【論　説】

大学入学志願者数の確率モデル

石　山　健　一

目　　次

1. はじめに

現在、我が国の18歳人口は減少傾向にあり、その結果、特に私立大学における入学定員確保はますます困難になりつつある。総務省統計局の『国勢調査』[1]を見ても、2020年10月1日時点で我が国に居住する18歳の人口である1,151,389人は、ピーク時点から44.3%も減少した水準となっている[2]。また、文部科学省の『学校基本調査』[3]によると、2021年度の大学志願者数は4,380,427人、私立大学に限っては3,872,132人であり、前年度の4,419,592人から大幅な落ち込みが見られる。ただし、これは入学を志願したもの全てを計上した延べ人数である。さらに同調査によれば、私立大学入学志願者のうち私立大学に入学したものは494,917人、前年度の503,199人からは8,282人減である。この件に関して、朝日新聞は「日本私立学校振興・共済事業団によると、21年度の私立大への入学者の合計は、1999年度の調査開始以来初めて全体の入学定員を割り込んだ。定員割れした大学も前年度より93大学増え277大学（全体の46%）になっている。」と報じており[4]、私立大学を取り巻く状況の厳しさが浮き彫りとなっている。まさに、

「大学が学生を選別するのではなく、受験生が大学を選ぶ時代」の真っ只中である。若者の大学進学率が頭打ち[5)] となった後、18歳人口が減少して入学定員を割り込む大学が増加するという状況において、建学の精神に基づく教育理念・目的の下、高度な人材養成を行う私立大学が今後も持続していくためには、どのような方策が必要なのだろうか。まずは、このような研究テーマに関連する2つの文献を紹介しておこう。

約400大学900学部のデータを分析し、特徴のある8つの大学のケーススタディを行った渡部（1995）は、大学志願者数が大幅に減少すると予測される一方で、生涯学習化、高度学習化、国際化の傾向が強まっていくという環境変化に適応していくために4年制大学が向かうべき方向として、規模拡大戦略、個性化戦略、本業充実戦略、多次元多角化戦略の4つを提案している[6)]。他方、受験生が大学を選ぶ時代に突入していることに強い危機感を持ち、大学・短期大学の生き残りについてビジネス的な側面から分析した柴山（1999）は、就職難の時代においては、社会的な評価の高い資格や免許取得のできる学部・学科を企業が評価し、そこに受験生の人気が集まるため、大学が生き残るためには、ビジネス教育こそが必要であると訴えている[7)]。企業による大卒求人数が絞られる景気低迷期では、子どもを大学に進学させる経済的余裕がなくなる家庭が増えることも考慮しなければならない。

景気の低迷が高等教育需要に影響するという点について触れたが、経済学には、質の高い教育による人的資本の形成が経済成長にとって重要な役割を果たすという考え方もある[8)]。経済成長がマクロ経済政策の最重要課題の一つであるという観点からも、高等教育による高度人材養成の継続は必須であり、Becker ら経済学者によって提唱された人的資本論[9)] 以来進みつつある高等教育需要に関する我々の理解をさらに深めていくことには十分、学術的意義があると考えられる。この立場から、経済学的な分析事例についても、いくつか紹介しておこう。

矢野（1984）によれば、教育需要関数の計測のはじまりは、1967年に発表された Campbell と Siegel の共同論文における時系列データ分析であり、

彼等は所得と授業料によって進学率の変動の87％程度が説明できることを示したとのことである。我が国の高等教育需要関数の推計に関する研究成果[10]としては、たとえば、小林（1986）が1958年から1982年までの時系列データを用いた回帰分析によって、大学志願率の変動の93％が1人当たり実質GNPと予想収益倍率によって説明されるという結果を示し、需要側からは、大学教育が消費対象としての側面と投資対象としての側面の両方を持ち合わせていることを指摘している。また、五十嵐（1999）、宮本（2011）は投資と消費の両面を持つ2期間経済モデルを構築して高等教育需要関数の比較静学分析を実行し、その結果に基づく計量モデルを推計することによって各変数が需要に及ぼす効果を明らかにしている[11]。

五十嵐（1999）や宮本（2011）は理論モデルによる比較静学分析の後、実際のデータを用いて推計を行うという伝統的な手順を踏んでいるが、その一方で、単純明快な理論のみによって高等教育需要に関する興味深い知見を引き出す試みもある。たとえば、小塩（2002, pp. 114-117）は、Becker（1993）の人的資本論とは異なり、能力は教育によって全く影響を受けないと想定し、人々の能力が一様に分布していると仮定した場合に、人々が自分の能力を完全には分かっていないという不確実性が大学入試に対する需要を決定する極めて重要な要因になることを示している。本研究においても、図と数式と直観によって、高等教育供給の立場から個別の大学の志願者数あるいは志願率に及ぼす影響を明らかにすることを試みる[12]。先に挙げたように高等教育需要関数を導く経済理論的アプローチは既にいくつもあるが[13]、本論文においては、従来とは異なるアプローチとして、個別の大学への入学志願者数および志願率を決定する方程式を、受験生の行動パターンを労働市場における職探しに見立てることによって導出する。また、この方程式の意味するところは、Python による数値計算を通じて図に示される[14]。

本論文の構成は以下の通りである。次節では、先行研究を参考にして、特定の大学に対する入学志願者数を決定する要因について検討する。第3節では、前節で得られた知見と Mortensen（2003）の賃金分散に対する論理的説

明を手掛かりにして、個別の大学への入学志願者数が従う確率分布を導き出す。導出した分布関数の特性については第 4 節で数値解析する。その結果は第 5 節にまとめられる。

2. 特定の大学への入学志願を決定する要因

18 歳人口の減少と大学数の増加[15)] の影響で発生する問題として、人気大学と不人気大学の二極化が進むことが挙げられる[16)]。不人気大学となって入学志願者を減少させてしまうという事態を回避するための有効な対処法を明らかにするには、宮本（2011）も言及しているように、志願者数を左右するマクロ的要因だけでなく、その大学固有の要因についても解明していく必要があると考えられる。以下では、特定の大学への入学志願率の決定要因に関して分析し、その結果から具体的改善方策を提示した貴重な先行研究として、篠森（2004）を紹介しよう。

