

# 異方性中空合成スラブの応力解析に関する研究

田中 輝明<sup>(1)</sup>・笹本 啓吾<sup>(2)</sup>・荻原 幸夫<sup>(2)</sup>・佐賀 修<sup>(3)</sup>

## A Stress Analysis for the Orthotropic Composite Void Slab

Teruaki TANAKA, Keigo SASAMOTO, Yukio OGIHARA, Osamu SAGA

**Synopsis;** The composite void slab, is an orthotropic plate, which has the different rigidity in the main and its orthotropic direction. In this study, the bending experiments are carried out to identify the difference of the rigidity. Based on the result, the stress of the slab is analyzed by the elastic theory, the grid beam analysis and the plate element analysis.

**要 旨：**中空合成スラブで主方向（短辺方向）はコンクリートのI型断面が連続しておりそれに直交する副方向（長辺方向）では中空部が断続したコンクリート断面となっている。従ってこのスラブは主方向とその直交方向では断面剛性の異なる直交異方性板である。そこで主方向とその直交方向の曲げ剛性の違いを実験から求め、これを基にして弾性論による解析、格子梁解析、板要素解析の三様の方法によりこの直交異方性板の応力に検討を加え実用に供する。

### 1. 概 要

中空合成スラブは半製品のプレキャストコンクリート板と現場打ちコンクリートが一体となった複合スラブであり、近年施工の合理化をめざして盛んに用いられている。このスラブの構法は下端筋が配筋されたプレキャスト鉄筋コンクリートの基板（PCa板）に接合鉄筋（トラス筋）が埋め込まれて突出しており、これが現場打ちコンクリートと一体化してスラブとしての効果を発揮する。

この中空合成スラブは主方向（短辺方向）はコンクリートのI型断面が連続しており、それに直交する副方向（長辺方向）は中空部が断続している。従って主方向とその直交方向では断面の異なる直交異方性板である。そこで既往の実験から夫々の方向の曲げ剛性を導き、主方向と直交方向の剛性の違いを取り入れた直交異方性板としての応力を弾性論による解析、板要素解析、格子梁解析により求め比較検討し応力算定法を提示する。

### 2. 既往の実験

実験<sup>1)</sup>は曲げ性状の把握を目的として行った。試験体は図1、表1に示すように中空部を長方形としたものと

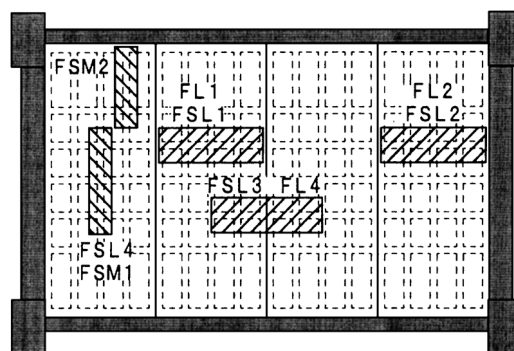


図1 試験体想定図

表1 試験体一覧

| 試験体名  | 方向 | 中空部型枠 | 応力状態 | 継ぎ目 |
|-------|----|-------|------|-----|
| FSL 4 | 短辺 | 波 形   | 正曲げ  | 無し  |
| FSL 1 |    | 長方形   | 正曲げ  |     |
| FSL 2 |    |       | 負曲げ  |     |
| FSL 3 | 長辺 | 波 形   | 正曲げ  | 有り  |
| FL 1  |    |       | 負曲げ  |     |
| FL 2  |    | 長方形   | 正曲げ  | 無し  |
| FL 4  |    |       | 負曲げ  |     |
| FL 3  |    | 正曲げ   | 有り   |     |

(1) 国士舘大学名誉教授・工学博士  
Kokushikan UNIV. Emeritus Prof.  
(2) フジモリ産業株式会社 技術部長  
Technical Chief, Fujimori Sangyo Co.  
(3) 田中輝明建築研究所  
Tanaka Architectural Office

