【論　説】

選好の多様性が独占市場に及ぼす効果

石　山　健　一

目　　次

1. はじめに

それぞれの学問領域には、それぞれに適した研究手法がある[1)]。Marshall（1920）以来、縦軸を価格、横軸を数量とする直交座標系に描かれた需要曲線と供給曲線（あるいは限界費用曲線）は、経済学における基本的な分析道具となっている。たとえば、それは、現実の市場においてどのような調整が行われ、その結果として希少な資源がどのように利用されることになるかをわれわれに教えてくれる。経済学の初学者がこのような分析道具を使いこなせるようになるために、ミクロ経済学の入門的なテキストにおいては、簡単な、つまり、1 次関数によってつくられた数値の表から需要曲線や供給曲線を描いたり、均衡を求めたりする練習問題が用意されている[2)]。

ところで、このような直線的な需要関数のミクロ的基礎づけを行った初期の文献と考えられるものとしては、Singh and Vives（1984）がある。Singh and Vives（1984）は、価値尺度財に関して準線形、それ以外の財の数量については 2 次関数である効用関数を仮定し、線形の需要関数を導いた。ここでは、Singh and Vives（1984）の仮定した効用関数（the Quasilinear Quadratic

Utility）を QQ 型効用関数と呼ぶことにしよう。QQ 型効用関数は、現在に至るまで、とくに産業経済学（industrial economics）の寡占理論の分野において広く使われている[3)]。一方、所得に関して線形の需要関数を導く効用関数について考察した Pollak（1971）等に触発された Alperovich and Weksler（1996）は、Singh and Vives（1984）とは異なり、2 財を需要する主体の需要関数が価格と所得に関して正ゼロ次同次であることを前提として、第 1 財の需要数量が第 1 財および第 2 財の価格に関して線形となる効用関数の型を特定した。本稿ではこのような効用関数を AW 型効用関数と略称する。

QQ 型効用関数は、特定の分野ではそれに関する初期の文献を引用する著者がいなくなるほど使用されているといわれている[4)]。その一方で、著者の知る限り、AW 型効用関数を仮定した理論研究や実証分析はほとんどないようである。その数少ない文献の一つが、複占競争に直面している各コンテナ港に対する需要を表す関数として線形需要関数を仮定した Luo et al.（2012）である。ただし、彼らの研究の主眼は供給側におかれており、個々の消費者の需要は考察されておらず、とくに AW 型効用関数から導かれた線形需要関数の特徴である選好パラメータと需要数量の間にある条件[5)]に関する議論は全く行われていない。また、Corato et al.（2014）においては、価格に関して線形の需要関数を導出した文献として、Alperovich and Weksler（1996）を挙げるにとどまっている。

現実経済を大胆に単純化するのが経済学の従来からの手法であり、分析道具として線形の需要関数を採用するその意図は、解析的分析を容易にすることにある。このようなアプローチは、不完全競争のもたらす社会的損失について分析する際にも役立つと考えられる。本稿では、ミクロ的に基礎づけられた AW 型効用関数を持つ複数の消費者が参加する独占市場において、消費者の多様性が市場の効率性にどのような影響をもたらすかを明らかにすることを試みる。なお、この文脈において、市場の効率性は Harberger（1954）の描いた社会的損失によって測られる。

本稿の構成は以下の通りである。次節では、2 財を需要する主体の需要関

数が価格と所得に関して正ゼロ次同次であることを前提として、第1財の需要数量が第1財および第2財の価格に関して線形となる効用関数の型を特定したAlperovich and Weksler（1996）について概括する。第3節においては、AW型効用関数を持つ消費者が n 人存在する独占市場をモデル化し、内点解が存在するためのパラメータの妥当な範囲について考察する。第4節では、消費者間の所得の不平等度や選好パラメータの多様性が独占市場の死荷重に及ぼす効果について議論する。第3節における静学分析、第4節で試みた比較静学分析の結果は第5節にまとめられる。

2. AW型効用関数

本節ではAlperovich and Weksler（1996）に沿って、需要関数が価格に関して線形となる効用関数の導出過程を説明する。はじめに、p_i を財 i の価格、q_i を財 i の需要数量、y を所得とし、これらの正の実数を所与として、予算制約

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 = y \tag{1}$$

の下で効用を最大にするように2財の需要数量 q_i を決定するという問題から出発しよう。この最大化問題を解いた結果として得られる財1の需要関数 $q_1(p_1, p_2, y)$ が、価格の1次関数であり、かつ、任意の正の実数 k に対して

$$q_1(kp_1, kp_2, ky) = k^0 q_1(p_1, p_2, y)$$

であるとする、つまり価格と所得に関して正ゼロ次同次であるとするならば、それは次のような式になると考えられる[6)]。

$$q_1 = \alpha - \frac{1}{y}(\beta_1 p_1 - \beta_2 p_2) \tag{2}$$

ただし、α, β_1, β_2 はいずれもゼロでない定数である。式 (2) より

$$p_1\{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1\}=(p_1q_1-y)(q_1-\alpha)+\beta_2p_2 \tag{3}$$

が得られる[7)]。ここで、式 (2) のパラメータに関して

$$\alpha^2-4\beta_1>0$$

という条件を追加しよう。この条件の下で式 (3) の左辺がゼロにならないための必要条件は、q_1 に関する 2 次方程式

$$q_1(q_1-\alpha)+\beta_1=0 \tag{4}$$

の実数根 λ_1, λ_2（$\lambda_1<\lambda_2$）に対して、$q_1\neq\lambda_1$ かつ $q_1\neq\lambda_2$ が成立することである。ここで、議論を簡単化するために、q_1 の取り得る範囲を

$$0<q_1<\lambda_1$$

と限定することにしよう[8)]。この追加条件の下、式 (3) の両辺を $p_2\{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1\}$ で割れば

