

格子 QCD による複合スカラー粒子の研究

関口 宗 男*

Study of Composite Scalar Particles in Lattice QCD

Motoo SEKIGUCHI*

Abstract: We report the study of composite scalar particles by lattice QCD. We describe our numerical simulations of scalar meson, σ and κ . We observe a light sigma mass, $m_\pi < m_\sigma < m_\rho$, for which the disconnected diagram plays an important role. For the kappa meson, we obtain higher mass than the experimental value. And we apply these results to the composite Higgs model.

Keywords: QCD, hadron, meson, higgs boson, composite model, lattice gauge theory

要 旨: 格子 QCD による複合スカラー粒子の研究に関して報告する。スカラー中間子である σ と κ に関して数値シミュレーションを行った。 ρ よりも σ は軽い質量を持つという結果が得られた。 σ が軽くなる原因にはディスコネクテッド・ダイアグラムの寄与が重要な役割を果たしている。 κ 中間子に関しては、その質量が実験値よりも大きくなることがわかった。これらの結果を複合ヒッグス模型に応用する。

1. 序 論

最近スカラー中間子の物理に関して多くの研究者が関心を持っているが、注目が集まるきっかけとなったのは、 $\pi\pi$ 散乱の位相差に関する再解析¹⁾により、 σ 中間子 ($I=0, J^{PC}=0^{++}$, 質量600 MeV) の存在が確立したことによる²⁾。また、 $D \rightarrow \pi\pi\pi$ 崩壊等³⁾による重クォーク系でも σ の存在が確認されている。さらに $I=1/2$, スカラー・チャンネルにも κ 中間子 (質量800 MeV) の存在が示唆されている⁴⁾。この他にも 5 クォーク状態の発見等⁵⁾あらたな実験結果が次々と報告されている。これらの粒子に共通している性質は、単純なクォーク模型では、その存在が説明できない点にある。

理論的にはカイラル $SU(2) \otimes SU(2)$ 対称性の線形表現である π 中間子のカイラル・パートナーとして σ 中間子を考えることができるため、 σ 中間子は強い相互作用の基本法則である QCD (量子色力学) のカイラル対称性と密接な関係がると考えられている。また κ 中間子は σ 中間子とともにカイラル $SU(3) \otimes SU(3)$ 対称性のスカラー多重項として考えることが出来る。

σ 中間子に関しては、クォーク模型やカイラル対称性をダイナミカルに扱う有効理論⁶⁾の立場から議論がされているが、 ρ 中間子よりも軽い質量をもつ σ 中間子の存

在を自然に説明する模型はまだない。ここで我々は QCD を直接計算する方法である格子 QCD を使って、 σ 中間子がポールとして存在するかどうかを検討する。さらに実験との比較を試みるために π 中間子の質量 2 乗をゼロとするカイラル極限での σ 中間子の性質も検討する。また κ 中間子にたいしても試験的な解析を試みる。これらの解析結果を複合ヒッグス模型に応用する。

格子 QCD におけるスカラー・チャンネルの解析はクエンチ近似の範囲内で、 σ 中間子^{7,8,10)}やスカラーグルーボール⁸⁾あるいは 4 クォーク状態⁹⁾を計算したものがある。我々の研究で明らかになるが、スカラー・チャンネルの計算はダイナミカル・クォークが本質的な役割を果たすためクエンチ近似での計算では不十分である。ダイナミカル・クォークを含むものとしては、UK-QCD¹¹⁾によるものがあるが、カイラル極限をとるまで解析が進んでいない上、計算結果の一部は σ 中間子が π 中間子よりも軽くなってしまい現実の実験と矛盾している。

2. 格子 QCD シミュレーション

我々は格子 QCD でもっとも標準的な数値計算手法を採用する。 $I=0, J^{PC}=0^{++}$ の σ 中間子のオペレーターを、

$$\hat{\sigma}(x) = \frac{\sum_{c=1}^3 \sum_{\alpha=1}^4 \bar{u}_\alpha^c(x) u_\alpha^c(x) + \bar{d}_\alpha^c(x) d_\alpha^c(x)}{\sqrt{2}}, \quad (1)$$

とし、ここで $u(d)$ は $u(d)$ クォーク・オペレーターで添え字の c と α はカラーとディラック・スピノールを

* 工学部電気電子工学科 助教授 博士 (理学)
Associate Professor, Dr. of Science, Department of Electrical and Electronics Engineering, Faculty of Engineering