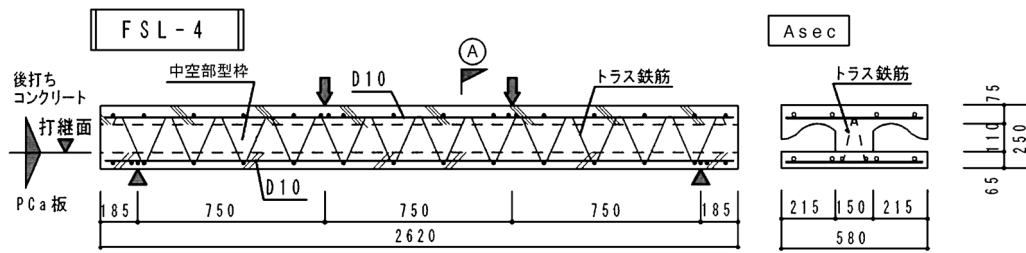


図 2 短辺方向試験体 (FSL-4) (単位 mm)

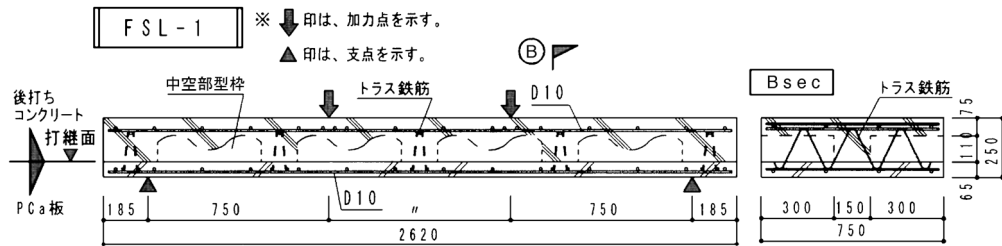


図 3 長辺方向試験体 (FSL-1) (単位 mm)

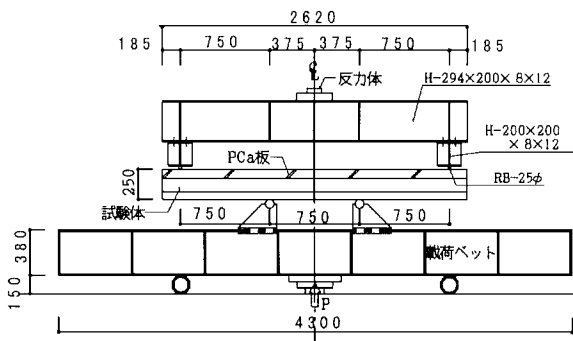


図 4 加力装置図

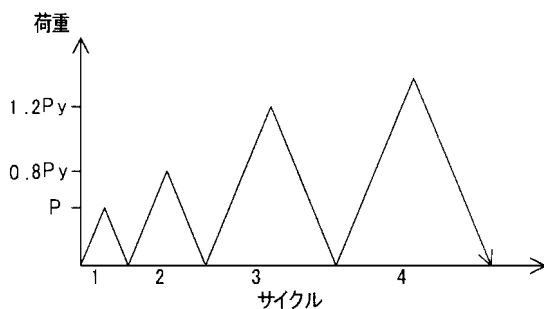


図 5 加力サイクル

波形としたものについて、短辺方向、長辺方向の各部を想定して製作した。図 2、図 3 は試験体形状である。実験は図 4、図 5 の如く単純梁形式の 2 点集中加力による一方向荷重とし、設計荷重、 $0.8 \times$  降伏荷重、 $1.2 \times$  降伏荷重を基本とし部材角  $1/25$  近傍まで荷重した。表 2 は実験結果の一覧で図 6、図 7 に荷重～変形曲線を示す。