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{\frac{1}{p_2}(p_1q_1-y)(q_1-\alpha)+\beta_2}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1} \tag{5}$$

が得られる。式 (5) 右辺の分子に式 (1) を代入すると、右辺から価格が消えて需要数量に関する次のような具体的な最適化条件が得られる[9)]。

$$-\frac{dq_2}{dq_1}=\frac{\frac{\partial U}{\partial q_1}}{\frac{\partial U}{\partial q_2}}=\frac{p_1}{p_2}=-\frac{q_2(q_1-\alpha)-\beta_2}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1} \tag{6}$$

さらに、条件 (6) を q_2 に関する 1 階の線形微分方程式

$$\frac{dq_2}{dq_1}-\frac{(q_1-\alpha)}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}q_2=-\frac{\beta_2}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1} \tag{7}$$

とみなして q_2 について解くと、

$$q_2 = -\frac{1}{\mu(q_1)}\left[\int\frac{\beta_2}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}\,\mu(q_1)dq_1 + A\right] \tag{8}$$

が得られる[10)]。式 (8) 右辺の A は適当な初期条件で確定する任意定数である。ここで、有理関数を積分する際の定石として

$$\frac{\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_1-q_1)} - \frac{\lambda_1}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_2-q_1)} = \frac{\alpha-q_1}{(\lambda_1-q_1)(\lambda_2-q_1)}$$

となることを利用すれば、式 (8) において完全微分方程式を得るための積分因子 $\mu(q_1)$ を

$$\mu(q_1) = e^{\int\frac{-(q_1-\alpha)}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}dq_1} = \frac{(\lambda_2-q_1)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}}}{(\lambda_1-q_1)^{\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}}} \tag{9}$$

と表すことができる。他方、

$$\frac{d}{dq_1}q_1\mu(q_1) = -\frac{q_1(q_1-\alpha)}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}\,\mu(q_1) + \mu(q_1) = \frac{\beta_1\,\mu(q_1)}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}$$

であるから、

$$\int\frac{\beta_2}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}\,\mu(q_1)dq_1 = -\frac{\beta_2}{\beta_1}\,q_1\mu(q_1) \tag{10}$$

となる。式 (8)、式 (9) および式 (10) より、目的関数が

$$U(q_1, q_2) = (\beta_1 q_2 + \beta_2 q_1)\frac{(\lambda_2-q_1)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}}}{(\lambda_1-q_1)^{\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}}} \tag{11}$$

であれば、β_1, β_2, p_1, p_2, y が正の定数であるときの制約条件 (1) の下での最大化のための 1 階の必要条件として式 (2) が導かれることが分かる。これが Alperovich and Weksler（1996）によって得られた知見の一つである。さらに、式 (4) が重根 $q_1=\sqrt{\beta_1}$ を持つ場合、先程と同様に q_1 の取り得る範囲を

$$0<q_1<\sqrt{\beta_1}$$

と限定し、

$$\frac{2\sqrt{\beta_1}-q_1}{(\sqrt{\beta_1}-q_1)^2}=\frac{1}{\sqrt{\beta_1}-q_1}+\frac{\sqrt{\beta_1}}{(\sqrt{\beta_1}-q_1)^2}$$

となることを考慮すれば

$$\mu(q_1)=e^{\int\frac{-(q_1-\alpha)}{q_1(q_1-\alpha)+\beta_1}dq_1}=\frac{1}{\sqrt{\beta_1}-q_1}e^{\frac{\sqrt{\beta_1}}{\sqrt{\beta_1}-q_1}} \tag{12}$$

と変形することができるので、$\alpha=2\sqrt{\beta_1}$ の場合の目的関数は

$$U(q_1,q_2)=\frac{\beta_1 q_2+\beta_2 q_1}{\sqrt{\beta_1}-q_1}e^{\frac{\sqrt{\beta_1}}{\sqrt{\beta_1}-q_1}} \tag{13}$$

と簡単化することができる。目的関数が式 (13) である場合、最大化のための 1 階の必要条件から導かれる式は

$$q_1=2\sqrt{\beta_1}-\frac{1}{y}(\beta_1 p_1-\beta_2 p_2) \tag{14}$$

となる。ただし、パラメータ β_1, β_2 は正の定数、従属変数の取り得る範囲は $0<q_1<\sqrt{\beta_1}, q_2>0$ とする。ここまでが Alperovich and Weksler（1996）によって示された知見である。もちろん、式 (13) を自然対数変換した

$$\ln U(q_1,q_2)=\ln(\beta_1 q_2+\beta_2 q_1)-\ln(\sqrt{\beta_1}-q_1)+\frac{\sqrt{\beta_1}}{\sqrt{\beta_1}-q_1} \tag{15}$$

からも、式 (13) と同様に式 (14) を得ることができるが、この先の分析を簡単にするため、負の値を取り得る関数 (15) ではなく、関数 (13) に焦点をあて、本節の残りの部分ではこの関数の特性を確認することにしよう。

