勢であり、真のプラントを同定する手法に関しては検討していないのが現状である。

このような背景をもとに、著者はこれまでに閉ループ系の同定について、詳細に検討を加えてきた。従来の研究と比して「真のプラント(モデル)」の存在を仮定し、制御器の切り替えや設定値(SV)の変更といった操作は行なえないとしたうえで、入出力データからプラントの次数・むだ時間の推定法について考察してきた点に独自性がある。

次数とむだ時間の推定法に関しては、一般に赤池の情報量規範(AIC)や予測誤差(FPE)の利用、推定残差系列の白色性、または推定モデルの極零配置により求める手法などが知られている。しかし、これらの手法を直接閉ループ系に適用しても、プラントの次数が推定されるとは限らない。これは入出力データがフィードバックループを介して相関を持ち、次数とむだ時間の設定によってはプラントの特性を示さない場合があるためである。このように、閉ループ系での次数、むだ時間の推定には閉ループ系特有の性質に起因する困難があり、次数、むだ時間の決定に至るまでには、閉ループ系の状態を考慮した独特の判断、推定法の選択手順が求められる。

* 工学部電気工学科 専任講師 博士(工学)
Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering,
Assistant-Professsor, Dr. of Engineering

本論文は、閉ループ系内の次数とむだ時間が未知のプラントに対して、入出力データからの次数・むだ時間の推定法を提案するものである。ここで上記に述べた仮定を考慮して、直接法によって同定する。対象プラントとしては応答のゆるやかなプロセス制御系を考慮し、未知パラメータに応じて①次数既知とした場合の、むだ時間推定法、②次数とむだ時間の推定法、③入力雑音が存在しない場合の推定法、それぞれについて考察する。そして提案法を、実際に液位・温度制御系から得られたデータに適用してその有効性を示す。

2. 問題の記述

本論文で対象とする閉ループ系は、ブロック線図で図1のように表されると仮定する。

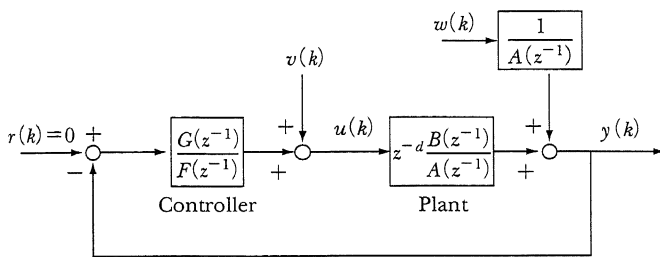


図1 閉ループ系
Fig. 1 Closed-loop system

ここで対象プラントは1入力1出力、時不変線形離散時間システムであり、次式で表される。

$$y(k) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + \frac{1}{A(z^{-1})} w(k)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} \quad (1)$$

制御器は線形レギュレータを仮定し、以下のように表す。

$$u(k) = -\frac{G(z^{-1})}{F(z^{-1})} y(k) + v(k)$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_{n_f} z^{-n_f}$$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \dots + g_{n_g} z^{-n_g} \quad (2)$$

プラントの次数 (n_a, n_b)、むだ時間 d およびパラメータは全て未知であるが、制御器の次数 (n_f, n_g) パラメータ $\{f_1, f_2, \dots, f_{n_f}, g_0, g_1, \dots, g_{n_g}\}$ は既知と仮定する。

(1)式と(2)式において $\{v(k)\}, \{w(k)\}$ はそれぞれプラントの入出力端に重畳される白色雑音であり、

$$E\{w(k)\} = 0, \quad E\{w(j)w(k)\} = \sigma_w^2 \delta_{jk}$$

$$E\{v(k)\} = 0, \quad E\{v(j)v(k)\} = \sigma_v^2 \delta_{jk}$$

$$E\{w(j)v(k)\} = 0$$

なる特性を有する。なおここで $E[\cdot]$ は集合平均を表し、また δ_{jk} はクロネッカの δ 関数である。

以上より、プラントの次数とむだ時間が真値に等しく推定されれば、最小二乗法の適用により不偏一致推定量

が得られる。最小二乗法は、次数とむだ時間の推定値を $\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d}$ としたとき、以下のように行列を定義して

$$y = [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T$$

$$\hat{\theta} = [-\hat{a}_1, -\hat{a}_2, \dots, -\hat{a}_{\hat{n}_a}, \hat{b}_0, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{\hat{n}_b}]^T$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} y(0) & \dots & y(1-\hat{n}_a) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-1) & \dots & y(N-\hat{n}_a) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u(1-\hat{d}) & \dots & u(1-\hat{d}-\hat{n}_b) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(N-\hat{d}) & \dots & u(N-\hat{d}-\hat{n}_b) \end{bmatrix}$$

(3)式のように推定パラメータを求める手法である。

$$\hat{\theta} = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T y \quad (3)$$

本論文では、このような条件のもとで入出力データ $\{u(k)\}$ および $\{y(k)\}$ から、対象プラントの次数およびむだ時間推定法を提案する。

3. 推定モデルの選定

閉ループ系において、入出力データ $\{u(k)\}$ と $\{y(k)\}$ の間には、プラントにより規定される関係と、制御器により規定される関係の両方が成立している。このため閉ループ内プラントの次数・むだ時間を推定するにあたり、推定モデルの選定も含めた入出力データの取り扱いには、開ループでの同定とは異なる注意が必要である。