篠森（2004）は、大学・短期大学進学者数から国公立大学および有力私立大学入学者数を引いた残りを高知工科大学の「有効志願者層数」として求め、この数の影響を排除した場合の大学や学科の志願者獲得能力の変化について 1997 年度から 2003 年度のデータを用いて検討し、高知工科大学の志願者数の将来予測を行っている。その結果は非常に厳しいものであり、その予測を覆すには、高知工科大学の「偏差値」が有力大学と同程度になるなど、劇的な変化が必要であると篠森（2004）は述べている[17)]。篠森（2004）には他にも具体的な対応策が示されていたが、ここでは、高等教育供給の立場から特定の大学の教育に対する需要について分析した結果が、大学合格難易度が重要な役割を果たすことを示唆していることに着目し、この着眼点からいくつかの文献を参照するとしよう。

大学入学難易度を表す代表的な指標として知られる「偏差値」について、榎本（2000）は、1957 年当時、東京都城南中学校教諭であった桑田昭三氏によって編み出された「偏差値」は、受験の的を絞り、受験生の勉強の励み

にするためのものであったが、その後、進学校決定の絶対的な基準となっていったと述べている。この点について、小塩（2002, p. 131）には「偏差値」の役割に関する次の興味深い考察がある。

> *小学校から高校に至るまでの教育課程のなかで、子どもたちは多くの試験を受け、自分の能力を客観的に知るようになる。「偏差値」はそれを具体的に数値化したものである。したがって、大学受験段階では能力をめぐる不確実性は、実際にはかなりの程度低下していると考えられる。*
>
> *そうなると、合格ラインが異なる大学が同時に入試を行っても、ある程度の志願者・入学者を確保することができる。偏差値が低い受験生にとってレベルの高い大学を受験することは、合格する確率が低くなる分、オプション・バリューが小さくなる。逆に偏差値が高い受験生にとって、合格するのがほぼ確実なレベルの低い大学を受験することは無意味である。したがって、受験生の層は、入試が実施される前に適当に分散されることになる。そのため、各大学は輪切りにされた受験層を対象として、独占的な地位を確保することができる。*

この「偏差値」の役割に関しては喜村（2011）にも興味深い言及がある。喜村（2011）は、受験時の行動について 2010 年 5 月から 6 月の間にある大学の女子学生 12 名を対象にヒアリング調査を行い、受験生が、志望校選定時に「大学を探す」段階と「大学を選ぶ」段階の 2 段階で大学を選択していること、「大学を探す」段階においては「教育内容・所在地・偏差値」により大学を選択することを明らかにしている[18)]。

また、中島ほか（2005）は、受験生各自の偏差値と大学の難易度とのマッチングの問題があるため入学合格者の偏差値の高い大学ほど多くの受験生を魅了するわけではないという点に着目し、受験生が志願校決定する際にその最終プロセスにおいて重要な役割を果たしたと考えられる心理的要因について統計データを用いて分析している。学科選択の心理的要因として、中島ほか（2005）は、歴史的要因、地理的要因、環境的要因、経済的要因、イメージ的要因、社会的要因、評価的要因、受験技術的要因のいずれかに分類される 36 の具体的要因を挙げている。このような属性の束によって、大学の魅

力度は決定されると考えることができるだろう[19)]。

不人気大学となって入学志願者を減少させてしまうという事態を回避するための有効な対処法を明らかにするには、志願者数を左右するマクロ的要因だけでなく、その大学固有の要因についても解明していく必要があると考え、本節ではそれに関連する文献を参照した。その結果、受験生は、志望校選定時に大学を探す段階と大学を選ぶ段階の2段階で大学を選択していること、大学を探す段階においては偏差値などにより大学を選択していること、大学を選ぶ段階においては、その大学がもつ属性の束によって決定されるある種の魅力度が重要な役割を果たすことが明らかになってきたようにみえる。この結果を踏まえ、本論文では、私立大学への進学を検討している大学受験生は、自分の偏差値に最も近い大学から順に合格可能性の高いいくつかの私立大学を調査し、そのなかで最も魅力のある大学への入学を志願すると仮定して、次節に進むとしよう。

3. 大学入学志願者数の確率モデル

前節の最後で述べた通り、本論文では、私立大学への進学を検討している大学受験生は、自分の偏差値に最も近い大学から順に合格可能性の高いいくつかの私立大学を調査し、そのなかで最も魅力のある大学への入学を志願すると仮定する。この仮定により、五十嵐（1999）や宮本（2011）にみられる制約条件下での経済主体の効用最大化問題の考察は省略されることになる。その代わりに、Mortensen のモデルが我々の参考になるだろう。Mortensen（2003, pp. 16-20）は、労働者が均質であったとしても、市場の不完全性によって、均衡における彼ら、彼女らの賃金は一律とはならないことを簡単な経済モデルを用いて例証している。以下では、Mortensen（2003, pp. 16-20）に基づき、均衡における賃金の分布がどのように決定されるかを説明しておこう。

はじめに、n 人の均質な労働者と m 人の雇用者が参加する労働市場を想

定しよう。1単位の労働を供給する各労働者の労働生産性は等しく、それは p で表される[20)]。他方、1単位の労働を需要する第 i 番目の雇用者は、その対価として実質賃金 w_i を、市場において一定期間に接触したすべての労働者に提示する。ただし、n と m は十分大きく、今、雇用者の目の前にいる1人の労働者が一定期間に接触する別の雇用者の数 X は確率的に変動すると考えられる。その期待値は、

$$E[X]=\lambda=\frac{m}{n} \tag{1}$$

である。確率変数 X が期待値 λ のポアソン分布 $Po(\lambda)$ に従うとすると、この労働者が他の k 人（$k=0, 1, 2, \cdots$）の雇用者と接触する確率は

$$P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \tag{2}$$

と表される。労働生産性 p よりは低いが留保賃金 b を下回らない賃金 w を提示する雇用者は、この労働者を雇用することによって利潤を得ることができるかもしれないし、この労働者がより良い条件を提示した別の雇用者と契約するために利潤を得られないかもしれない。市場における提示賃金の累積分布関数を $F(w)$ とすると、この雇用者にとって利潤の期待値は、

$$\pi(p, w, F(w))=(p-w)\sum_{k=0}^{\infty}\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}F^k(w) \tag{3}$$