早速、式 (13) をある経済主体の効用関数とみなし、Edgeworth 以来の手法として[11)]、この関数の値が一定となる (q_1, q_2) の集合、いわゆる無差別曲線を描写すると図 1 のようになる[12)]。図中に描かれた無差別曲線は右下がりの直線のようにみえるが、実際のところ、任意の $0<q_1<\sqrt{\beta_1}, q_2>0, u>0$ に対して

$$\frac{dq_2}{dq_1}<0, \qquad \frac{d^2q_2}{dq_1^2}>0$$

が成り立っている。このことは、数学的に厳密な効用最大化のための2階の十分条件として、縁付きヘシアン $|\bar{H}|$ が

$$|\bar{H}|=\begin{vmatrix} 0 & -p_1 & -p_2 \\ -p_1 & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_1^2} & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} \\ -p_2 & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_2^2} \end{vmatrix}>0 \tag{16}$$

となることと同値である[13)]。念のため、この点についてもう少し詳細に述べておこう。

そもそも、式 (13) は q_2 に関して線形であるから、次の等式が成り立つ。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial q_2^2}=0$$

よって、不等式 (16) が成り立つことを示すには

$$|\bar{H}|=\begin{vmatrix} 0 & -p_1 & -p_2 \\ -p_1 & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_1^2} & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} \\ -p_2 & \dfrac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2} & 0 \end{vmatrix}=2p_1p_2\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2}-p_2^2\frac{\partial^2 U}{\partial q_1^2}>0 \tag{17}$$

となることを示せばよい。そのために、まずは、式 (13) を続けて偏微分することによって、

$$\frac{\partial^2 U}{\partial q_1^2}=\frac{-\beta_1\{-2(q_1-2\sqrt{\beta_1})^2 q_2+\beta_1 q_2+\beta_2(3q_1-4\sqrt{\beta_1})\}U}{(\sqrt{\beta_1}-q_1)^4(\beta_1 q_2+\beta_2 q_1)} \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 \partial q_2}=\frac{-\beta_1(q_1-2\sqrt{\beta_1})U}{(\sqrt{\beta_1}-q_1)^2(\beta_1 q_2+\beta_2 q_1)} \tag{19}$$

を得る。式 (17) に式 (18)、(19) を代入して整理すれば、等式制約条件 (1) の下での目的関数 (13) の最大化問題に関する縁付きヘシアンは

$$|\bar{H}| = \frac{\beta_1^2 p_2^2 U(q_1, q_2)}{(\sqrt{\beta_1} - q_1)^4 (\beta_1 q_2 + \beta_2 q_1)} \tag{20}$$

となり、$0<q_1<\sqrt{\beta_1}$, $q_2>0$ のときに最大化のための十分条件が満たされることが分かる。ゆえに、この範囲において式 (14) はミクロ的に基礎づけられた需要関数であり、式 (13) はその背後にある経済主体の効用関数、そして、正の定数 β_1, β_2 はこの経済主体の選好パラメータと解釈される。次節では、このような AW 型効用関数を持つ消費者が複数存在する市場をモデル化し、内点解として均衡がただ一つ存在する条件について議論することにしよう。

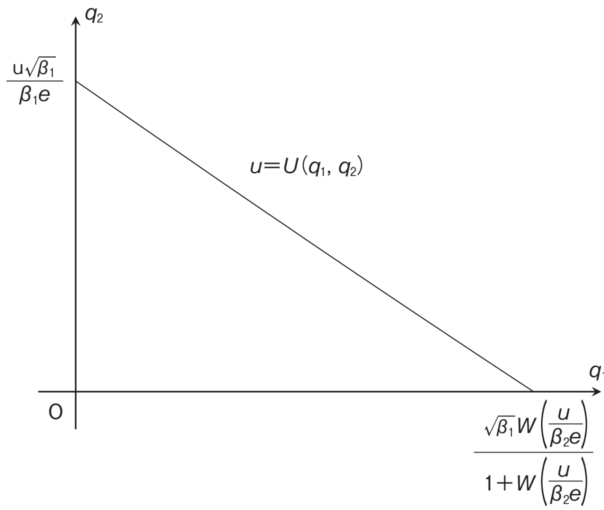

図 1：関数 $U(q_1, q_2) = \frac{(\beta_1 q_2 + \beta_2 q_1)}{\sqrt{\beta_1} - q_1} e^{\frac{\sqrt{\beta_1}}{\sqrt{\beta_1} - q_1}}$ が一定となる (q_1, q_2) の組み合わせ

3. AW 型効用関数を持つ消費者が参加する独占市場

前節では Alperovich and Weksler（1996）に従い、需要が価格の 1 次関数となる効用関数を導出した。本節では、そのような効用関数を持つ消費者が

複数存在する架空の世界を構築し、その世界における均衡が内点解となるための条件等について議論する。

はじめに、世界には2種類の財の市場が存在し、財1の市場はこの消費財だけを独占的に供給する企業がただ1つ存在する市場であると仮定しよう。需要側の条件が与えられれば、この企業の限界費用が市場における財の供給水準を決定するであろう[14]。本稿では、この独占企業の限界費用 $C'(Q_1)$ は次の式に従うと仮定する。

$$C'(Q_1)=c \tag{21}$$

ここで、変数 Q_1 は消費者の選好等、需要側の諸条件が変化しない一定期間内に生産された財1の供給数量であり、c は正の定数とする[15]。これ以降、われわれはこの期間だけに限定して議論することにして、この期間内の出来事が経済主体の他の期間の行動に与える影響や他の期間から受ける影響については、比較静学分析を行う場合を除き、考慮しないものとする[16]。財1を独占的に供給する企業は当該期間における市場需要曲線に関する情報に基づき、利潤最大化、すなわち、限界収入が限界費用と等しくなるように価格 p_1 を設定すると仮定する。価格の差別化は行わない。