本章では次数とむだ時間の推定手順の提案に先立ち、閉ループ系の同定における入出力データの取り扱い、推定モデルの選定について考慮すべき事項をまとめる。

3.1 入出力データの周波数特性

入出力データの示す特性は系に加わる雑音の大きさ σ_v^2, σ_w^2 によって異なる。これは、(1)式と(2)式から入出力データのパワースペクトル比 $\frac{\Phi_{yy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)}$ が(4)式で与えられ、

$$\frac{\Phi_{yy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)} = \frac{|z^{-d} B(z^{-1}) F(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}}^2 \sigma_v^2 + |F(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}}^2 \sigma_w^2}{|A(z^{-1}) F(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}}^2 \sigma_v^2 + |G(z^{-1})|_{z=e^{j\omega}}^2 \sigma_w^2} \quad (4)$$

雑音の大きさ σ_v^2, σ_w^2 によって、以下のように近似されることより明らかである。

$\sigma_v^2 \ll \sigma_w^2$ の場合

$$\frac{\Phi_{yy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)} \approx \left| \frac{F(z^{-1})}{G(z^{-1})} \right|_{z=e^{j\omega}}^2 \quad (5)$$

$\sigma_v^2 \gg \sigma_w^2$ の場合

$$\frac{\Phi_{yy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)} \approx \left| z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \right|_{z=e^{j\omega}}^2 \quad (6)$$

つまり閉ループ系内プラントの次数・むだ時間推定に際しては、入出力データの周波数特性の把握、言い換えれば雑音 σ_v^2 と σ_w^2 の評価が重要となる。(5), (6)式によ

ると、入出力データのパワースペクトル比 $\frac{\Phi_y(\omega)}{\Phi_u(\omega)}$ を求めればその評価が可能となると推測されるが、実際にはプラントの特性が未知であるため、(5)式の右辺で表される制御器の逆特性との比較から、雑音の大きさを見積もることができるに過ぎない。しかし、入出力データの特性把握に際して最も重要と考えられる雑音 σ_v^2 と σ_w^2 の大きさを定性的にはある程度把握できるという点では重要であり、次数とむだ時間の推定に先立って必要となる手順といえる。

実際に稼働中のプラントにおいては $\sigma_v^2 \ll \sigma_w^2$ の場合が多いので、(5)式の場合が重要である。すなわち、制御器の逆特性が支配的である入出力データから、プラントの次数とむだ時間を推定せねばならず、その意味で閉ループ系の同定は困難なものであるといえる。

3.2 推定モデルの捉える特性

一般にむだ時間を有する対象を同定する際には、推定モデルに DARX (Delayed Auto-Regressive eXogeneous) モデル(7)式の利用が考えられる。

$$\hat{A}(z^{-1})y(k) = z^{-\hat{d}}\hat{B}(z^{-1})u(k) + \hat{w}(k) \quad (7)$$

ここで“ $\hat{}$ ”は推定値であることを意味する。また $\hat{w}(k)$ は白色雑音である。しかし、閉ループ系内プラントの次数・むだ時間推定にあたっては、DARX モデルを用いることが適切であるとは限らない。これは先述のように、入出力データ間にプラントによって規定される(1)式のみならず、制御器によって規定される(2)式の関係も成り立っているからである。本節では、推定モデルが捉える特性の違いについて考察する。

(1)式と(2)式より、入出力データ $\{u(k)\}, \{y(k)\}$ に関して(8)式が成立する。

$$\begin{aligned} \{L(z^{-1})A(z^{-1}) + M(z^{-1})G(z^{-1})\}y(k) \\ = \{z^{-\hat{d}}L(z^{-1})B(z^{-1}) - M(z^{-1})F(z^{-1})\}u(k) \\ + L(z^{-1})w(k) + M(z^{-1})F(z^{-1})v(k) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで $L(z^{-1}), M(z^{-1})$ は任意の実係数多項式である。(8)式は、プラントと制御器双方の特性を含んだ入出力データの時系列モデル表現と考えられる。むだ時間が比較的大きなプロセス制御系などでは、(8)式の右辺第一項において制御器は低次項、プロセスは高次項で支配的となる。このことから、推定モデルの次数とむだ時間の設定により、捉えられる特性が異なることが確認される。

このことを入力 $\{u(k)\}$ と出力 $\{y(k)\}$ 間に成立する線形写像の面から考えると、(1)式で与えられるプラントが $\{u(k-d), \dots, u(k-d-n_b)\}, \{y(k), \dots, y(k-n_a)\}$ 間に成立する線形関係を規定するのに対し、制御器は(2)式より $\{u(k-1) \dots u(k-n_f)\} \{y(k) \dots y(k-n_g)\}$ 間の線形関係を規定していることになる。一方推定モデルに関しては、 $\{u(k-\hat{d}) \dots u(k-\hat{d}-\hat{n}_b)\} \{y(k) \dots y(k-\hat{n}_a)\}$ 間の線形関係を抽出するのが DARX モデルであり、むだ時間

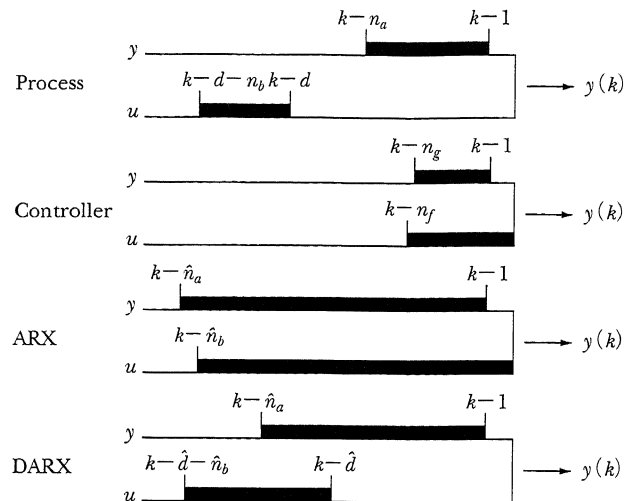


図2 入出力データの写像関係

Fig. 2 Relations between input-output data

$\hat{d}=0$ とした ARX (Auto-Regressive eXogeneous) モデルは、 $\{u(k) \dots u(k-\hat{n}_b)\}$ と $\{y(k) \dots y(k-\hat{n}_a)\}$ 間に成り立つ線形関係を抽出していることになる(図2)。