表 2 から短辺方向における初期剛性の実験値/計算値は  $0.60 \sim 0.83$  であり、長辺方向では  $0.29 \sim 0.41$  である。ここで長辺方向の断面二次モーメントを短辺方向の断面二次モーメントの  $2/3$  として計算した場合、初期剛性の実験値/計算値は  $0.53 \sim 0.73$  となり、短辺方向の値にほぼ等しくなる。

### 3. 応力解析

上記の短辺方向と長辺方向の剛性相違の結果をふまえ、長辺方向断面二次モーメントを短辺方向の断面二次モーメントの  $2/3$  ( $I_y = (2/3)I_x$ ) とし、i) 弾性論による異方性板の理論解析、ii) 板要素による有限要素法解析、iii) 格子梁の剛性マトリック解析の三種の方法により応力解析を行う。

#### ◇異方性板の理論解析

等分布荷重 ( $w$ ) を受け、そのたわみを  $z$  とするとき、直交異方性板の基礎微分方程式<sup>4)</sup>は、(1)式で与えられる。

$$D_x \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = w \quad (1)$$

ここで、 $z$  : 直交異方性板のたわみ

$\nu$  : コンクリートのポアソン比

$D_x, D_y$  : X 方向, Y 方向の板剛度

$H = D_1 + 2D_{xy}$

$D_{xy}$  : ねじり剛性

$D_1 = \nu x \cdot D_y = \nu y \cdot D_x$

応力は、(1)式を基に、4 辺固定の等分布荷重を受ける直交異方性板の解<sup>5)</sup>を、フーリエ級数を用いて求め、次式となる。

表2 実験結果

|      | 試験体名    | 備考      | 初期剛性    | 曲げひび割れ     | 曲げ降伏荷重 | 最大耐力 |      |
|------|---------|---------|---------|------------|--------|------|------|
|      |         |         | 実験値/計算値 | 実/計        | 実/計    | 実/計  |      |
| 短辺方向 | 波形ポイド型枠 | FSL 4-1 | 正曲げ     | 0.60       | 1.30   | 1.25 | 1.61 |
|      |         | FSL 4-2 |         | 0.65       | 1.30   | 1.24 | 1.64 |
|      | 長方形中空型枠 | FSM 1-1 | 正曲げ     | 0.77       | 1.49   | 1.14 | 1.67 |
|      |         | FSM 1-2 |         | 0.81       | 1.23   | 1.11 | 1.60 |
|      |         | FSM 2-1 | 負曲げ     | 0.71       | 1.82   | 0.98 | 1.45 |
|      |         | FSM 2-2 |         | 0.83       | 2.17   | 1.05 | 1.59 |
| 長辺方向 | 波形中空型枠  | FSL 1-1 | 正曲げ     | 0.36(0.66) | 1.31   | 1.25 | 1.64 |
|      |         | FSL 1-2 |         | 0.39(0.71) | 1.00   | 1.27 | 1.79 |
|      |         | FSL 2-1 | 負曲げ     | 0.37(0.67) | 1.08   | 1.08 | 1.50 |
|      |         | FSL 2-2 |         | 0.32(0.57) | 1.14   | 1.09 | 1.61 |
|      |         | FSL 3-1 | 正曲げ     | 0.41(0.73) | 0.97   | 1.14 | 1.67 |
|      |         | FSL 3-2 | 継目有     | 0.36(0.65) | 1.09   | 1.16 | 1.65 |
|      | 長方形中空型枠 | FL 1-1  | 正曲げ     | 0.37(0.69) | 0.95   | 1.31 | 1.74 |
|      |         | FL 1-2  |         | 0.37(0.69) | 0.89   | 1.29 | 1.69 |
|      |         | FL 2-1  | 負曲げ     | 0.35(0.64) | 1.50   | 1.27 | 1.73 |
|      |         | FL 2-2  |         | 0.30(0.55) | 1.31   | 1.22 | 1.71 |
|      |         | FL 4-1  | 正曲げ     | 0.32(0.59) | 0.81   | 1.20 | 1.94 |
|      |         | FL 4-2  | 継目有     | 0.29(0.53) | 0.78   | 1.32 | 1.77 |