一方、この独占市場には当該期間中、一定数の合理的な消費者が存在し、所与の価格に対して自らの効用水準を最大化するよう、需要数量を決定すると仮定しよう。第 i 番目（$i=1, 2, \cdots, n$）の消費者の効用最大化問題は次の通りである。

$$\max U(q_{i1}, q_{i2})=\frac{b_{i1}q_{i2}+b_{i2}q_{i1}}{\sqrt{b_{i1}}-q_{i1}}e^{\frac{\sqrt{b_{i1}}}{\sqrt{b_{i1}}-q_{i1}}} \tag{22}$$
$$\textit{subject to} \quad p_1 q_{i1}+q_{i2}=y_i$$

ここで、y_i は当該期間中に第 i 番目の消費者が稼得した可処分所得、q_{ij} は第 j 財に対する需要数量をそれぞれ表す[17]。また、各消費者の選好パラメータ b_{ij} はいずれも正の実数であり、当該期間中は変化しないと仮定する。すべての財の価格と所得を一定倍しても需要数量は変化しないことから、式

(22) 以降、財 2 を価値尺度財（numéraire）として、$p_2 = 1$ に固定する。式 (14) より、第 i 番目の消費者の第 1 財に対する当該期間中の需要数量は

$$q_{i1} = 2\sqrt{b_{i1}} - \frac{1}{y_i}(b_{i1}p_1 - b_{i2}) \tag{23}$$

によって決定される。ただし、これがミクロ的に基礎づけられた最適な需要水準であるためには、各消費者の需要は $0 < q_{i1} < \sqrt{b_{i1}}$ でなければならない。なお、この世界に政府は存在しない。よって今後は可処分所得と所得を区別しない。

次に、社会的選好パラメータをそれぞれ

$$\theta = 2\sum_{i=1}^{n}\sqrt{b_{i1}}$$

$$\phi = \sum_{i=1}^{n}\frac{b_{i1}}{y_i}$$

$$\psi = \sum_{i=1}^{n}\frac{b_{i2}}{y_i}$$

で表すことにしよう。これらはいずれも正の実数である。財 1 に対する社会全体の需要水準はこれらの社会的パラメータによって

$$Q_1 = \theta + \psi - \phi p_1$$

と表すことができる[18)]。その結果、第 1 財の市場を独占する企業の利潤最大化条件は

$$\frac{d}{dp_1}(p_1 - c)(\theta + \psi - \phi p_1) = 0 \tag{24}$$

となり、利潤を最大にする価格を求めると

$$p_1^* = \frac{\theta + \phi c + \psi}{2\phi} \tag{25}$$

となる。均衡取引数量は

$$Q_1^* = \frac{\theta - \phi c + \psi}{2} \tag{26}$$

である。さらに、式 (25) を式 (23) に代入して整理すると、各消費者が選択する当該期間の第 1 財に対する需要数量を次のように表すことができる。

$$q_{i1}^* = \frac{4\sqrt{b_{i1}}\, y_i - \phi c + 2b_{i2} y_i - \psi}{2y_i}$$

繰り返しになるが、各消費者の第 1 財に対する需要は $0 < q_{i1}^* < \sqrt{b_{i1}}$ でなければならない。つまり、

$$0 < 4\sqrt{b_{i1}}\, y_{\mathrm{i}} - \phi c + 2b_{i2}\, y_i - \psi < 2\sqrt{b_{i1}}\, y_i \tag{27}$$

が成立していなければならない。

ところで、不等式 (27) は独占企業の総収入が総可変費用を上回るための十分条件でもある。社会的選好パラメータおよび独占企業の限界費用はいずれも正であるから、式 (25) および式 (26) によって求められる独占価格における第 1 財に対する社会的需要の価格弾力性 ε は

$$\varepsilon = \frac{\theta + \phi c + \psi}{\theta - \phi c + \psi} > 1$$

となることが簡単に確認できる。Robinson（1969, p. 54）が述べているように、独占価格 p_1^* は数量に関する限界費用 c にマークアップを乗じたものに等しく、

$$p_1^* = c\, \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$$

であって、市場需要曲線の弾力性は 1 より大きくなければならないが、この独占市場の均衡においては個々の消費者の弾力性は必ずしも 1 より大きいことを必要としないかもしれない。ただ、この点について確認するのは容易ではない。というのも、条件 (27) に加えて、均衡が内点解であるためには

$$(\theta + \phi c + \psi)(4\sqrt{b_{i1}}\, y_i - \phi c + 2b_{i2}\, y_i - \psi) < 4\phi y_i^2 \tag{28}$$

も満たす必要があるからである[19)]。

　ここで、最も簡単なケース、すなわち、当該期間中に第1財の市場に参加するすべての消費者が所得と選好に関して同質である場合について考えてみよう。同質な所得を y、同質な選好パラメータを β_1, β_2 で表せば、均衡価格は

$$p_1^* = \frac{2\sqrt{\beta_1}y + \beta_1 c + \beta_2}{2\beta_1} \tag{29}$$

となり、各消費者の第1財に対する需要数量は

$$q_{i1}^* = \frac{2\sqrt{\beta_1}y - \beta_1 c + \beta_2}{2y} \tag{30}$$

となる。これが適切な範囲に収まっているためには

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} < c < \frac{2\sqrt{\beta_1}y + \beta_2}{\beta_1} \tag{31}$$

が成立していなければならない。さらに、第2財に対する需要が正であるためには、

$$c > \frac{\sqrt{\beta_2^2 + 4\sqrt{\beta_1}\,\beta_2 y}}{\beta_1} \tag{32}$$

でなければならないので、条件（31）と条件（32）より、消費者が同質な場合にただ一つの内点解が存在するための条件は、正の数 β_1、β_2、y に対し、第1財を生産する独占企業の限界費用が

$$\frac{\sqrt{\beta_2^2 + 4\sqrt{\beta_1}\,\beta_2 y}}{\beta_1} < c < \frac{2\sqrt{\beta_1}y + \beta_2}{\beta_1} \tag{33}$$