となるが、右辺の無限和をポアソン分布 $Po(\lambda F(w))$ に関する無限和とみなすことにより、

$$\pi(p, w, F(w))=(p-w)e^{-\lambda(1-F(w))} \tag{4}$$

と整理することができる。この雇用者が留保賃金を提示した場合の期待利潤 $(p-b)\mathrm{e}^{-\lambda}$ が留保賃金超、労働生産性未満の賃金を提示した場合の期待利潤と等しいという均衡条件[21)] から、市場における提示賃金の均衡分布

$$F(w)=\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{p-b}{p-w}\right) \tag{5}$$

が得られる[22]。この式は、市場の不完全性のために低賃金方向に裾を引く賃金分布を再現するものである[23]。

ここで、Mortensen（2003）のモデルにおける労働者を受験生、雇用者の提示する賃金を受験生から見た大学の魅力度にそれぞれ置き換えれば、特定の私立大学への志願率、すなわち、学力以外の面で均質な受験生がその大学への入学を志願する確率を決定する式を得ることができると考えられる。なお、これ以降、大学に関しては私立大学のみ、受験生に関しても私立大学への進学を検討している受験生のみを考察の対象とする。また、受験生は自分の学力に最も見合った大学から順に、各大学の魅力について調査するものとする。

簡単のため、標準化された各大学の入学難易度、すなわち大学の偏差値を標準化したものは互いに独立に標準正規分布に従うと仮定する[24]。

$$\{z_i\} \sim iidN(0,1)$$

代表的受験生の学力 z、当該大学の入学難易度 z^*、代表的受験生が調査する大学の数 $k>0$、大学の数 $n_u \geq k$ を固定すると、入学難易度 z^* の大学が学力 z の代表的受験生の調査範囲内にある確率は、二項定理より

$$p_1(z,z^*,k,n_u)=\begin{cases}\displaystyle\sum_{m=0}^{k-1}\frac{(n_u-1)!}{m!(n_u-1-m)!}G(z,z^*)^m(1-G(z,z^*))^{n_u-1-m} & (z\neq z^*) \\ 1 & (z=z^*)\end{cases} \tag{6}$$

である。ただし、

$$G(z,z^*)=F(z+|z^*-z|)-F(z-|z^*-z|) \tag{7}$$

$$F(z)=\int_{-\infty}^{z}f(u)du \tag{8}$$

$$f(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}} \tag{9}$$

とする[25)]。

本論文においては、簡単のため、人口水準や国民所得などの高等教育需要に影響するマクロ的要因を所与とし、大学進学を検討している受験生全体の数 $n_s \gg 0$ は一定とする。加えて、各受験生が調査する大学の数は期待値 λ のポアソン分布に従い、各大学の魅力度は互いに独立に標準正規分布に従うと仮定しよう[26)]。

$$\{X_j\} \sim iid\, Po(\lambda)$$

$$\{A_i\} \sim iid\, N(0,1)$$

代表的受験生が調査する大学の数の期待値 λ 、その受験生の学力 z、当該大学の入学難易度 z^* および魅力度 a^*、大学の数 n_u を所与とすると、調査した大学のなかで代表的受験生にとってこの大学が最も魅力度の高い大学である確率は、

$$p_2(z, z^*, a^*, \lambda, n_u) = \sum_{k=1}^{n_u} p_1(z, z^*, k, n_u) \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} F^{k-1}(a^*) \tag{10}$$

あるいは、

$$p_2(z, z^*, a^*, \lambda, n_u) = \frac{e^{-\lambda(1-F(a^*))}}{F(a^*)} \sum_{k=1}^{n_u} p_1(z, z^*, k, n_u) \frac{(\lambda F(a^*))^k e^{-\lambda F(a^*)}}{k!} \tag{11}$$

と表すことができる[27)]。

受験生の学力もまた標準正規分布に従うことから、1人の受験生が難易度 z^*、魅力度 a^* の大学への入学を志願する確率、すなわち当該大学への志願率は、

$$p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_2(z, z^*, a^*, \lambda, n_u) f(z)\, dz \tag{12}$$

となる。これが本論文の提示する高等教育需要モデルの基本方程式である。かくて、難易度 z^*、魅力度 a^* の大学の志願者数 Y の従う確率分布は二項分布となり、志願者数 Y が $Y=y$ である確率 $P(Y=y)$ は以下のように決定さ

れる。

$$P(Y=y)=\frac{n_s!}{y!(n_s-y)!}p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u)^y(1-p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u))^{n_s-y} \tag{13}$$

確率変数 Y の期待値と分散は次の通り。

$$E(Y)=n_s p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u) \tag{14}$$

$$V(Y)=n_s p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u)(1-p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u)) \tag{15}$$

仮に、式 (12) で決定される志願率のオッズ比の自然対数変換

$$\ln\frac{p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u)}{1-p_3(z^*, a^*, \lambda, n_u)} \tag{16}$$

がパラメータ z^*, a^*, λ, n_u の線形関数で表されるのであれば、この志願率はロジットモデルによって決定されるということになるが、実際は、それほど単純ではないかもしれない。次節では、式 (12) で表される志願率の特性を数値解析によって明らかにしていこう。

4. 数値解析

まず、はじめに、前節で導出した関数

$$p=p(z;z^*, a^*, \lambda, n_u)=p_2(z, z^*, a^*, \lambda, n_u) \tag{17}$$

のグラフがどのような形状であるかを確認してみよう[28)]。メッシュサイズを 1000、パラメータを $z^*=0$、$a^*=0.2$、$\lambda=5$、$n_u=80$ として関数のグラフをプロットすると図 1 のようになる。図の横軸は z、縦軸は $p=p(z;0, 0.2, 5, 80)$ に対応している。このパラメータ設定では、関数の値は $z=0$ をピークとして、ピークから離れる程、急速にゼロに収束していく様子がみられる。この点について、もう少し詳しくみておこう。式 (10) によれば、学力 z の受験生にとって難易度 $z^*=0$、魅力度 a^* の大学が調査範囲にある確率は z がゼロに近づくにつれて上昇する。また、式 (9) により、学力 z の受験