次数 (\hat{n}_a, \hat{n}_b) とむだ時間 \hat{d} が真値に等しい DARX モデルによれば、プラントの規定する線形関係の抽出は可能であるが、予めこれらの真値を知ることができない場合には、まず ARX モデルを用いてプラントおよび制御器双方の線形関係を抽出するのが妥当である。つまりまず入出力データを ARX モデルに適用し、それらの候補を絞ったうえで、DARX モデルを用いて更に詳細な検討を加えてそれらの値を把握する必要がある。

4. 次数・むだ時間の推定

前章では、閉ループ系内プラントの入出力データを用いて同定を行うには、まず時系列データの特性を把握する必要があること、また推定の際にはモデル選定にも充分留意しなければならないことを示した。

閉ループ系で同定実験が行なわれる場合、入出力データにはプラントの特性が現われるので、次数とむだ時間を真値に設定し、PE性 (Persistently Excitation/Sufficiently rich condition: 持続的励振条件) を満たす入力信号を用いることによりパラメータ推定が可能となる。次数とむだ時間が未知であれば、パラメータ推定に先立ってこれらを推定することになる。この推定法としては、赤池によって提案された AIC (An Information Criteria: 情報量基準) や FPE (Final Prediction Error: 最終予測誤差規範) が良く用いられるが、閉ループ系の場合には前述した理由により、これらを直接用いることができない。データの特性を把握したうえでモデル選定をおこない、慎重に推定する必要がある。つまり、閉ループ独特の推定手順が求められる。

本章では、未知パラメータの割合に応じた、閉ループ内プラントの次数・むだ時間推定法を提案する。

4.1 次数を既知とした場合のむだ時間推定法

本節では、対象プラントの次数 (n_a, n_b) が既知と仮定した場合の、むだ時間の推定法について述べる。

閉ループ同定の場合、むだ時間は次数を真値に設定した DARX モデルの推定パラメータ $\hat{B}(z^{-1})$ の変化率により推定できる。閉ループの場合には $\hat{B}(z^{-1})$ の低次パラメータには制御器の特性が現れるため、閉ループのようには選定できないが、 $z^{-d}B(z^{-1})$ の項は $order\{\hat{B}(z^{-1})\}$ の高次成分で支配的であること、また次数 (n_a, n_b) と制御器が既知であることを考慮すれば、閉ループにおけるむだ時間推定は以下のように行なえる。

• $n_a > n_g$ の場合

$order\{\hat{A}(z^{-1})\} = n_a$ として、ARX モデル(9)式により同定する。

$$\hat{A}(z^{-1})y(k) = \hat{B}(z^{-1})u(k) + w(k) \quad (9)$$

このとき、前節で述べた入出力データ間に成り立つ関係を考慮すると、明らかに(10)式と(11)式が成り立つから、

$$\hat{A}(z^{-1}) \approx L(z^{-1})A(z^{-1}) + M(z^{-1})G(z^{-1}) \quad (10)$$

$$\hat{B}(z^{-1}) \approx z^{-d}L(z^{-1})B(z^{-1}) - M(z^{-1})F(z^{-1}) \quad (11)$$

(10)式より $order\{L(z^{-1})\} = n_l = 0$ である。これを(11)式に用いると

$$order\{\max[d + n_b, n_m + n_f]\} = \beta$$

を得る。対象としているプロセス制御系は、一般的にむだ時間が非常に長いと考えられるため、上式より

$$d = \beta - n_b \quad (12)$$

となる。ここで β は ARX モデルを用いたとき推定誤差が小さく、かつ残差が白色であるような $\hat{B}(z^{-1})$ の次数である。

• $n_a < n_g$ の場合

$order\{\hat{A}(z^{-1})\} = n_g$ として同定する。このときは上記に対応して $order\{M(z^{-1})\} = n_m = 0$ となる。よって n_l は $0 \leq n_l \leq n_g - n_a$ を満たす。これを(11)式に用いると $\hat{B}(z^{-1})$ の次数に関して

$$order\{\max[d + n_l + n_b, n_f]\} = \beta$$

となるので、むだ時間は次式を満たすといえる。

$$\beta - n_b + n_a - n_g \leq d \leq \beta - n_b \quad (13)$$

ここで残差が白色となるように同定できたとする、 $n_l = 0$ であるから

$$d = \beta - n_b \quad (14)$$

となる。

本論文で対象としているプロセス制御系においては、普通 PI 制御器などの低次元の制御器が用いられるため、一般に $n_a > n_g$ であることが多い。また、一般にむだ時間は非常に長い、(12)(14)式よりむだ時間は

$$\hat{d} = \beta - n_b \quad (15)$$

のように推定されることになる。

4.2 次数とむだ時間が未知の場合の推定法

本節では、対象プラントの次数 (n_a, n_b) 、むだ時間 d とともに未知である場合の推定法について述べる。この場合は、以下の手順に沿って注意深く候補を選定し、推定することが求められる。

<手順1> 雑音特性の推定

むだ時間・次数推定に先だって、入出力データのパワースペクトル比 $\frac{\Phi_{yy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)}$ と制御器の逆特性 $\left| \frac{F(z^{-1})}{G(z^{-1})} \right|_{z=e^{j\omega}}$ の比較を通して雑音 σ_v^2, σ_w^2 の大きさを評価する。