を満たすことであることが分かる。消費者が同質であってもただ一つの内点解が存在するための条件はこのように複雑なものである。次節では、異質な消費者が存在する場合の条件についても確認し、異質であることが市場の効率性にどのような影響を及ぼすかについて分析する。

4. 消費者の多様性が市場の効率性に与える効果

需要関数が線形である利点の一つは消費者余剰や死荷重を比較的簡単に求めることができることである[20)]。Harberger（1954）以来、多くの経済学者が市場の非効率性に注目してきた[21)]。図 2 は AW 型効用関数を持つ n 人の消費者が参入している独占市場を描写したものである。各消費者の選好パラメータ、所得水準および独占企業の限界費用は、前節の不等式 (27) および (28) を満たすように設定されている。図中の点 E はこの独占市場における均衡を表す。その座標は前節の式 (25) および式 (26) によって求められる。また、点 E を頂点の一つとする直角三角形によって囲まれる灰色の領域が独占によって失われた死荷重である。

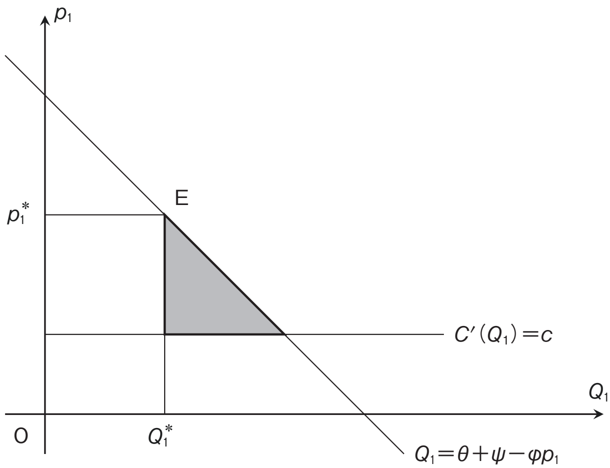

図 2：第 1 財の市場における均衡（E）と死荷重（灰色の領域）

前節で述べたように、各消費者の選好パラメータおよび所得が均一である場合、図 2 の均衡価格 p_1^* は式 (29) によって決定される。もし、選好については同質のまま当該期間における各消費者の所得が異なり得るとしたら、そ

れによって独占価格 p_1^* はどのように影響されるだろうか。この点について考察した一つの例が次の式である。

$$p_1^* = \frac{2\sqrt{\beta_1}\tilde{y} + \beta_1 c + \beta_2}{2\beta_1} \tag{34}$$

ここで $\tilde{y}$ は市場に参入している各消費者が期間内に稼得した所得の調和平均を表す。

$$\tilde{y} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_i}}$$

式 (34) は、所得の調和平均が高くなるほど独占価格が上昇することを示唆している。平均所得が不変であれば、所得の分散がゼロのとき、調和平均は最大となる[22)]。このことから、この独占市場においては、所得に関して不平等なほど、消費者余剰が高まると考えられる。したがって、所得の再分配による Gini 係数の改善は消費者余剰を削り取る結果となるだろう。死荷重についてはどうだろうか。重要なのは死荷重が増えるか減るかである。選好パラメータが均一の場合、均衡取引数量は

$$Q_1^* = \frac{(2\sqrt{\beta_1}\tilde{y} - \beta_1 c + \beta_2)n}{2\tilde{y}} \tag{35}$$

となる。これは図 2 の直角三角形の底辺の長さに等しい。よって、死荷重は

$$DWL = \frac{n}{8\beta_1 \tilde{y}} (2\sqrt{\beta_1}\tilde{y} - \beta_1 c + \beta_2)^2 \tag{36}$$

となる。所得が均一な場合に満たさなければならない条件 (31) を考慮すると、所得の調和平均が独占市場の死荷重に与える効果は

$$\frac{\partial DWL}{\partial \tilde{y}} = \frac{n}{8\beta_1 \tilde{y}^2} (2\sqrt{\beta_1}\tilde{y} - \beta_1 c + \beta_2)(2\sqrt{\beta_1}\tilde{y} + \beta_1 c - \beta_2) > 0 \tag{37}$$

となり、所得水準が不平等な方が死荷重は小さくなることが分かる[23)]。

ところで、不平等な所得分布に関するより具体的な仮定として、各消費者の所得 y_i が Pareto 分布 $P(I)(1, a)$ などの連続型確率分布に従う場合を想定

するとどうなるだろうか[24)]。このような分布を仮定することは興味深いことではあるが、残念ながら取り得る値に上限がない確率分布においては、各消費者に関して不等式 (27) を成立させることは困難である。そこで、以下では、所得は均一であると仮定し、選好に関して異質な消費者が存在する場合について考えてみることにしよう。さらに、簡単化のため、b_{i1} も均一であるとし、選好パラメータ b_{i2} が、互いに独立に

$$\mathrm{pdf}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\delta_2} & \text{if } |x-\beta_2|\leq\delta_2 \\ 0 & \text{if } |x-\beta_2|>\delta_2\end{cases} \tag{38}$$