生の数はzがゼロに近づくほど増加する。ゆえに、$z^*=0$のときには関数(17)の値は$z=0$で最大となる。ただし、$z=0$で微分不可能であるから、最大化のための一階の条件は満たされない。なお、図中のグラフで囲まれた領域の面積は、式(12)の積分に対応し、難易度$z^*=0$、魅力度$a^*=0.2$の大学に対する志願率を表す。この設定では、領域の形状が底辺0.2、高さ0.08の三角形で近似できるため、志願率をおおよそ0.008と見積もることができる。

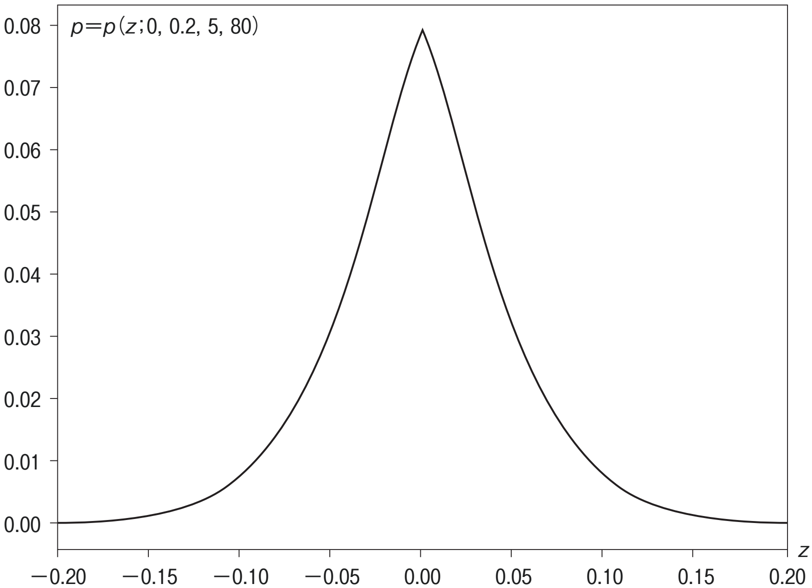

図1：$p=p(z;z^*, a^*, \lambda, n_u)$ のグラフ（$z^*=0, a^*=0.2, \lambda=5, n_u=80$）

次に、他の条件を不変として大学入学難易度z^*を増加させた場合に、関数(17)のグラフの形状がどのように変化するかを見てみよう。図2には、3つの異なるz^*の値に対する関数$p=p(z;z^*, a^*, \lambda, n_u)$のグラフが描かれている。各グラフは左から順に$z^*=0.5$、$z^*=1.5$、$z^*=2.5$に対応している。$z^*=0.5$のケースと$z^*=2.5$のケースを比較すると、入学難易度が高い大学

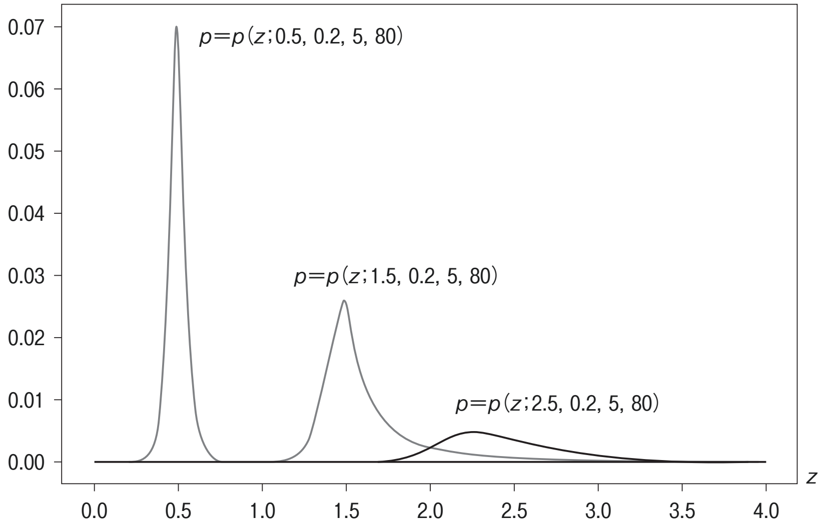

図 2：$p=p(z;z^*, a^*, \lambda, n_u)$ のグラフ（$z^*=0.5, 1.5, 2.5; a^*=0.2, \lambda=5, n_u=80$）

においては、その大学への入学を志願する受験生の学力の幅は広いが、志願率自体は低くなっているようである。さらに、平均的な入学難易度（$z^*=0.5$）の大学では、志願者の学力はその大学の入学難易度を中心にばらついているが、やや高い入学難易度（$z^*=1.5$）の大学では志願者の学力の分布は右に裾を引いているようにみえる。さらに入学難易度が高くなると（$z^*=2.5$）、志願者の学力はその大学の入学難易度未満（$z<z^*$）に偏り、多くの受験生が自分の学力に合った大学ではなく、より上位の大学を目指すという状況になっている。興味深いことに、左と中央のグラフでは受験者層が学力によって輪切りにされ、大学間で学力の重複がみられないが、中央と右のグラフでは中央のグラフの学力上位と右のグラフの学力下位に重複がみられ、このレベルの受験生の場合はどちらの大学を志願するかは事前の大学調査次第であるようにみえる。また、3 つのグラフのなかでは $z^*=1.5$ のグラフの囲む面積が最も大きく、志願率に関しては、難易度が高くなると志願率が上昇するといった線形近似可能な単調な関係は存在しないようにみえる。

この点については後程確認するとしよう。

図３は図２に描かれたグラフの変化を連続的に捉えたものである。この図を描くには、縦、横にそれぞれ等間隔に並べられた各点の直交座標に対応する高さとして関数 (17) の値を求め、その高さが関数の値を示す隣接した点を滑らかに結ぶ必要があるが、式 (6) の性質により、縦軸、横軸をそれぞれ z 軸、z^* 軸とした場合にはそれができなくなるという問題が発生する。この問題を回避するために、本論文では、片方の軸を z 軸ではなく $z-z^*$ 軸としている [29]。その結果が図３であるが、この図の解釈には注意が必要である。図３の山を z^* 軸方向に垂直な平面に沿って切ったときの断面がその z^* の値に対応する関数 (17) のグラフとなる。ただし、断面図の横軸を z 軸とみる