• ( )内は、長辺方向におけるI型断面の断面二次モーメントを短辺方向のI型断面の断面二次モーメントの2/3として計算した実験値/計算値を示す。

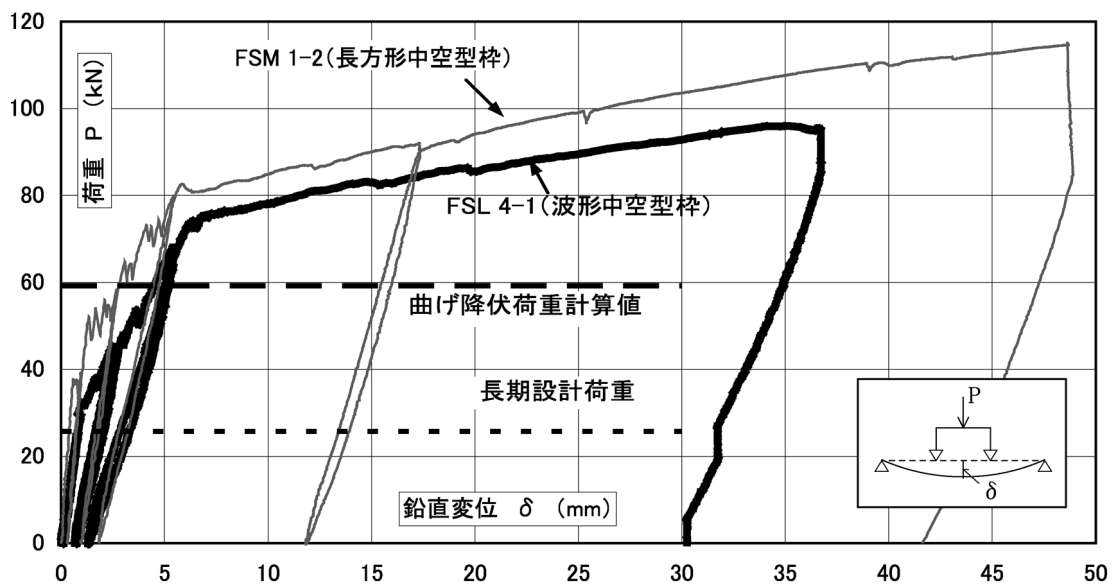


図6 荷重と変位の関係（短辺方向の比較）

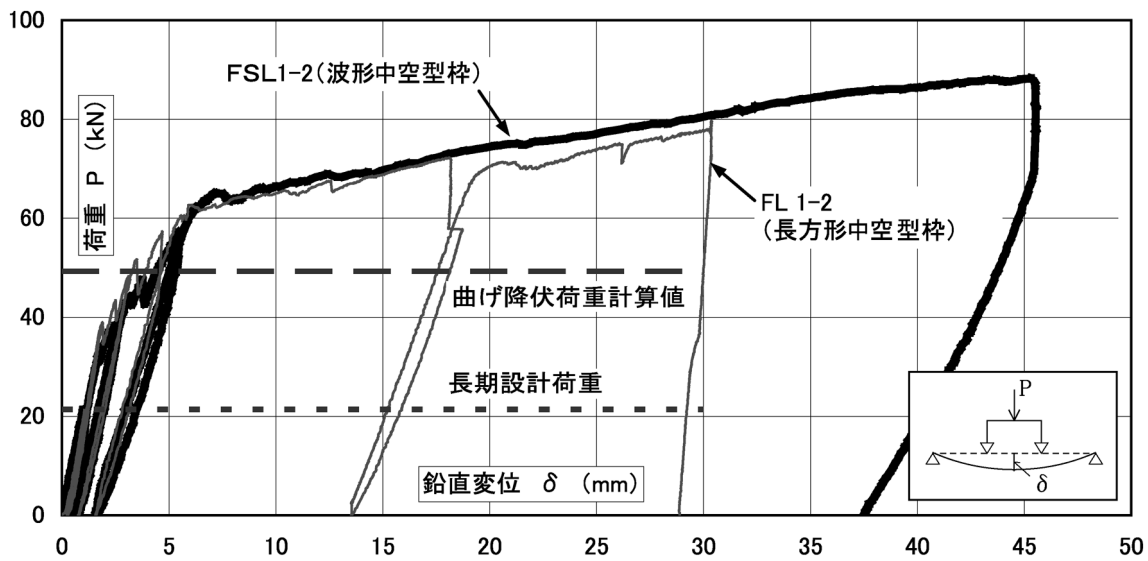


図7 荷重と変位の関係 (長辺方向 正曲げの比較)

$$M_x = - \left( D_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) \quad (2.1)$$

$$M_y = - \left( D_1 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

$$Q_x = - \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) \quad (2.3)$$

$$Q_y = - \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + H \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) \quad (2.4)$$

## ◇板要素による有限要素法解析

応力は、短辺方向および長辺方向にあるリブ部分を含めたI型断面部材を等価な直交異方性板の板要素に置換し有限要素法解析を行い求める。

短辺方向の板要素の曲げ剛性 ( $E \cdot I_{xu}$ ) は、図8のI型断面の曲げ剛性と同一とし、単位幅当りで求める。

ここで、短辺方向は、全断面有効とする。

単位幅の断面二次モーメント ( $I_{xu}$ ) は、次式による。

$$I_{xu} = \frac{I_x}{B_x} \quad (\text{mm}^4/\text{mm}) \quad (3)$$