の一様分布に従うと仮定しよう。この場合、前節で定義した社会的パラメータは

$$\theta=2\sqrt{\beta_1}\,n$$

$$\phi=\frac{\beta_1 n}{y}$$

$$\psi=\frac{1}{y}\sum_{i=1}^{n}b_{i2}=\frac{\bar{b}_2 n}{y}$$

となる。独占市場における均衡価格および各消費者の均衡取引数量は次の通りである。

$$p_1^*=\frac{\theta+\phi c+\psi}{2\phi}=\frac{y}{\sqrt{\beta_1}}+\frac{\bar{b}_2}{2\beta_1}+\frac{c}{2} \tag{39}$$

$$q_{i1}^*=2\sqrt{\beta_1}+\frac{b_{i2}}{y}-\frac{\beta_1}{y}\left(\frac{y}{\sqrt{\beta_1}}+\frac{\bar{b}_2}{2\beta_1}+\frac{c}{2}\right)=\sqrt{\beta_1}+\frac{2b_{i2}-\bar{b}_2}{2y}-\frac{\beta_1 c}{2y} \tag{40}$$

各消費者の均衡取引数量が $q_{i1}^*>0$ であるためには、

$$c<\frac{2y}{\sqrt{\beta_1}}+\frac{2b_{i2}-\bar{b}_2}{\beta_1} \tag{41}$$

でなければならない。一方、$q_{i1}^*<\sqrt{\beta_1}$ であるためには、

$$c>\frac{2b_{i2}-\bar{b}_2}{\beta_1} \tag{42}$$

でなければならない。さらに、均衡が内点解であるためには、

$$p_1^* q_{i1}^* < y \tag{43}$$

を満たす必要もある。ところが、式 (43) の左辺に式 (39) を代入し、$q_{i1}^*=\sqrt{\beta_1}$ とおくと、この条件は

$$\frac{\bar{b}_2}{2\sqrt{\beta_1}}+\frac{\sqrt{\beta_1}c}{2}<0$$

となり、満たすことができないことが分かる。そこで、天下り的ではあるが、各消費者の需要数量の取り得る範囲が次のようになるパラメータの組み合わせについて考えてみよう。

$$0<q_{i1}<\frac{\sqrt{\beta_1}}{3}$$

各消費者の均衡取引数量がこの範囲にとどまるための必要十分条件は、

$$\frac{4y}{3\sqrt{\beta_1}}+\frac{2b_{i2}-\bar{b}_2}{\beta_1}<c<\frac{2y}{\sqrt{\beta_1}}+\frac{2b_{i2}-\bar{b}_2}{\beta_1} \tag{44}$$

である。加えて、第２財の需要数量が正になるためには、

$$c<\frac{4y}{\sqrt{\beta_1}}-\frac{\bar{b}_2}{\beta_1} \tag{45}$$

でなくてはならない。パラメータ b_{i2} の取り得る範囲を考慮すれば、式 (44)、式 (45) を同時に満たすための十分条件として、

$$\frac{4\sqrt{\beta_1}y+3\beta_2}{3\beta_1}+\frac{3\delta_2}{\beta_1}<c<\frac{3\sqrt{\beta_1}y}{\beta_1}-\frac{2\delta_2}{\beta_1}-\frac{1}{\beta_1}\left|\sqrt{\beta_1}y-\beta_2+\delta_2\right| \tag{46}$$

が得られる[25)]。図３は、β_1, β_2, y を所与としたときに式 (46) を満たす（δ_2, c）の集合を示したものである。妥当なパラメータ設定の集合は、図中の灰色の領域によって表されている[26)]。図３および不等式 (46) から、

$$\frac{4\sqrt{\beta_1}y+12\beta_2}{3\beta_1}<c<\frac{2\sqrt{\beta_1}y-2\beta_2}{\beta_1} \tag{47}$$

を満たす β_1, β_2, y, c の組み合わせに対しては、これらのパラメータを不変として δ_2 を変化させてもただ一つの内点解が存在するための十分条件は満たされたままであることが分かる。本節の残りの部分では、このようなパラメータ設定の下で δ_2 の増加がどのような効果を市場に及ぼすか分析することにしよう。

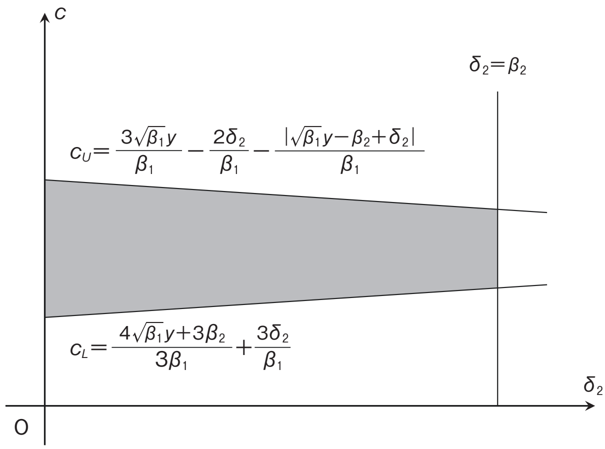

図 3：内点解が存在するための十分条件（β_1＝1.44, β_2＝0.72, y＝3.6）

選好パラメータ b_{i2} が、互いに独立に確率密度関数 (38) の一様分布に従う場合、独占によって発生する死荷重は

$$DWL=\frac{n(2\sqrt{\beta_1}y-\beta_1 c+\bar{b}_2)^2}{8\beta_1 y}=\frac{y}{2\beta_1 n}Q_1^{*2} \tag{48}$$