周波数領域における評価により(6)式が成り立つ場合、次数・むだ時間は閉ループ系における推定手法を適用すれば求められる。しかし閉ループ系では一般に(5)式が成立すると考えられ、閉ループ系における手法をそのまま適用しても、次数・むだ時間の推定は困難である。以下では(5)式が成立する場合の推定手順を考察する。

<手順2> むだ時間の候補の選定

プラント入出力データから、まずむだ時間の候補を選定する。ここでは先述のように ARX モデルを利用する。図2において

$$\begin{aligned} \hat{n}_a &= \max\{n_a, n_g\} \\ \hat{n}_b &= \max\{n_b + d, n_f\} \end{aligned} \quad (16)$$

のような \hat{n}_a, \hat{n}_b を得るのが目的であるが、実際には入出力データの関係が(8)式で与えられるため、

$$\begin{aligned} \hat{n}_a &= \max\{n_a + n_l, n_g + n_m\} \\ \hat{n}_b &= \max\{d + n_b + n_l, n_f + n_m\} \end{aligned} \quad (17)$$

なる \hat{n}_a, \hat{n}_b を推定することになる。なおここでは組み合わせの数を減らすため、 $\hat{n}_a = \hat{n}_b$ のように変化させる。任意に変化させた \hat{n}_a の値に対し、(18)式の残差を求める。

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (18)$$

ここで、 N は入出力データ数、 $\hat{y}(k)$ は出力の推定値であり、(19)式で与えられる。

$$\hat{y}(k) = - \sum_{i=1}^{\hat{n}_a} \hat{a}_i y(k-i) + \sum_{j=0}^{\hat{n}_b} \hat{b}_j u(k-j) \quad (19)$$

閉ループ系では残差の最小値から次数 \hat{n}_a を選ばないが、閉ループ系ではプラントと制御器双方の関係が存在しているため、残差の最小値は次数推定に際し意味を持たない。しかし ARX モデルの次数 \hat{n}_a の増加に対する残差の変化は $\hat{n}_a \leq \max\{n_a + n_l, n_g + n_m\}$, $\max\{n_a + n_l, n_g + n_m\} \leq \hat{n}_a \leq d$ および $\hat{n}_a \geq d$ の各範囲において異なると考えられるため、残差の変化にも留意しながら候補を選ぶ。残差が小さく、白色となるような次数 \hat{n}_a がむだ時間の候補となる。

残差の評価から得られた候補に対し、さらに周波数領域での評価をおこなう。候補となった次数 \hat{n}_a の ARX モデルの周波数特性をパワースペクトル比 $\frac{\Phi_{yy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)}$ と比較し、さらにその候補を絞る。適切な次数を与えていれ

ば、入力信号の持つ周波数帯域において、ARX モデルの特性はパワースペクトル比に近くなると期待される。この選定値を \hat{n} とする。

この候補選定に際しては、特に入力端から重畳されている雑音がほぼ 0 と見積もられるときに、最小二乗法が数値的に不安定にならないよう注意が必要である。この評価規範としては条件数が考えられるので、入力端雑音が小さく、次数を大きくとって推定している場合には、推定と並行してデータ行列の条件数をチェックすることも必要である。

〈手順 3〉 次数の選定

手順 2 で選ばれた候補 \hat{n} から、プラントの次数およびむだ時間を選定する。ここでは DARX モデルを用いるため、まず \hat{n} から DARX モデルの次数およびむだ時間の候補を求める必要がある。

開ループ系において、次数を大きく設定した ARX モデルから真の次数を推定するには、主として 2 つの方法がある。1 つは、高次の係数のうち非常に小さいものを 0 とみなして次数を減らす方法、もう 1 つは伝達関数の分母・分子ではほぼ同じ根を約分して次数を減らしていく方法（極零消去法）である。

先の選定手順によって得られた次数 \hat{n} の ARX モデルは、プラントと制御器双方の線形関係を抽出したものと考えられる。しかし、入出力データには制御器の逆特性が支配的に現れているため、極零消去法によりほぼ同じ根を約分して次数を減らしていくと、最終的に制御器の逆特性が残るのみで、プラントの次数は得られない。つまり、ここでは極零消去法は適切ではない。

よって、先の手順で選ばれた \hat{n} から次数の候補を絞るには、高次の係数の大きさに応じて次数を減らす前者の方法を用いることになる。むだ時間 d が次数に比べ充分大きいことを考慮すると

$$\hat{n} \approx d + n_b + n_l \gg n_a \quad (20)$$

なので、 $\hat{A}(z^{-1})$ の係数を調べる。最小二乗法では零点よりも極のほうが比較的推定しやすいという性質を利用すれば、オーバーパラメータが 0 に近くなり、次数の候補を絞ると期待される。

次数 \hat{n} の ARX モデルの推定パラメータをチェックし、高次の係数のうち小さいものを 0 とみなして次数を減らす。減らした後の $\hat{A}(z^{-1})$ の次数を \hat{m} とおくと、DARX モデルの次数およびむだ時間の候補は、まず n_a , n_g の大きさによって以下のように場合分けされる。

- $n_a + n_l > n_g + n_m$ の場合

(17)式より

$$\hat{m} \approx n_a + n_l \quad (21)$$

(20), (21)式から

$$\hat{n} - \hat{m} \approx d + n_b + n_l - (n_a + n_l) = d + n_b - n_a$$

つまり、

$$\hat{n} - \hat{m} \approx d + n_b - n_a \quad (22)$$

- $n_a + n_l < n_g + n_m$ の場合

(17)式より

$$\hat{m} \approx n_g + n_m \quad (23)$$

(20), (23)式から

$$\begin{aligned} \hat{n} - \hat{m} &\approx d + n_b + n_l - (n_g + n_m) \\ &= d + n_b - n_g + n_l - n_m \end{aligned} \quad (24)$$