長辺方向の板要素の曲げ剛性 ( $E \cdot I_{yu}$ ) は、単位幅当りで求める。このときの断面二次モーメントは、実験より短辺方向の2/3とする。

$$I_y = \frac{2}{3} I_x \quad (\text{mm}^4) \quad (4)$$

単位幅の断面二次モーメント ( $I_{yu}$ ) は、次式となる。

$$I_{yu} = \frac{I_y}{B_y} \quad (\text{mm}^4/\text{mm}) \quad (5)$$

ここで、 $B_y$ (mm) はリブ間の距離とする。

短辺方向と長辺方向の曲げ剛性比を ( $k$ ) とおくと

$$k = \frac{I_{xu}}{I_{yu}} = 1.5 \left( \frac{B_y}{B_x} \right) \quad (6)$$

となり、従って、長辺方向の曲げ剛性は、次式となる。

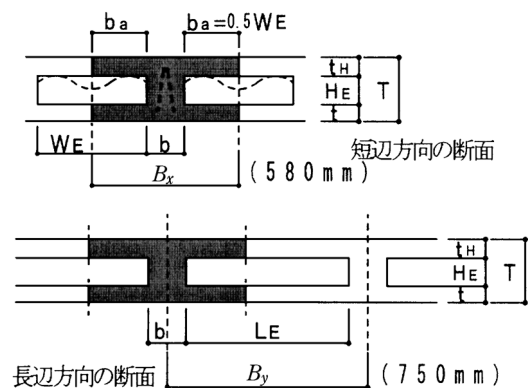


図8 短辺、長辺方向断面

$$E \cdot I_{yu} = E \cdot I_{xu} \cdot \left( \frac{1}{k} \right) \quad (7)$$

中空合成スラブにおけるリブ間距離を標準的な値 ( $B_x = 580 \text{ mm}$ ,  $B_y = 750 \text{ mm}$ ) とした場合、剛性比は、 $k = 1.94$ となる。

## ◇格子梁解析

応力は、短辺方向及びその直交方向のリブ部分を梁とする格子の線材に置換し、部材の曲げ変形、せん断変形、ねじり変形を考慮して、剛性マトリックス法により求める。曲げ剛性は、前項と同じとし、ねじり剛性を算定する断面形状は、図9に示すように両方向共I型断面を□型断面に置換する。断面定数は鉄筋を考慮せず、ヤング係数は一定とする。