示す。このとき σ 中間子プロパゲーターは、

$$G(y, x) = \langle T \hat{\sigma}(y) \hat{\sigma}(x)^+ \rangle \\ = \frac{1}{Z} \int DUD\bar{u}DuD\bar{d}Dd \\ \times \hat{\sigma}(y) \hat{\sigma}(x)^+ \exp(-S_G - \bar{u}Wu + \bar{d}Wd) \quad (2)$$

となる。ここで W は u, d クォークのプロパゲーター、 U はグルーオンのリンク変数で、 S_G はゲージ作用を表す。クォーク場に関して経路積分を実行すると、 σ 中間子プロパゲーター次ようになる。

$$G(y, x) = -\langle \text{Tr} W^{-1}(x, y) W^{-1}(y, x) \rangle \\ + 2 \langle (\sigma(y) - \langle \sigma(y) \rangle) (\sigma(x) - \langle \sigma(x) \rangle) \rangle. \quad (3)$$

ここで

$$\sigma(x) \equiv \text{Tr} W^{-1}(x, x), \quad (4)$$

Tr はカラーとディラック・スピノールに関するトレースを意味する。 u, d クォークのプロパゲーターは同じであるとする。(3)式から σ 中間子プロパゲーターは2つの部分から構成されることがわかる。一方はコネクテッド・ダイアグラムによるもので、他方はディスコネクテッド・ダイアグラムによるものである。このディスコネクテッド・ダイアグラムの寄与により真空期待値 $\langle \sigma(x) \rangle$ が消えず、真空期待値の差し引きが必要になる。 π, ρ, K, κ 中間子等の $I=1$ 及び $1/2$ の中間子プロパゲーターにはディスコネクテッド・ダイアグラムは存在しない。ダイナミカル・クォークを含む計算の場合、量子数が同じグルーボールや多重クォーク状態を取り込んで計算していることになる。特にディスコネクテッド・ダイアグラムはクォーク・ラインが繋がっていないため、これらの状態を中間状態として振幅が構成されていると考えられている。

シミュレーション・パラメータとして軽い中間子系でのQCDシミュレーションで成功しているCP-PACS⁽¹²⁾の結果を使用する。具体的には、 $\beta=4.8$ 、ホッピングパラメータ $\kappa=0.1846, 0.1874, 0.1891$ とする。格子サイズは $8^3 \times 16$ とし、プラケット作用とウィルソン・フェルミオンを採用している。ゲージ場の配位はハイブリット・モンテカルロ・アルゴリズムを使用し、はじめの1500トラジェクトリーをクエンチ近似で計算してからダイナミカル・フェルミオンを入れた計算を開始し2000トラジェクトリーをサマリゼーションとして使用した。その後のデータを10トラジェクトリーごとに σ, π, ρ プロパゲーターを計算した。

ディスコネクテッド・パートの計算は Z_2 ノイズ法を使用した。 $\sigma(x)$ と $\langle \sigma \rangle$ は、それぞれ10のオーダーで、 $\langle (\sigma - \langle \sigma \rangle) (\sigma - \langle \sigma \rangle) \rangle$ は 10^{-4} より小さくなる。この計算では高い精度と慎重な解析が必要であるため各ゲージ配位に対し、1000個のノイズを発生させて計算をした。

CP-PACS の m_π/m_ρ シミュレーション結果と我々の

表1 中間子の質量比

κ	0.1846	0.1874	0.1891
Statistics ¹⁾	1110	860	730
m_π/m_ρ ²⁾	0.8291(12)	0.7715(17)	0.7026(32)
m_π/m_ρ ³⁾	0.825(2)	0.757(2)	0.693(3)
m_σ/m_ρ ³⁾	1.6(1)	1.34(8)	1.11(6)
$m_{\text{connect}}/m_\rho$ ³⁾	2.40(2)	2.44(3)	2.48(4)

- 1) 10トラジェクトリーごとのゲージ配位の数。
- 2) CP-PACS。
- 3) シミュレーション結果。 m_{connect} は σ の質量をコネクテッド・パートのみで計算した場合。