となるが、これらに条件式を用いれば、(23)式は

$$\hat{m} > n_b + n_l \quad (25)$$

また、(24)式は

$$\begin{aligned} \hat{n} - \hat{m} &< d + n_b - n_g + n_l - (n_a + n_l - n_g) \\ \therefore \hat{n} - \hat{m} &< d + n_b - n_a \end{aligned} \quad (26)$$

これらをまとめて、DARX モデルの次数、むだ時間の候補は以下のように与えられる。

- $\hat{A}(z^{-1})$ の次数 \hat{n}_a

(21)式と(25)式より、

$$\hat{m} \geq n_a + n_l \quad (27)$$

$n_l \geq 0$ と考えられるため $\hat{m} \geq n_a$ である。よって真の次数を推定するには

$$0 < \hat{n}_a \leq \hat{m} \quad (28)$$

を満たすように \hat{n}_a を変化させる。

- $\hat{B}(z^{-1})$ の次数 \hat{n}_b

一般に分母次数は分子次数以上と考えられるから、 $\hat{n}_a \geq \hat{n}_b$ を満たすように与える。つまり、

$$\hat{n}_a \geq \hat{n}_b \quad (29)$$

- むだ時間 \hat{d}

(22)式と(26)式から、

$$\hat{n} - \hat{m} \leq d + n_b - n_a \quad (30)$$

前出のとおり一般に $n_a \geq n_b$ 、また(20)式より $d \leq \hat{n}$ であるから、

$$\hat{n} - \hat{m} \leq \hat{d} \leq \hat{n} \quad (31)$$

のように \hat{d} を変化させればよい。

DARX モデルの次数・むだ時間は(28), (29), (31)を満たす $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d})$ の候補から選ばれることになる。しかしながら、入力端からの雑音 $v(k) \approx 0$ と見積もられる場合には、候補選定に際し更に注意が必要である。これは、DARX モデルの次数とむだ時間の組を $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d})$ とすると、最小二乗法におけるデータベクトルが

$$\begin{aligned} z(k) &= [y(k-1), y(k-2) \cdots, y(k-\hat{n}_a), u(k-\hat{d}), \\ &u(k-\hat{d}-1) \cdots, u(k-\hat{d}-\hat{n}_b)] \end{aligned} \quad (32)$$

のように与えられ、一方制御器(2)式において $v(k) \approx 0$ とすると、入力 $u(k-\hat{d})$ は(33)式で表されるため、

$$\begin{aligned} u(k-\hat{d}) &= -f_1 u(k-\hat{d}-1) \cdots -f_{n_f} u(k-\hat{d}-n_f) \\ &\quad -g_0 y(k-\hat{d}) \cdots -g_{n_g} y(k-\hat{d}-n_g) \end{aligned} \quad (33)$$

\hat{d} が比較的小さく、かつ (\hat{n}_a, \hat{n}_b) が大きく設定されていたとすると、データベクトルの入力 $u(k-\hat{d})$ が他の成分の線形結合として表されることに起因する。このときデータベクトルは線形従属となる可能性がある。次数 (\hat{n}_a, \hat{n}_b) を大きく設定するにつれて線形従属となり、結果として推定値の一意性が失われる。

具体的には DARX モデルにおいて

$$\hat{d} + n_g < \hat{n}_a \quad \text{かつ} \quad n_f < \hat{n}_b \quad (34)$$

である場合に線形従属となり、ベクトルのその部分に対応する推定パラメータが零になる可能性があるため、次数・むだ時間の候補は

$$\hat{d} + n_g \geq \hat{n}_a \quad \text{または} \quad n_f \geq \hat{n}_b \quad (35)$$

のように設定せねばならない。

(28), (29), (31), (35)を満たす全ての DARX モデルの次数とむだ時間の組 $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d})$ に対し $\hat{A}(z^{-1})$ の係数を調べ、更に推定誤差・残差を調べる。推定誤差が小さく、残差が白色であるものが選定値の候補である。ここで、図 2 から明らかのように $\hat{d} \gg n_f$ であるから、制御器の次数を推定することはない。選ばれた候補に対し、さらにモデルの極零配置を確かめ、最も適切である $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d})$ を選定値とする。

4.3 入力端に雑音が重畳しない場合の推定法

本節では入力端に雑音が存在しない場合の、次数とむだ時間の推定手順を考察する。わずかでも雑音が存在している例と比べて、次数・むだ時間の設定によってはプラント特性が全く現れないため、取り扱いには更に困難となる。

しかし(1)(2)式から $u(k)$ を消去した(36)式から分かるように、閉ループ系全体を観測雑音からの ARMA (Auto-Regressive Moving Average) モデルとして捉える、または $F(z^{-1})$ が既知であることを利用して AR (Auto-Regressive) モデルとして扱う、などの工夫をすると、以下の手順により推定可能となる。

$$\begin{aligned} \{A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})G(z^{-1})\}y(k) \\ = F(z^{-1})w(k) \end{aligned} \quad (36)$$

<手順 1> 雑音特性の推定

入出力データのパワースペクトル比を周波数領域において制御器の逆特性と比較して、入力端に重畳する雑音の大きさを評価する。雑音が重畳していない場合、両者はほぼ一致する。