であるから、他の事情は不変にして b_{2i} の分散 $V[b_{2i}]$ だけが増加したときの効果は、分散公式により

$$\frac{\partial \mathrm{E}[DWL]}{\partial \mathrm{V}[b_{2i}]}>0 \tag{49}$$

となる。このことは、当該期間中に独占市場において発生する死荷重の期間

前の時点での評価が高くなることを意味する[27)]。また、

$$\mathrm{E}\left[\sqrt{\frac{y}{2\beta_1 n}}\,Q_1^*\right]=\frac{\sqrt{n}\,(2\sqrt{\beta_1}y-\beta_1 c+\beta_2)}{2\sqrt{2\beta_1 y}}$$

$$\mathrm{V}\left[\sqrt{\frac{y}{2\beta_1 n}}\,Q_1^*\right]=\frac{\delta_2^2}{24\beta_1 y}$$

であるから、市場に参加する消費者の数が十分多ければ、中心極限定理によって、近似的に

$$\sqrt{\frac{y}{2\beta_1 n}}\,Q_1^*\sim N\left(\frac{\sqrt{n}\,(2\sqrt{\beta_1}y-\beta_1 c+\beta_2)}{2\sqrt{2\beta_1 y}},\frac{\delta_2^2}{24\beta_1 y}\right) \tag{50}$$

および

$$\frac{24\beta_1 y}{\delta_2^2}DWL\sim\chi'^2(1) \tag{51}$$

が成立する。ここで、$\chi'^2(1)$ は自由度 1 の非心カイ 2 乗分布を表す。式 (51) が成立するとき、当該期間における死荷重が z 未満となる確率は、Han（1975）によれば

$$\Pr(DWL<z)=\Phi\left(\frac{\sqrt{n}\,(2\sqrt{\beta_1}y-\beta_1 c+\beta_2)}{2\sqrt{2\beta_1 y}}+\frac{\sqrt{24\beta_1 yz}}{\delta_2}\right)$$

$$-\Phi\left(\frac{\sqrt{n}\,(2\sqrt{\beta_1}y-\beta_1 c+\beta_2)}{2\sqrt{2\beta_1 y}}-\frac{\sqrt{24\beta_1 yz}}{\delta_2}\right) \tag{52}$$

である。ここで $\Phi(z)$ は標準正規分布の分布関数を表す。式（52）は、他の事情が不変のとき、任意の正の数 z に対して δ_2 が大きくなるほど死荷重が z 未満となる確率が小さくなることを示している。この結果からも δ_2 の増加は死荷重が大きくなる可能性を高めるものであることが分かる。

5. おわりに

Singh and Vives（1984）は、価値尺度財に関して準線形、それ以外の財の数量については 2 次関数である効用関数（QQ 型効用関数）を仮定し、線形

の需要関数を導いた。一方、Alperovich and Weksler（1996）は、2財を需要する主体の需要関数が価格と所得に関して正ゼロ次同次であることを前提として、第1財の需要数量が第1財および第2財の価格に関して線形となる効用関数の型を特定した。QQ型効用関数は今なお多くの場面で使われているが、著者の知る限りAW型効用関数を仮定した理論研究や実証分析はこれまでのところ、ほとんどない。本研究では、AW型効用関数を持つ消費者がn人存在する独占市場をモデル化し、そのモデルを用いて消費者間の所得の不平等度や選好パラメータの多様性が独占市場の死荷重に及ぼす効果について分析した。

そもそもAW型効用関数から導出される個別需要関数には、市場価格とは関係なくその消費者の選好パラメータによって関数の値域が制限されるという問題がある。とくに選好パラメータに関して異質な消費者を仮定した場合、このことが静学分析を複雑にする。本稿においては、需要関数の値域をむしろさらに限定することによって、ただ一つの内点解が存在するための十分条件を簡単化した。さらに、消費者の選好パラメータの分散が大きくなるほど、また、消費者の所得分布が平等な分布に近づくほど、彼らの参入する独占市場の死荷重が大きくなることを明らかにした。

本稿で得られた分析結果は、消費者の多様性が市場における効率的資源配分の弊害となり得ることを示唆している。もしかしたら、分析を容易にするために行ったいくつもの単純化がこのような結論を導いたのかもしれない。とくに消費者の選好の多様性に着目しながら、製品の差別化について議論しなかったことに留意しておく必要がある。これから先、巨大企業の市場支配力が弱まっていくことはおそらくないであろう。また、われわれの未来は多様な価値観を尊重する社会に向かっているようにもみえる。果たして、これらのことは何を意味するのだろうか。現実妥当な理論モデルによって今回とは異なる結論が引き出されることを今後の課題として残しておこう。