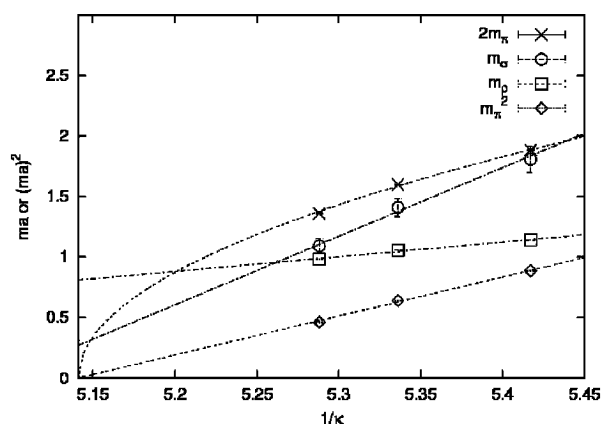


図1 中間子の質量

結果⁽¹³⁾を図1に示す。 π と ρ に関して2ポールフィットを使用し、 σ に関しては1ポールフィットをしてある。データからホッピング・パラメータと格子スペースは $\kappa_c=0.195(3)$ 、 $a=0.207(9)$ fm であり、CP-PACS の値は $\kappa_c=0.19286(14)$ 、 $a=0.197(2)$ fm である。以上から、我々の結果はCP-PACSの結果を良く再現している。 σ に関して1ポールでの解析になったのは、 σ についてのエラーが $t \sim 6$ から非常に大きくなるためである。我々の計算の精度は $o(G(t)) \sim 10^{-4}$ であり、 $t \geq 5$ でプラトーに達する。このため、励起状態からの寄与を σ は含んでいると考えられるので、計算結果は σ の質量上限を求めたことになる。また、我々の計算では 2π の閾値は、 ρ 及び σ の質量よりも大きいのでこれらの中間子は 2π に崩壊できない。 σ のコネクテッド・パートは a_0 中間子に一致する。 a_0 の質量が ρ より重くなり、ディスコネクテッド・ダイアグラムの寄与のある σ は軽くなることわかり、シミュレーションの結果は基底状態の中間子の質量を第1原理より求めたことになる。また σ の質量はホッピング・パラメータに大きく依存しているが、コネクテッド・パートはあまり変化しない。ホッピング・パラメータの逆数はクォーク質量に対応するため、クォーク質量が軽くなるとダイナミカル・ク

表 2 κ 中間子の質量

κ_s	0.1835	0.1840	0.1845
m_K/m_{K^*}	0.639(6)	0.631(6)	0.623(6)
m_κ/m_{K^*}	2.039(43)	2.037(43)	2.044(44)

u, d クォーク・ホッピング・パラメータとして $\kappa_c = 0.1945$ (29) を使用。

ォークの寄与が大きくなり、ディスコネクテッド・パートの寄与が増加し、 σ の質量が軽くなると考えられる。図 1 で、ホッピング・パラメータの逆数を関数として $2m_\pi, m_\sigma, m_\rho, m_K^2$ を格子スペースを単位として表した。 π 中間子の質量の 2 乗をゼロとするカイラル極限で ρ 中間子の質量よりも σ 中間子質量が軽くなることがわかる。

次に κ のシミュレーションとして $m_K/m_{K^*}, m_k/m_{K^*}$ を表 2 にまとめる。このシミュレーションは σ と同じゲージ配位を使用した。 s クォーク・ホッピング・パラメータとして $\kappa_s = 0.1835, 0.1840$ と 0.1845 を採用した。 κ プロパゲーターはコネクテッド・パートだけから構成されている。ちょうど K と κ の関係は π と a_0 の関係に対応するので κ の質量は K より重くなることが予想されるが、シミュレーション結果も K よりも κ が重くなることを示唆している。この結果から実験で見られているような軽い κ は格子 QCD では存在しないことになる。

3. 複合ヒッグス模型

素粒子の標準模型ではクォーク、レプトン、ゲージボソンの他に、これらの素粒子に質量を与える粒子としてヒッグス・スカラー粒子の存在が予言されている。ヒッグス粒子は実験で直接発見されていないが、その存在を示唆する実験データが報告されている²⁾。今後の高エネルギー実験ではこの粒子の性質を突き止めることが最大の課題となる。理論的な面ではスカラー粒子は 2 次発散等の問題があるため、基本粒子としてヒッグス粒子を考えることは単純には受け入れることができない。そのためこの困難を回避する方法として、二つの方法がある。ひとつは超対称性を導入し 2 次発散の困難を解消する方法である。この方法は一見有効であり、多くの研究者の支持を得ているが、本来質量や結合定数が縮退しているはずのスーパー・パートナー粒子が 1 つも発見されていないためパートナーとなる粒子は質量が離れたところに存在することになるので、完全に問題を回避しているといえない。もうひとつの方法は新たなフェルミオン（プレオン）を導入して、このフェルミオンからヒッグス粒子を構成するという方法である²⁾。あるいは t クォーク等でヒッグス粒子を構成する模型もある。これらをひとまとめにして複合ヒッグス模型と呼ぶことにす