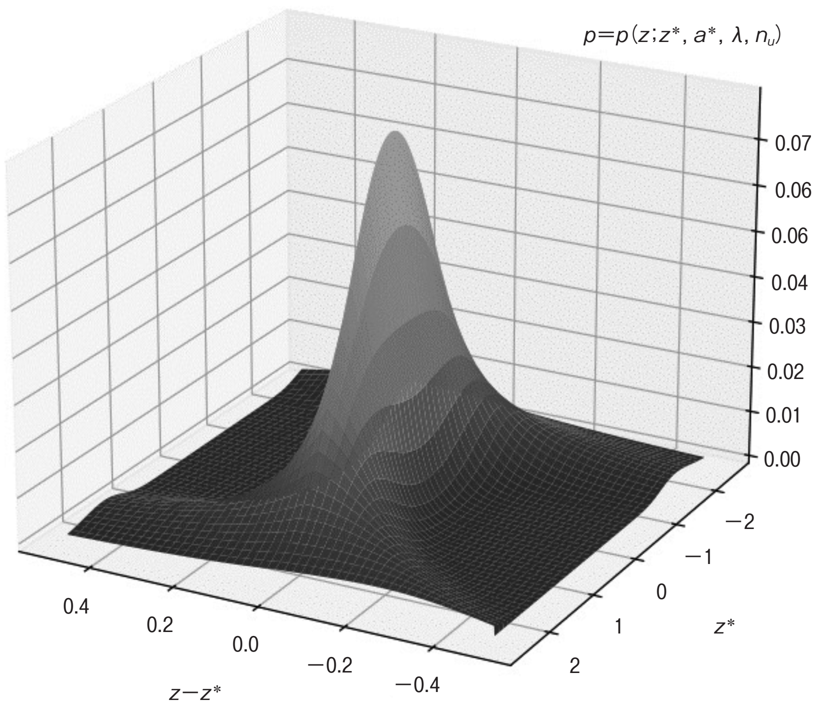

図３：$p=p(z;z^*, a^*, \lambda, n_u)$ のグラフ（$-2.5 \leq 2.5$; $a^*=0.2$, $\lambda=5$, $n_u=80$）

なら、そこに描かれたグラフは関数 (17) のグラフを z 軸方向に $-z^*$ だけシフトしたものである。この点に注意して図 3 を見れば、z^* が 1.5 を超えたあたりから関数 (17) のグラフのピークの位置が少しずつ z^* より小さい方に変化している様子がはっきりと分かる。

次に、複数のパラメータの変化が志願率に与える効果について俯瞰してみよう。そのためには、パラメータ設定を変えながら式 (12) の積分を台形公式によって計算し、志願者数の期待値を計算した結果を 3 次元プロットすればよい。図 4 は、そのような計算結果として、様々な λ と z^* の組み合わせに対して、大学の数 $n_u = 80$、受験生の数 $n_s = 100{,}000$ の下で、入学難易度 z^*、魅力度 $a^* = 0.2$ の大学の志願者数の期待値がどのように変化するかを示したものである。この図から、受験生が進学先選択の第一段階において調査する大学の数の期待値 λ が増えれば、当該大学の志願率が低下することが分かる。さらに、式 (12) は z^* に関して偶関数であり、図 4 を見れば、各 λ の値に対して、入学難易度が高いところと低いところにそれぞれ志願者数の期待値のピークが 1 つずつ存在し、対称な斜面を形成していることが分かる[30)]。本論文の提示するモデルでは入学難易度が極端に高い大学の数が限られているため、図 2 が示唆しているように、ある程度までは入学難易度が上昇することによって上位層の受験生の志願が増え、その結果として、志願者率が上昇するようである。

ところで、図 4 のような方法では同時に確認できるのは 2 つのパラメータの効果までである。本節最後の分析として、他の条件を不変としたときの各パラメータが志願率に与える効果を明らかにしておこう。今度は、志願率を通常の最小二乗法によってパラメータに関して線形近似し、その偏回帰係数を示せばよい。ここで行うべきことは Taylor 展開による局所的な線形近似ではなく、ある程度広いパラメータ範囲を定義域とする線形関数による近似であるから、値域が意味のある範囲になるよう、線形近似する対象は式 (12) ではなく式 (16) とする。各パラメータの取りうる値は次の通り[31)]。

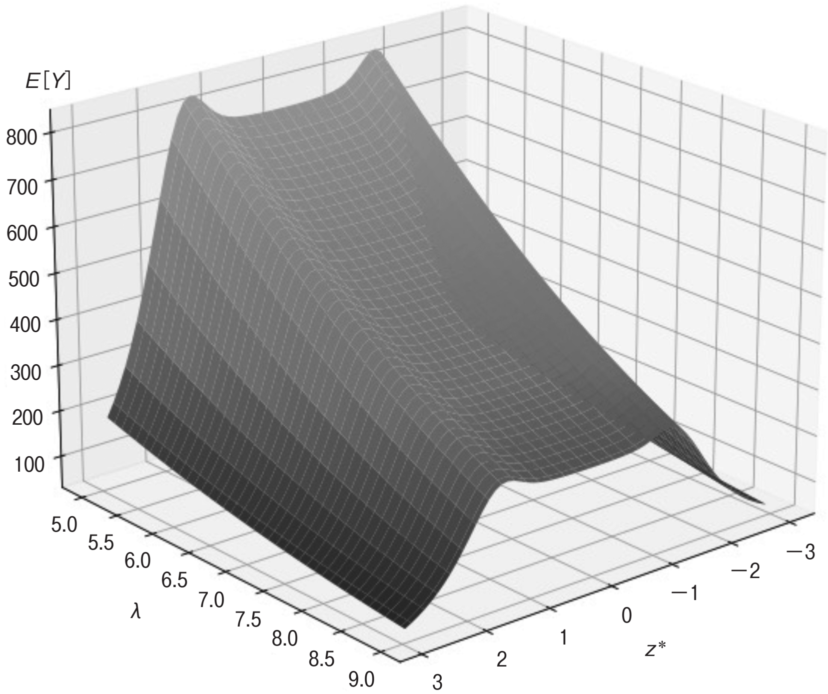

図 4：λ, z^*が志願者数に与える効果（a^*＝0.2, n_u＝80, n_s＝100,000）

$z^* \in \{0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5\}$

$a^* \in \{-1.4, -1, -0.6, -0.2, 0.2, 0.6, 1, 1.4\}$

$\lambda \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$n_u \in \{20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160\}$