<手順 2> ARMA モデルによる次数候補の選定

ここでは ARMA モデル(37)式と AR モデル(38)式を利用して、候補を選定する。

$$\hat{A}(z^{-1})y(k) = \hat{B}(z^{-1})w(k) \quad (37)$$

$$\hat{A}(z^{-1})y(k) = w(k) \quad (38)$$

AIC などの評価規範により選定されたモデルの AR 部の次数を \hat{n}_{AR} とすると、(36), (37)式より(39)式が成り立つ。

$$\hat{n}_{AR} = \max \{n_a + n_f, n_b + d + n_g\} \quad (39)$$

プロセス制御系では、次数に比べてむだ時間が充分大きいことを考慮して(40)式を得る。

$$\hat{n}_{AR} = n_b + d + n_g \quad (40)$$

既知の n_g を左辺に移項すれば

$$\hat{n}_{AR} - n_g = n_b + d \quad (41)$$

となる。AR モデル(38)式を利用した場合にも、その次

数に関して、同様に(41)式を得る。つまり、ARMA モデルと AR モデルの両方を用いた次数推定より、プラントの $(n_b + d)$ の候補を得ることができる。ここで n_b と d を分離するのは不可能であるが、図 2 より(41)式左辺はプラントと制御器両方の特性を示す ARX モデルの次数 \hat{n} に等しいので、これを \hat{n} とおくことができる。

$$\hat{n} = n_b + d \quad (42)$$

次に \hat{n} から次数の候補を絞る。先に述べたように

$$n_a + n_f \ll n_b + d + n_g \quad (43)$$

であることを考慮すると、ARMA モデルの AR 部の推定パラメータ \hat{a}_i は $\{n_a + n_f \leq i \leq d\}$ において 0 に近くなると予想される。

さらにここで次数 $(\hat{n} - n_f)$ とした AR モデルの $\hat{A}(z^{-1})$ から、次数 n_a を見積ることが可能である。よって 2 つのモデルで推定パラメータを求め、次数 \hat{n}_a の候補を選ぶことができる。これを \hat{m} とする (図 2)。

$$\hat{m} \approx n_a \quad (44)$$

前節で示した入力端に雑音が重畳する場合には、入出力データの特性が(8)式で記述されるため、次数の候補 (\hat{n}, \hat{m}) は、任意多項式の次数 n_l, n_m を含んだ形で与えられた。またこれらの項の影響で、選定すべき次数・むだ時間候補の数も多くなっていた。一方、雑音が重畳しない場合には、特性が任意多項式に依らない形で与えられるために、 (\hat{n}, \hat{m}) から求められる候補は少なくなる。しかしそれだけに、本ステップで (\hat{n}, \hat{m}) を注意深く選定せねばならず、この意味からも ARMA モデルと AR モデルの併用が望ましい、といえる。

<手順 3> 次数、むだ時間の選定

これまで選ばれた候補 (\hat{n}, \hat{m}) を用いて、プラントの次数とむだ時間を選定する。複数のモデルによる評価より候補が適切に選ばれたとすると、(1)式で記述されるプラントの次数、むだ時間の候補 $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d})$ は以下のように与えられる。