注

1） たとえば、カオス経済動学には記述統計学として不安定周期軌道解析がある。
2） たとえば、Krugman and Wells（2015, preface）を参照。
3） Choné and Linnemer（2020）を参照。
4） Amir et al.（2017）を参照。
5） この条件については第 2 節で説明するが、端的にいえば、それは式 (4) を成立させないことである。
6） Alperovich and Weksler（1996）は、$q_1(p_1, p_2, y) = f_1(y)p_1 + f_2(y)p_2 + f_3(y)$ とおいて、正ゼロ次同次性条件から式 (2) を導いた。
7） 最初に q_1 を右辺に移項し、両辺に y を掛け、最後に両辺に $p_1 q_1(q_1 - \alpha) + \beta_1 p_1$ を加える。
8） Alperovich and Weksler（1996）は、このような限定をせずに式展開している。
9） この場合の最適化条件とは、制約条件 $p_1 dq_1 + p_2 dq_2 = 0$ を満たし、同時にゼロにならない微小な dq_1, dq_2 に対して、効用関数の全微分 $dU = \frac{\partial U}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial U}{\partial q_2} dq_2$ がゼロになること、すなわち等式制約下での最適化のための 1 階の必要条件のことである。なお、式 (6) は dq_1 がゼロでないことを前提としている。
10） このような微分方程式の解き方については、Chiang and Wainwright（2005, pp. 490-491）等を参照。
11） Hicks（1946, p. 13）を参照。
12） 図中の q_1 切片の W はいわゆる Lambert 関数である。この関数の詳細については Corless et al.（1996）を参照。
13） Chain and Wainwright（2005, pp. 483-486）を参照。
14） Robinson（1969, p. 47）を参照。
15） たとえば、Marshall（1920）では、このような期間を 1 年間と考えている。
16） Robinson（pp. 56-57）が述べているように、十分長い期間、需要と供給の条件が一定であったことが、独占企業が利潤を最大にする価格を正確に決定することを可能にしているのかもしれない。そういう意味では、当該期間の経済活動が過去の影響を受けていないとは言い切れない。
17） y_i や q_{ij} はフロー変数であり、単位を固定した場合、それらの数値の大きさは定義した期間の長さに依存する。
18） このような市場需要関数の例として、Gujarati（1992, pp. 192-193）に掲載されたデトロイト都市圏におけるバラとカーネーションの卸売価格とバラの需要数量に関する推計結果がある。
19） これは財 2 の需要数量が正になるための条件である。
20） Hicks（1946, pp. 38-41）が図を用いて説明しているように、消費者余剰についてはいくつかの定義がある。ここでは、Marshall の意味での消費者余剰に言及している。
21） Perri（1984）を参照。

22） よく知られているように、調和平均は幾何平均以下、幾何平均は算術平均以下の値となる。

23） 条件 (31) により、所得が不均一な場合を含めても $\beta_1 c - \beta_2 > 0$ でなければならない。

24） Pareto 分布には、調和平均や Gini 係数を簡単に表すことができるという利点がある。この分布については、Johnson et al.（1994, pp. 573-576）などを参照。

25） たとえば、$2b_{i2} - \overline{b}_2 < \beta_2 + 3\delta_2$ であることが考慮されている。

26） 各消費者の選好パラメータ b_{i2} が正であるためには、$\delta_2 < \beta_2$ でなければならないことに留意せよ。

27） 確率密度関数が式 (38) で表される一様分布に従う確率変数 b_{2i} の分散は $\frac{\delta_2^2}{3}$ である。また、当該期間中に独占市場で発生する死荷重の期間前時点での期待値は $\mathrm{E}[DWL] = \frac{y}{2\beta_1 n}\mathrm{E}[Q_1^{*2}] = \frac{y}{2\beta_1 n}(V[Q_1^*] + \mathrm{E}^2[Q_1^*])$ である。

参考文献

［1］ Alperovich, Gershon and Weksler, Itzhak（1996）“A Class of Utility Functions Yielding Linear Demand Functions,” *The American Economist*, Vol. 40, pp. 20-23.

［2］ Amir, Rabah, Erickson, Philip and Jin, Jim（2017）“On the microeconomic foundations of linear demand for differentiated products,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 169, pp. 641-665.

［3］ Chiang, Alpha C. and Kevin Wainwright（2005）“*Fundamental Methods of Mathematical Economics Fourth Edition*,” McGraw-Hill, Inc.

［4］ Choné, Philippe and Linnemer, Laurent（2020）“Linear demand systems for differentiated goods: Overview and user’s guide,” *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 73, 102663.

［5］ Corato, Luca Di, Moretto, Michele and Vergalli, Sergio（2014）“Long-run Investment under uncertain demand,” *Economic Modelling*, Vol. 41, pp. 80-89.

［6］ Corless, R. M., Gonnet, G. H., Hare, D. E. G., Jeffrey, D. J. and Knuth, D. E.（1996）“On the Lambert W Function,” *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 5, pp. 329-359.

［7］ Gujarati, Damodar（1992）“*Essentials of Econometrics International Edition*,” McGraw-Hill, Inc.

［8］ Han, Chien-Pai（1975）“Some relationships between noncentral chi-squared and normal distributions,” *Biometrika*, Vol. 62, No. 1, pp. 213-214.

[9] Harberger, Arnold C. (1954) "Monopoly and Resource Allocation," *The American Economic Review*, Vol. 44, No. 2, pp. 77–87.

[10] Hicks, J. R. (1946) "*Value and Capital Second Edition*," Oxford University Press.

[11] Johnson, Norman L., Kotz, Samuel and Balakrishnan, N. (1994) "*Continuous Univariate Distributions Volume I Second Edition*," John Wiley & Sons, Inc.

[12] Krugman, Paul and Wells, Robin (2015) "*Microeconomics Fourth Edition*," Worth Publishers.

[13] Luo, Meifeng, Liu, Liming and Gao, Fei (2012) "Post-entry container port capacity expansion," *Transportation Research Part B*, Vol. 46, pp. 120–138.

[14] Marshall, Alfred (1920) "*Principles of Economics Eighth Edition*," Palgrave Macmillan.

[15] Perri, Timothy J. (1984) "The social loss from private monopoly and optimal antitrust enforcement," *Review of Industrial Organization*, Vol. 1, No. 4, pp. 276–288.

[16] Pollak, Robert A. (1971) "Additive Utility Functions and Linear Engel Curves," *The Review of Economic Studies*, Vol. 38, No. 4, pp. 401–414.

[17] Robinson, Joan (1969) "*The Economics of Imperfect Competition Second Edition*," St. Martins Press.

[18] Singh, Nirvikar and Vives, Xavier (1984) "Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly," *The RAND Journal of Economics*, Vol. 15, No. 4, pp. 546–554.