志願率がz^*の単調増加関数でも単調減少関数でもないことは既に図 2、図 3 において確認済みであるので、式 (16) を線形近似する際、z^*の値については固定して最小二乗法を適用しよう[32)]。その結果が表 1 である。この表をみる限り、いずれのz^*においても、その入学難易度の大学への志願率に対してa^*は正の効果、λ と n_u は負の効果をもつようである。また、決定係数

によれば、ロジットモデルによる式(12)の一次近似の精度は高いといえる[33)]。これらの結果は、もし、本論文の仮定が現実妥当であるならば、クロスセクションデータを用いて実際の志願率を予測する際、説明変数として個別大学の魅力に関連する属性の束、競合する大学の数、受験生が調査する大学の数の期待値を説明変数とするロジットモデルを推計すべきであることを示唆している。

表１：ロジットモデルの回帰係数

	constant	a^*	λ	n_u
$z^*=0$ $R^2=0.867$	−2.579 (−24.072)	1.798 (50.130)	−0.290 (−20.227)	−0.014 (−19.820)
$z^*=0.5$ $R^2=0.868$	−2.563 (−23.979)	1.799 (50.269)	−0.290 (−20.285)	−0.014 (−20.016)
$z^*=1$ $R^2=0.871$	−2.553 (−24.252)	1.795 (50.927)	−0.292 (−20.707)	−0.014 (−20.185)
$z^*=1.5$ $R^2=0.874$	−2.695 (−26.594)	1.763 (51.961)	−0.301 (−22.176)	−0.012 (−18.154)
$z^*=2$ $R^2=0.874$	−3.070 (−32.145)	1.646 (51.481)	−0.331 (−25.901)	−0.009 (−13.783)
$z^*=2.5$ $R^2=0.864$	−3.634 (−37.700)	1.574 (48.761)	−0.346 (−26.763)	−0.008 (−12.122)
$z^*=3$ $R^2=0.861$	−4.293 (−43.390)	1.595 (48.138)	−0.338 (−25.519)	−0.009 (−13.154)
$z^*=3.5$ $R^2=0.861$	−4.982 (−49.520)	1.630 (48.379)	−0.329 (−24.382)	−0.010 (−14.461)

※表中の括弧内の数値はその上の偏回帰係数に対応する t 値を表す。

5. おわりに

大学入学志願者数を決定する要因は、国全体の社会的・経済的要因と、高等教育供給者である大学固有の要因に分けることができると考えられる。本

論文では、高等教育供給の立場から個別の大学の志願者数あるいは志願率を決定する要因について考察してきた。先行研究によれば、我が国において、受験生は志望校選定時に「大学を探す」段階と「大学を選ぶ」段階の２段階で大学を選択しており、絶対的な基準としての「偏差値」が今なお志願先を決定する際に重要な役割を果たしているようである。この点に着目して、本論文では、私立大学への進学を検討している大学受験生は、自分の偏差値に最も近い大学から順にいくつかの大学を調査し、そのなかで最も魅力のある大学を志願すると想定した。加えて、簡単化のために、受験生が調査する大学の数はポアソン分布に従い、受験生の学力、大学の入学難易度、大学の魅力度はいずれも標準正規分布に従い、これらの確率変数は互いに独立であるとも仮定した。そのようにして導出された個別大学の志願率モデルを数値解析することによって、我々は、モデルに関するいくつかの含意を得ることができた。第一に、標準的な入学難易度に近い大学への入学志願者の学力は対称な分布になる傾向があるが、入学難易度が上昇するにつれて、より上位の学力をもつ志願者が加わるようになり、その結果、その大学への志願率が上昇する。第二に、大学の入学難易度がある段階を超えると志願率は急激に低下し、志願者の学力の分布はそれまでとは反対に入学難易度未満の側に偏るようになる。第三に、他の条件を不変とすると、志願率に対して、大学の魅力度は正の効果、受験生が調査する大学の数、大学全体の数は負の効果をもつ。第四に、我々が数値解析したパラメータ設定の範囲内では志願率のロジット変換がパラメータの線形関数でよく近似できるため、入学難易度別の志願率は二項ロジットモデルによって説明することが可能である。以上が我々の得た結果であるが、本研究における議論はあくまでも数値実験に基づくものであり、現実のデータを分析することによって裏付けられたものではない。よって、今回の議論に関する検証が今後の課題の一つとなるだろう。以下では、上記の結果について、もう少し考察しておこう。

まず、偏差値や魅力度のコントロールによって特定の大学の志願者を増やすことができるという主張であるが、この点については、各大学の数値が変

化した後で再び標準化されたときに以前より上昇している必要があるため、我々のモデル方程式の描く世界においてさえ、志願者獲得競争を勝ち抜くことは簡単ではないかもしれない。また、本論文では受験生を学力以外の面で均質と仮定したために、受験生が調査する大学の数の増加、すなわち、高等教育市場における情報の不完全性の緩和は、各大学の志願率低下を引き起こしていた。しかし、受験生の価値観が一つであるということは、おそらくないだろう。情報の不完全性が緩和されるということは、受験生が合格可能性の高い大学ではなく、これからの厳しい時代を生き抜くための力を身につけることができる大学への進学を選択するようになることを意味し、それは、ミスマッチを防ぐという点において需要者側、供給者側、双方にとってより望ましい結果をもたらすだろう。本論文においては、私立大学の数を減らせば残った大学への志願率は上昇するという当然の結果も確認されたが、情報不足がミスマッチによる志願率の高低を生み出していると考えれば、現在、定員割れしている大学を市場から撤退させるという安易な選択を取ることに対しては、慎重になるべきかもしれない。市場の不完全性によって生じている私立大学の定員割れ問題は、失業の問題と同様に、その大学だけの問題ではなく、教育機会の損失という点において社会全体の問題でもあるといえよう。こうした問題を解決していくためには、引き続き様々なレベルでの努力が必要である。