- $\hat{A}(z^{-1})$ の次数 \hat{n}_a

(44)式より、明らかに

$$\hat{n}_a = \hat{m} \quad (45)$$

- $\hat{B}(z^{-1})$ の次数 \hat{n}_b

一般に分母の次数は分子の次数より大きいと考えられるから、

$$\hat{n}_b < \hat{m} \quad (46)$$

- むだ時間 \hat{d}

(42)式と(44)式より、

$$\hat{n} - \hat{m} = n_b + d - n_a \quad (47)$$

上述のように $n_a > n_b$ であり、また(42)式から $\hat{n} \geq d$ も明らかなので、(48)式のようにむだ時間を変化させる。

$$\hat{n} - \hat{m} \leq \hat{d} < \hat{n} \quad (48)$$

さらに、入力端に雑音が重畳していない場合には、(49)式を満たすように次数、むだ時間の組を設定する必要がある。これは、最小二乗法においてデータベクトル

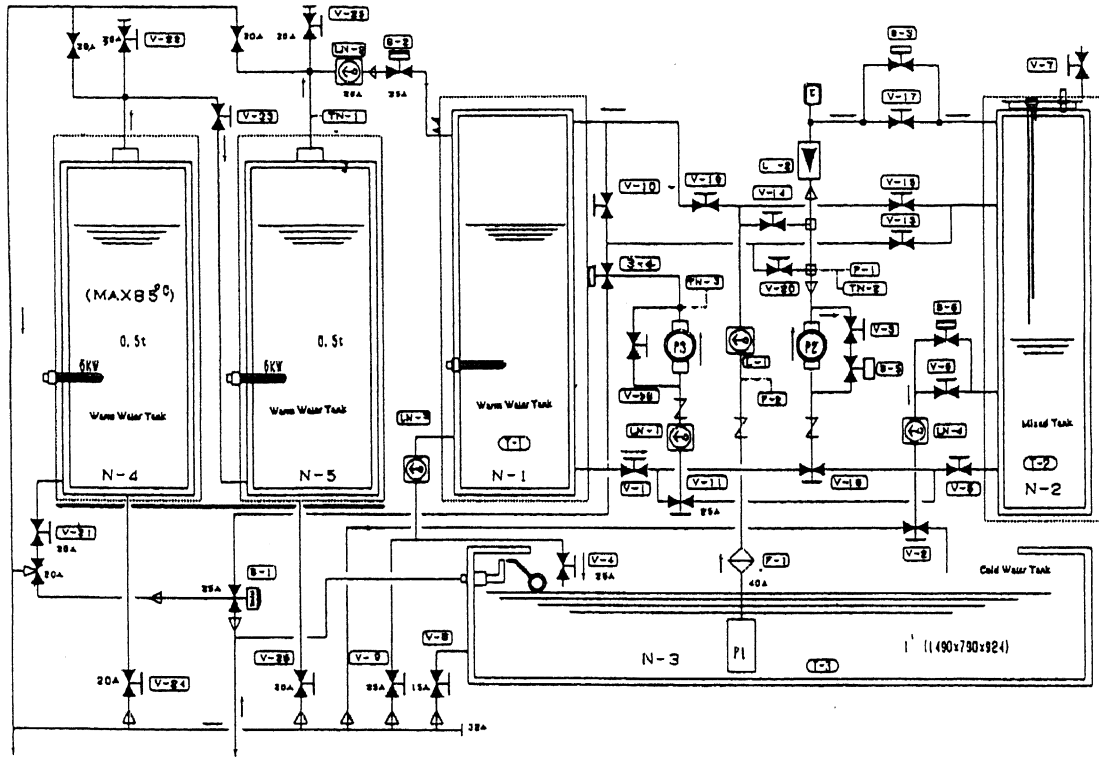


図3 液位・温度制御系
Fig. 3 Control system of the water level and fluid temperature

が線形従属になるのを避けるためである。

$$\hat{d} + n_g \geq \hat{n}_a \text{ または } n_f \geq \hat{n}_b \quad (49)$$

次数, むだ時間が(45), (46), (48), (49)式の全てを満たすようなDARXモデル $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d})$ に対して, 推定誤差と残差を調べる。推定誤差が小さく, 残差が白色性を満足しているモデルの極零配置を調べ, 最終的に最も適切な次数, むだ時間の組を選定値とする。

5. シミュレーション例

本論文で提案する推定法の有効性を, シミュレーション例により示す。対象とするのは, 図3で示すような液位・温度制御系である。液位制御をおこなう場合, 設定値SVに対してPVが観測される。また制御器を介したタンクへの入力信号も取得可能である。このような場合, 対象プラントをブロック線図により簡単に表すと図4のようになる。入出力データ $\{u(k)\}, \{y(k)\}$ からプラント(タンク)を推定するのが目的である。

まず入出力データから, 前処理としてトレンドを除去する。パワスペクトル比より, 入力端への雑音が存在していることが分かるので, 4.2節で提案した推定法を用いる。次数を1から20まで変化させたときの, ARXモデルに対するAICは図5のようになる。

図5より, 次数の候補として $\hat{n}=9$ を得る。

次にDARXモデルを用いる。 $\hat{n}=9$ の推定パラメータ

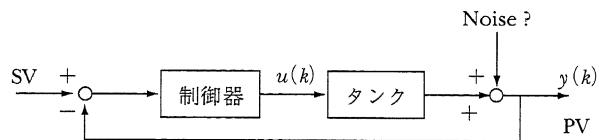


図4 実験装置のブロック線図
Fig. 4 Block Diagram of the Experiment Equipment

から $\hat{m}=6$ を得るので, 次数とむだ時間の候補は(50)式に示すようになる。

$$0 < \hat{n}_a \leq 6 \quad \hat{n}_b \leq \hat{n}_a \quad 3 \leq \hat{d} \leq 9 \quad (50)$$

(50)式を満たすDARXモデルに対し, AICを求めることから $\hat{d}=3$ を得るので, $\hat{d}=3$ と固定したDARXモデルに対するAICを図6に示す。

図6より $\hat{n}_a=5$ であるが, \hat{n}_b に関しては差が小さく, どれを選定したら良いか分からない。よって候補であるモデル群 $(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d}) = (5, 1, 3), (5, 3, 3), (5, 4, 3)$ に対してモデルの極零配置と白色性を検討し, 最終的に

$$(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{d}) = (5, 4, 3) \quad (51)$$

を得る。推定モデルの検証例として, 同定に用いたものとは別のデータに対して, 推定モデルから出力の推定値を求めたものを図7に示す。以上より提案法の有効性を示した。