図10は、弾性論理論解析、板要素解析、格子梁による解析結果を示し、辺長比 ( $\lambda$ ) を1.0~2.0と変化させた場合の曲げモーメント図である。このとき、短辺方向と長辺方向の剛性比は、 $k = 1.94$ で、ポアソン比は、0.2

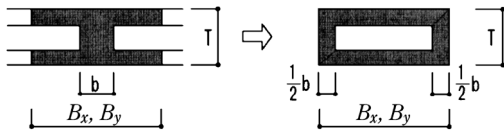


図9 □型断面への置換方法

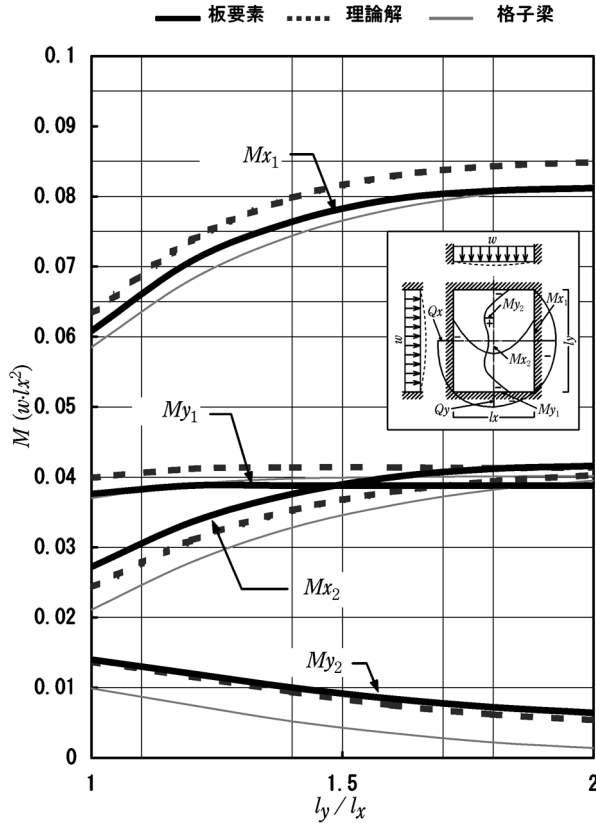


図10 曲げモーメント解析結果

とした。板要素の要素分割数及び格子梁のグリッドは、短辺方向を10分割とした。

#### 4. まとめ

表3に解析結果を示す。表4は解析結果の比較である。 $M_{x1}$ の板要素/理論解は、辺長比( $\lambda$ )にかかわらず0.96となり、格子梁/理論解は、 $\lambda=1.0$ で0.92、 $\lambda=2.0$ で0.96となった。 $M_{y1}$ の板要素/理論解は、辺長比にかかわらず0.94となり、格子梁/理論解は、 $\lambda=1.0$ で0.93、 $\lambda=2.0$ で0.97となった。 $M_{y2}$ はばらつきがあるが応力は小さいので問題はない。

上記のように三様の解析の結果、応力は若干の違いはあるがほぼ等しい。この応力算定表の実用化のために図11を提案する。この表を用いれば与えられた等分布荷重  $w$  (N/mm<sup>2</sup>) に対して、辺長比  $\lambda = (l_y/l_x)$  を求めれば  $(w \cdot lx)$  及び  $(w \cdot lx^2)$  を単位とする曲げモーメント ( $M_{x1}, M_{x2}, M_{y1}, M_{y2}$ ) せん断力 ( $Q_x, Q_y$ ) が簡単に求