注

1） 総務省統計局ホームページ（https://www.stat.go.jp/）（2022 年 3 月 7 日閲覧）を参照。

2） 総務省『人口推計』によると直近の我が国の 18 歳の人口のピークは 1991 年 10 月 1 日時点で、206 万 8 千人であった。ただし、通常、「18 歳人口」といえば 3 年前の中学校卒業者数を指し、2010 年 12 月 9 日に開催された文部科学省中央教育審議会大学分科会の大学規模・大学経営部会（第 9 回）において配付された資料 2 - 2「参考資料」（pp. 6-7）は、この意味での 18 歳人口のピークの年およびその水準を 1992 年、205 万人と明記している。

3） 文部科学省ホームページ（https://www.mext.go.jp/）（2022 年 3 月 7 日閲覧）を参

照。

4） 朝日新聞 2021 年 12 月 20 日朝刊 19 面より引用。

5） 大学進学率の頭打ちとなったことを視覚的にわかりやすく示した図については、たとえば大橋ほか（2020）を参照。

6） 渡部（1995）がヒアリング調査したのは、多摩大学、慶応大学湘南藤沢キャンパス、京都産業大学、摂南大学、桃山学院大学、東京国際大学、流通科学大学、放送大学である。

7） 柴山（1999）がまとめた「大学がサバイバル・ゲームに勝つために実施している方法の概要」は、カリキュラム関係、入試関係、社会人関係、財政関係、就職試験対策に分類して整理されており、非常に価値のある資料となっている。

8） 質の高い教育による人的資本の形成は物的資本の場合と同様に労働生産性を向上させ、結果的に国を豊かにすると考えられる。この点については、たとえば Stiglitz and Driffill（2000, pp. 656–657）を参照せよ。

9） 人的資本論については Becker（1993）を参照せよ。

10） 本文では触れなかったが、矢野（1984）は時系列データを用いて線形回帰モデルおよびロジスティック回帰モデルを推計し、資金調達力と価格が志願率に対して有意に影響していること、さらに、所得による教育機会の格差を是正するために授業料を引き下げるとすると、そのコストは非常に大きなものとなることを指摘している。その他、金子（1986）は、「我が国の高等教育進学率は 1950 年代の微増のあと、1960 年代から 1970 年代中頃まで急増し、それ以降一転して停滞傾向を示している」という事実に着目して進学率を時系列分析し、その事実の背後にある経済的要因を、高度経済成長による家計所得の上昇とオイルショック後の家計所得上昇率の鈍化によるものと解釈している。また、金子（2019）は、21 世紀に入ってから、低経済成長の一方で税負担とともに社会負担が拡大し始めたにもかかわらず 2010 年頃まで大学進学率が上昇したのは、金融市場の支えによるところが大きいと指摘している。

11） 五十嵐（1999）は、1994 年から 1996 年にかけて大学志願者数が減少するなかで、大学の二極化が進んでいることに注目し、文系学部 144 大学、理系学部 47 大学の 1994 年と 1996 年のデータを用いて志願者数への影響を分析している。その結果について、学部側の要因としては、志願倍率が高いほど翌年の受験者が増加する傾向にあること、卒業生の規模が小さいほど翌年の志願者数の減少が大きくなることなどを五十嵐（1999）は指摘している。五十嵐（1999）が 1 期目の消費は考えない効用関数を仮定したのに対し、1 期目の消費も効用水準に影響すると仮定した宮本（2011）は、2009 年および 2010 年に発行された『蛍雪時代臨時増刊全国大学内容案内号』に掲載された全国 190 大学 357 学部のデータを用いて高等教育需要関数を推計し、文系、理系、両方の学部を持つ総合大学はそうでない大学に比べ、志願倍率が高くなる傾向があること、東京を除く関東地方に設置されている大学は東京に設置されている大学との厳しい競争に晒され、志願倍率が低調となる傾向があることなどを指摘している。

12） 本論文においては現実のデータを用いた推計は行わない。

13） 教育に関する経済理論モデルについては小塩（2002）が整理している。この文脈において、小塩（2002）で参照されていないが興味深い文献としては、Abowd（1977）が挙げられる。Abowd（1977）は Rosen（1974）らと同様のヘドニック・アプローチを用いて需要関数、供給関数を導出し、補助金政策が高等教育市場均衡に与える影響を論理的に考察している。

14） Python 公式ホームページ（htts://www.python.org/）（2022 年 3 月 7 日閲覧）によると、Python はオランダの国立数学情報科学研究所（CWI）の Guido van Rossum 氏が 1990 年代初めに多くの他者の協力を得て開発したプログラミング言語である。本論文では公式ホームページから入手できる Linux 向けの Python 3 で数値計算やグラフ作成を行っている。

15） 我が国における大学数の推移については、たとえば、大橋ほか（2020）を参照せよ。

16） たとえば、五十嵐（1999）、大膳（2005）を参照。また、私立大学一般選抜入学志願者数の推移でみた大学入試二極化の実態については近藤（2009）を参照せよ。

17） この文脈において、篠森（2004）は「偏差値」という指標を単なる大学入学難易度ではなく、受験生を集める総合的実力という意味で用いている。

18） 受験生が出願先を決定する際、合格の見込みを非常に強く意識していることを指摘しているという点に関しては、井上（2011）の分析結果を挙げることもできる。井上（2011）は、2004 年度から 2010 年度までの 7 年間に、愛媛大学一般選抜において、比較的募集人員が多い募集単位でさえ募集定員に対する志願者の比における極端な変動が繰り返し起きていたという事実に着目し、その要因について分析し、このような変動を引き起こす要因の一つがセンター試験自己採点結果の集計ビジネスによる合否判定予測であると結論付けている。

19） 属性の束によって決定される魅力度としては、たとえば、Harford and Marcus（1986）が分析したヘドニック価格としての私立大学の授業料が考えられるかもしれない。

20） この段落における記号の意味は、Mortensen（2003）の理論を紹介するためのものであり、この段落限りのものとする。

21） $e^{-\lambda}$ は期待利潤の計算対象となっている労働者が他の雇用者と接触しない確率である。

22） ただし、

$$\int_b^p \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{p-b}{p-w}\right)dw=\frac{p-b}{\lambda}$$

であるから、式 (5) が累積分布関数であるためには、$\lambda=p-b$ でなければならない。

23） 現実の労働市場における右に裾を引く賃金分布の再現を目的に導出した式ではない。

24） 我が国における実際の大学入学難易度の分布は、青木ほか（2019）が図示している

ように、正規分布しているとみなせるものではないようである。

25）関数$f(u)$はよく知られた標準正規分布の確率密度関数である。大学の入学難易度の分布が右に裾を引く非対称な分布であるならば、議論はより複雑になるかもしれない。