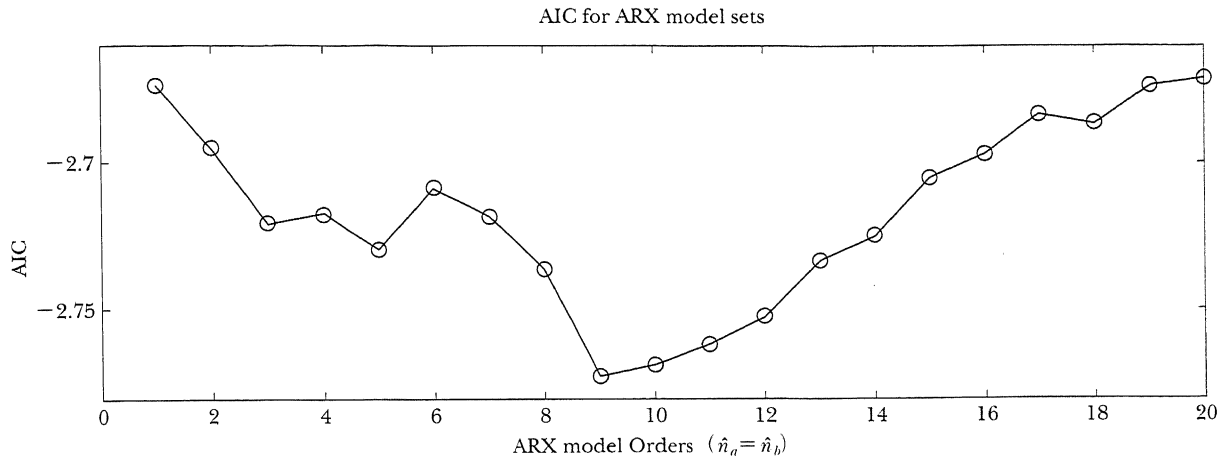


図5 推定モデルに対する AIC 値
Fig. 5 AIC for ARX model candidates

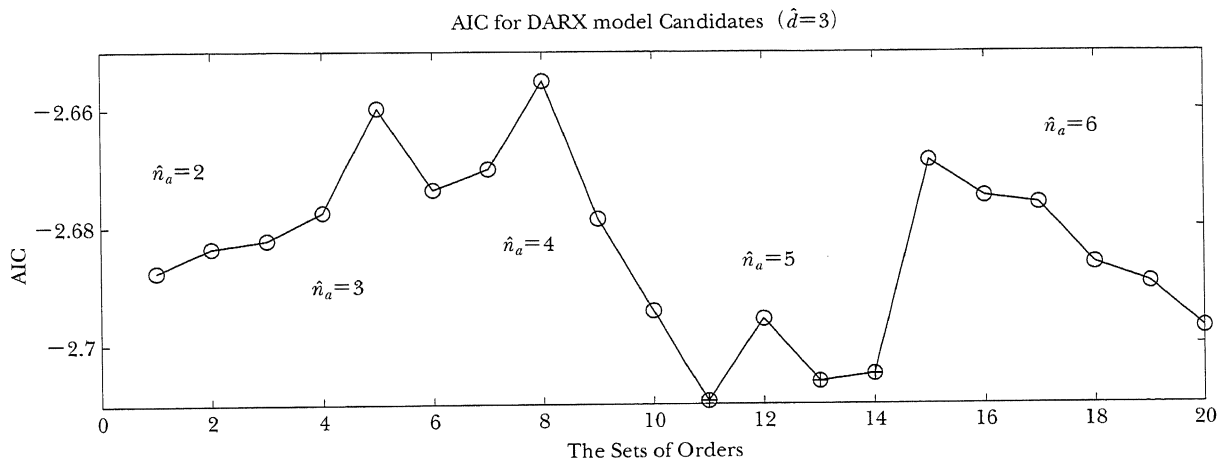


図6 推定モデルに対する AIC 値 ($\hat{d}=3$)
Fig. 6 AIC for DARX model candidates ($\hat{d}=3$)

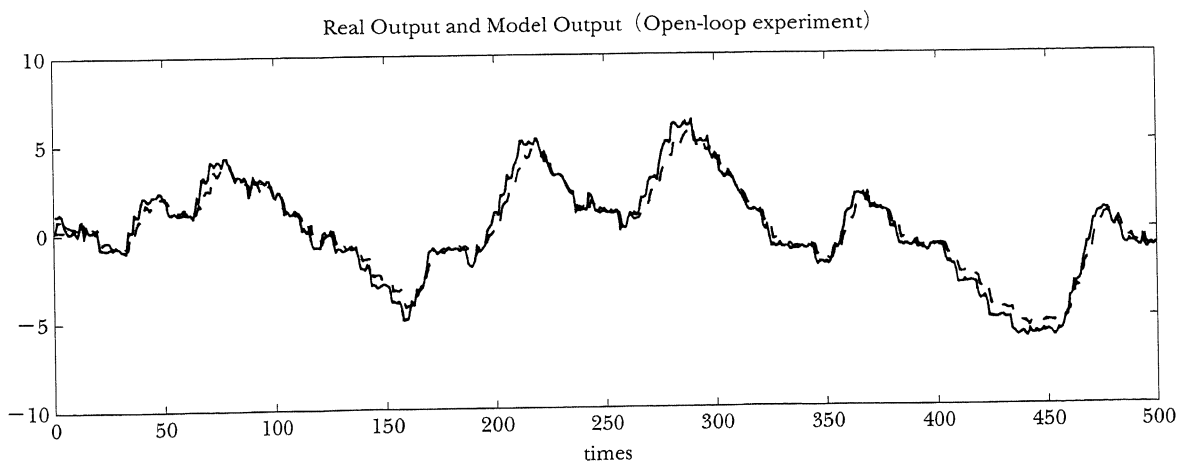


図7 プラント出力とその推定値
Fig. 7 Plant output and its estimates

6. おわりに

本論文では、閉ループ系内で稼働しているプラントの同定法について考察し、その中で次数・むだ時間の推定手順を提案した。手順は主として、雑音特性の推定とモデルの使い分けという2つのステップで構成される。ある意味で対話型の選定が要求されるが、各段階で慎重に判断することにより良好な結果が得られることが、シミュレーション例により確認された。

参考文献

1) T. Soderstrom: Identifiability Condition for Linear Systems

Operating in Closed-Loop, Int. J. of Cntrl, 21-2, 243/255 (1975)

- 2) 大浦ほか：閉ループに含まれるプロセスの次数とむだ時間推定, 電気学会論文誌 C, Vol. 117-2, 128/135, (1997)
- 3) 大浦ほか：ARMA モデルを利用した閉ループ系内プロセスの次数・むだ時間推定, 電気学会論文誌 C, 119-2, 276/282, (1999)
- 4) L. Ljung: System Identification, Prentice-Hall (1989)
- 5) 足立：ユーザのためのシステム同定理論, SICE (1993)
- 6) 花崎ほか：システム同定における数値計算上のパラメータ推定精度, SICE 論文集, 22-10, 37/44 (1986)
- 7) 岡田ほか：予測誤差法に基づく閉ループ同定と2自由度補償器の結合化設計, SICE 論文集, 32-3, 55/61 (1996)
- 8) 得丸ほか：計数・測定, 培風館 (1982)