表3 解析結果

| 理論解       |          |          |          |          |       |       |
|-----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|
| $l_y/l_x$ | $M_{x1}$ | $M_{x2}$ | $M_{y1}$ | $M_{y2}$ | $Q_x$ | $Q_y$ |
| 1.0       | 0.063    | 0.024    | 0.040    | 0.014    | 0.456 | 0.368 |
| 1.2       | 0.074    | 0.031    | 0.041    | 0.012    | 0.485 | 0.379 |
| 1.4       | 0.080    | 0.035    | 0.041    | 0.009    | 0.498 | 0.383 |
| 1.6       | 0.083    | 0.038    | 0.041    | 0.008    | 0.503 | 0.385 |
| 1.8       | 0.084    | 0.039    | 0.041    | 0.006    | 0.504 | 0.385 |
| 2.0       | 0.085    | 0.040    | 0.041    | 0.005    | 0.503 | 0.385 |

板要素解析

| $l_y/l_x$ | $M_{x1}$ | $M_{x2}$ | $M_{y1}$ | $M_{y2}$ | $Q_x$ | $Q_y$ |
|-----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|
| 1.0       | 0.061    | 0.027    | 0.038    | 0.014    | 0.456 | 0.362 |
| 1.2       | 0.071    | 0.034    | 0.039    | 0.012    | 0.492 | 0.366 |
| 1.4       | 0.076    | 0.038    | 0.039    | 0.010    | 0.504 | 0.364 |
| 1.6       | 0.080    | 0.040    | 0.039    | 0.008    | 0.506 | 0.364 |
| 1.8       | 0.081    | 0.041    | 0.039    | 0.007    | 0.504 | 0.364 |
| 2.0       | 0.081    | 0.042    | 0.039    | 0.006    | 0.500 | 0.364 |

格子梁解析

| $l_y/l_x$ | $M_{x1}$ | $M_{x2}$ | $M_{y1}$ | $M_{y2}$ | $Q_x$ | $Q_y$ |
|-----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|
| 1.0       | 0.059    | 0.021    | 0.037    | 0.010    | 0.456 | 0.368 |
| 1.2       | 0.068    | 0.028    | 0.039    | 0.008    | 0.485 | 0.379 |
| 1.4       | 0.074    | 0.033    | 0.040    | 0.005    | 0.498 | 0.383 |
| 1.6       | 0.078    | 0.036    | 0.040    | 0.004    | 0.503 | 0.385 |
| 1.8       | 0.080    | 0.038    | 0.040    | 0.002    | 0.504 | 0.385 |
| 2.0       | 0.082    | 0.040    | 0.040    | 0.001    | 0.503 | 0.385 |

表4 解析結果の比較

格子梁/理論解

| $l_y/l_x$ | $M_{x1}$ | $M_{x2}$ | $M_{y1}$ | $M_{y2}$ |
|-----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.0       | 0.92     | 0.87     | 0.93     | 0.72     |
| 1.2       | 0.92     | 0.90     | 0.95     | 0.65     |
| 1.4       | 0.93     | 0.93     | 0.96     | 0.55     |
| 1.6       | 0.94     | 0.95     | 0.97     | 0.47     |
| 1.8       | 0.95     | 0.97     | 0.97     | 0.36     |
| 2.0       | 0.96     | 0.98     | 0.97     | 0.26     |

板要素/理論解

| $l_y/l_x$ | $M_{x1}$ | $M_{x2}$ | $M_{y1}$ | $M_{y2}$ |
|-----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.0       | 0.96     | 1.12     | 0.94     | 1.02     |
| 1.2       | 0.96     | 1.08     | 0.94     | 1.03     |
| 1.4       | 0.96     | 1.07     | 0.94     | 1.06     |
| 1.6       | 0.96     | 1.06     | 0.94     | 1.12     |
| 1.8       | 0.96     | 1.05     | 0.94     | 1.16     |
| 2.0       | 0.96     | 1.03     | 0.94     | 1.19     |