26）本来、大学の魅力度の評価は受験生によって異なるものであろう。しかし、本論文では受験生を学力以外の面で均質であり、大学の魅力度は入学難易度とは独立であると仮定しているため、受験生が大学を調査する際、観測される魅力度は受験生に共通の分布からの無作為標本とみなされる。

27）受験生が調査する大学の数kが大学全体の数n_uを超えた場合、その受験生は進学率が式(12)で計算されるどの大学にも進学しないものとする。

28）この計算には式(6)や式(11)に試行回数が非常に多い場合の二項分布の確率計算が含まれているので、Johnson *et al.*（2005）が示しているような巨大数や微小数の処理法の適用が必要になるのだが、本論文においては、Python の統計関数（scipy.stats）を利用することによってその問題を回避している。

29）格子点の数は、縦 1,000×横 1,000＝1,000,000 である。

30）図 4 は立体図であるのではっきりとは判別できないが、計算結果によると、2 つのピークの位置はλの値に関係なく、おおよそ$z^*=\pm 1.5$付近である。

31）大学入学難易度z^*に関して式(16)が対称性をもつことは自明であるから、非負の値のみを設定している。

32）それぞれの標本サイズは$8^3=512$である。

33）表 1 の数値を用いて図 1 の志願率を近似計算すると、

$$p_3(0, 0.2, 5, 80) \approx \frac{1}{1+\exp(-(-2.579+1.798\times 0.2-0.290\times 5-0.014\times 80)} \approx 0.008$$

となり、既に示した概算値との一致が確認できる。ただし、この近似式で計算した結果は、図 2 の 3 つの志願率の大小関係と一致するほどの精度ではない。

参考文献

［1］Abowd, John M.（1977）"An Econometric Model of the U.S. Market for Higher Education," *Industrial Relations Section, Princeton University, Working Paper* No. 102.（https://dataspace.princeton.edu/）

［2］Becker, Gary S.（1993）"*Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*（*Third Edition*）," The University of Chicago Press.

［3］Harford, Jon D. and Marcus, Richard D.（1986）"Tuition and U.S. Private College Characteristics: The Hedonic Approach", *Economics of Education Review*, Vol. 5, No. 4, pp. 415-430.

［4］Johnson, Norman L., Kemp, Adrienne W. and Kotz, Samuel（2005）"*Univariate*

Discrete Distributions（*Third Edition*），” A John Wiley and Sons, Inc., Publication.

［5］ Mortensen, Dale T.（2003）“*Wage Dispersion: Why are Similar Workers Paid Differently?*” Massachusetts Institute of Technology.

［6］ Rosen, Sherwin（1974）“Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition,” *The Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 1, pp. 34–55.

［7］ Stiglitz, Joseph E. and Driffill, John（2000）“*Economics*,” W. W. Norton & Company, Inc.

［8］ 青木亮磨・北澤正樹・高橋　聡・吉川　厚・山村雅幸（2019）「大学入学における合格実績データに系統的な欠損がある場合の大学入試難易度序列の決定手法の提案」日本科学教育学会研究会研究報告　第 34 巻・第 3 号，159–164 頁．

［9］ 五十嵐直子（1999）「大学志願決定要因の計量分析」立命館経済学　第 47 巻・第 6 号，846–858 頁．

［10］ 井上敏憲（2011）「愛媛大学一般入試における志願者数変動の背景に関する一考察 ―合格可能性を重視する受験生とそれを支える受験産業―」大学教育実践ジャーナル　第 9 号，51–57 頁．

［11］ 榎本和生（2000）「第 2 章　進路指導の歴史と発展」『入門　進路指導・相談』仙﨑　武・野々村　新・渡辺三枝子・菊池武剋（編），福村出版，22–38 頁．

［12］ 大橋充典・野田　耕・行實鉄平・奥野真由・浦上　萌（2020）「高等教育政策に関する一考察：新設される大学に着目して」久留米大学人間健康学部紀要　第 2 巻・第 1 号，53–65 頁．

［13］ 小塩隆士（2002）『教育の経済分析』日本評論社．

［14］ 金子元久（1986）「高等教育進学率の時系列分析」広島大学　大学教育研究センター　大学論集　第 16 集，41–64 頁．

［15］ 金子元久（2019）「低成長下の高等教育」高等教育研究　第 22 集，9–27 頁．

［16］ 喜村仁詞（2011）「女子大学における学生満足度の向上を通じたブランド戦略」経営戦略研究　第 5 巻，97–108 頁．

［17］ 小林孝次（1986）「高等教育需要決定要因についての経済学的分析」創価経済論集　第 16 巻・第 1 号，89–101 頁．

［18］ 近藤　治（2009）「多様化する大学入試とその課題」工学教育　第 57 巻・第 1 号，10–14 頁．

［19］ 篠森敬三（2004）「有効志願者層数と志願者数指標値を用いた志願者数変動の予測」高知工科大学紀要　第 1 巻・第 1 号，115–128 頁．

［20］ 柴山　正（1999）「大学・短期大学のサバイバルについて ―ビジネスのため

の入学者対策（1)—」名古屋女子大学紀要　人文・社会編，第 45 巻，15-26 頁.
[21] 大膳　司（2005)「2022 年度までの都道府県別大学進学者数の予測 —これまでの予測モデルを参照して—」広島大学高等教育研究開発センター　大学論集　第 35 集，147-169 頁.
[22] 中島高史・折橋徹彦・安田賢治（2005)「受験生における志願大学決定の心理的要因の研究（1）—首都圏私立大学の場合—」人間環境学会『紀要』第 4 号，113-130 頁.
[23] 宮本　大（2011)「私立大学における入学志願の決定要因 —経済・経営・法律系学部を対象に—」流通経済大学論集　第 46 巻・第 1 号，1-14 頁.
[24] 矢野真和（1984)「大学進学需要関数の計測と教育政策」教育社会学研究　第 39 集，216-228 頁.
[25] 渡部和雄（1995)「変革期における 4 年制大学の経営戦略」経営と情報：静岡県立大学・経営情報学部／学報，第 7 巻・第 2 号，13-29 頁.