る。複合ヒッグス模型は QCD と同じタイプの結合力を考える。ここでは、我々の格子 QCD の結果を複合ヒッグス模型に応用する。結合力はハドロンと同じ $SU(3)$ ゲージ相互作用とすると、複合ヒッグス模型は格子 QCD の結果を第 1 近似では、エネルギー・スケールを大きくしただけの模型と考えることが出来るので、アイソスピンを弱アイソスピンと考えると κ 中間子がヒッグス粒子に対応し ρ 中間子がウィークボソン (W) に対応することになる。表 2 より K^* と κ 中間子の質量比はホッピング・パラメータにほとんど依存していないことから、

$$m_\kappa = 2m_K^* \quad (5)$$

という質量公式が得られる。この式に実験値 $m_K^* = 892$ MeV を代入すると κ の質量は $m_\kappa = 1784$ MeV となる。この κ と ρ との質量比は、

$$\frac{m_\kappa}{m_\rho} = 2.3 \quad (6)$$

となる。これを複合ヒッグス模型に適応すると、W ボソンの質量 m_W とヒッグス粒子の質量 m_H との関係が得られる。

$$\frac{m_H}{m_W} = 2.3 \quad (7)$$

(7) 式に W ボソンの実験値 $m_W = 80$ GeV を代入すると、ヒッグス粒子の質量は $m_H = 184$ GeV となる。この値は標準模型による輻射補正を含む実験データの解析から求められたヒッグス粒子の質量可能範囲 $m_H = 390 \pm 588$ GeV¹⁴⁾ に含まれている。この結果は第 1 原理よりヒッグス粒子の質量を予言したことになる。擬スカラー・チャンネルのスペクトラム等エキゾチック状態の分析が今後必要であるが、複合ヒッグス模型に関するダイナミカルな計算の可能性を与えるものである。

4. まとめ

ダイナミカル・フェルミオンを含む格子 QCD を使って、 σ 中間子が存在しその質量が ρ 中間子より軽いという結果が得られた。この結果は実験で見ついている実際の中間子の質量の大小関係に対応している。我々がシミュレーションで使っている格子上では ρ が π 中間子に崩壊できないため、現実の世界を必ずしもシミュレーションしたことにはならないが、第 1 原理から出発して σ 中間子が存在することを確認したことになる。ダイナミカル・クォークの寄与の存在が重要な役割を果たしているため、 σ 中間子はグルーボールや多重クォークが混合した状態であると考えられる。今後は σ がどのような物理的状态で構成されているかを解明してゆくことが課題となる。 κ 中間子についてもその存在を確認したが、こちらは実験データとは異なり非常に重く a_0 中間子と同程度の質量となる。この結果から実験データの κ は $q\bar{q}$ 状態でない可能性がある。これらの結果を複合

ヒッグス模型に応用し、 W ボソンの質量を使ってヒッグス粒子の質量を求めた。その値は現在までの実験値とは矛盾しないことがわかった。

謝 辞：格子シミュレーションに関する検討と複合ヒッグス粒子に関する部分はウィーン工科大学に在外派遣研究員として滞在中に研究したものです。ウィーン工科大学 H. マルクム教授より貴重な助言を戴いたことをここに感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) For example, see *Possible existence of the sigma-meson and its implications to hadron physics*, KEK Proceedings 2000-4, Soryushiron Kenkyu (Kyoto) **102**, E1 (2001).
- 2) Particle Data Group, Phys. Rev. **D66**, 010001 (2002).
- 3) E. M. Aitala *et al*, Phys. Rev. Lett. **86**, 770 (2001).
- 4) E791 collaboration, Phys. Rev. Lett. **89**, 121801 (2002).
- 5) LEP5 collaboration, Phys. Rev. Lett. **91**, 012002 (2003).
- 6) F. E. Close and N. A. Toernqvist, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **28**, R249 (2002).
- 7) C. DeTar and J. B. Kogut, Phys. Rev. **D36**, 2828 (1987).
- 8) W. Lee and D. Weingarten, Phys. Rev. **D61**, 014015 (2000).
- 9) M. Alford and R. L. Jaffe, Nucl. Phys. **B578**, 367 (2000).
- 10) S. Prelovsek and K. Orginos, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **119**, 822 (2003).
- 11) C. McNeile and C. Mihchael, Phys. Rev. **D63**, 114503 (2001).
- 12) S. Aoki, et al., Phys. Rev. **D60**, 114508 (1999).
- 13) SCALAR Collaboration, hep-ph/0310312 (2003).
- 14) OPAL Collaboration, Eur. Phys. J. **C19** 587 (2001).