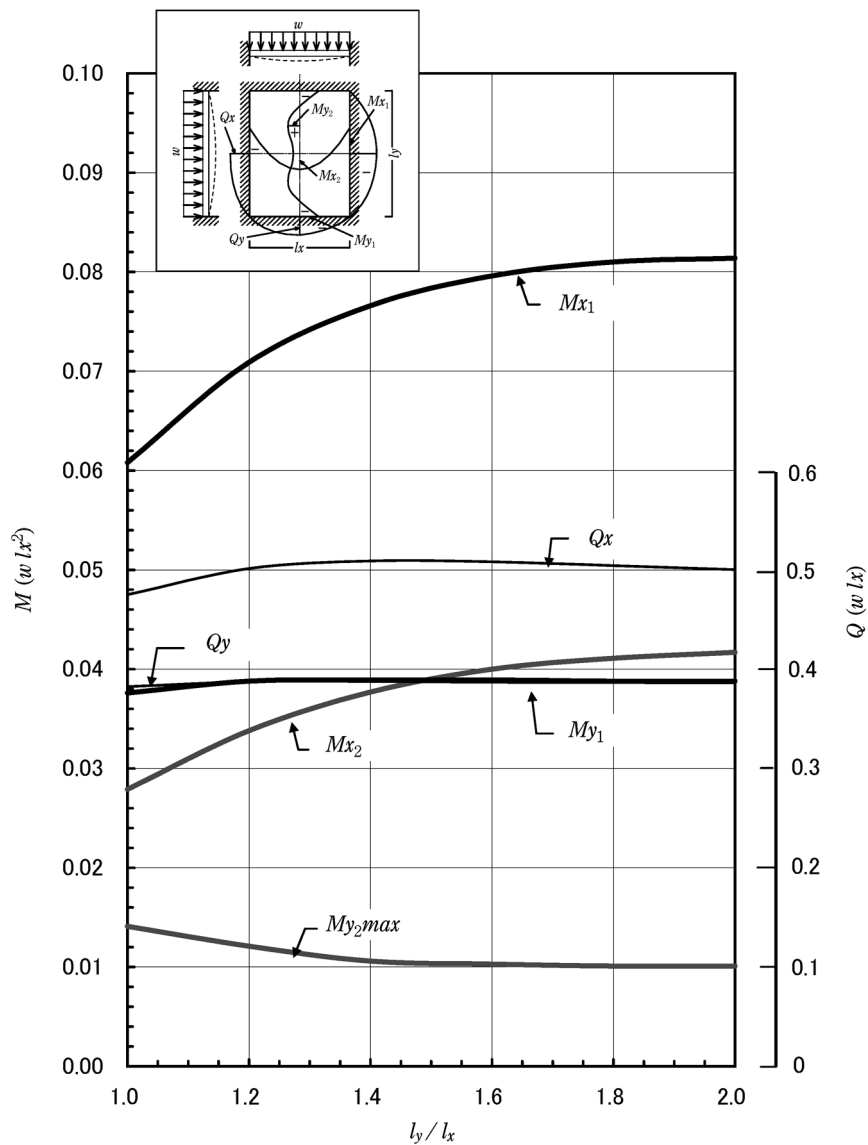


図11 等分布荷重時4辺固定中空合成スラブの応力計算図表

まり，実用上十分利用出来る。

これは  $I_y = (2/3)I_x$  の場合であるが，一般的な中空合成スラブの場合でも，断面形状がほぼ同じなので大差はない。

### 参考文献

- 1) 田中輝明他：中空合成スラブに関する実験的研究，国土館大学理工学研究所報告第12号
- 2) 田中輝明，佐賀 修，荻原幸夫他：中空合成スラブのプレキャスト板相互の継手補強に関する実験的研究，日本建築学会大会（北陸）梗概集，2002年
- 3) 田中輝明，佐賀 修，荻原幸夫他：波形中空型枠を用いた中空合成スラブの実験的研究，日本建築学会大会（東海）梗概集，2003年
- 4) S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells, 1959年
- 5) 内山武司，土橋由造：等分布荷重を受ける周辺固定の直交異方性矩形床版の解，日本建築学会北海道支部研究報告集，第55回，1982年
- 6) 田中輝明他：異方性中空合成スラブの応力算定法について，日本建築学会大会（近畿）梗概集，2005年