

## 人体システムの数理モデル化の試み

### Attempt of mathematical modeling of human body system

伊 藤 拳

Susumu ITO

人（あるいはより一般に生物）のシステムを数理モデル化する為にはまず自己（人そのもの）と環境の区別が必要である。ある時点 $t$ での自己の状態 $i(t)$ と環境の状況 $j(t)$ （自己を含む全体の状態とする事も可能であるが、ここでは自己を除くその他の状態と定義する。）とすると、その2つが相互に影響し合って、それぞれの状態が変化して行く事となる。人（あるいは生物）が特別であるのは、見かけ上（自由）意思 $x(t)$ が存在し、可能な状態変化の中から都合の良いものを選び出す事ができるとされている事である。自己の状態の変化は従って環境と意思に影響され、環境は自己の行動等により変化し得る事になり、また自由意思も自己の状態と環境による制限を受ける事となる。

数理モデルの作成にあたっては Shannon & McCarthy 編の Automata Studies や Denecke & Wilsmath の著作等を参考とした<sup>1), 2)</sup>。モデルの概要を次に示す。

人の集合を  $H$ （実在の人のみでなく人と定義できる者全ての可能性の全体）とすると特定の個体（人）は  $a \in H$  と表せる。

人と定義できる者全ての内部状態の取り得る空間（集合）を  $I$  とする。 $I$  は内部状態の全ての情報の総体であり、その中には身長や体重等、個人

差があり、年齢等にも依存するものが含まれているので、ある特定の個体が特定の時点で取り得る状態の空間はその部分空間となる ( $I_{a,t} \subset I$ )。実際のその時点の状態はその空間の一点となる ( $i_a(t) \in I_{a,t}$ )。但し、細かな事を考えなければ、単に  $i_a(t) \in I$  と考えて置けば十分ではある。

環境の方も環境の取り得る状態の空間を  $J$  とすればある時点での実際の環境は  $j(t) \in J$  と表せる（煩く言えば特定の個体にとっての外部の状態であるから  $j_a(t) \in J_a$  となるべきではあるが）。

自由意思  $x_a(t)$  も可能な意思の空間  $X_a$  の中の一点、従って  $x_a(t) \in X_a$  と一応は表せる。

$i_a(t)$  は従って  $i_a(t)$  自身と  $j_a(t)$  及び  $x_a(t)$  によって変化して行く事になるので、状態空間の中で時間的に滑らかに変化して行くと仮定できれば、

$\frac{d}{dt} i_a(t) = f(i_a(t), j_a(t), x_a(t))$  と表されることになる。

自由意思が介在せず環境が一定であるとした場合には内部状態は短期的にはある一定の状態に漸近して行く事が推定される。Canon は人を含め動物が強い feedback 制御によりほぼ最適に近い一定の状態が保たれている事を示し、Homeostasis（恒常性維持）と言う概念を提唱した<sup>3)</sup>。

Homeostasis における negative feed-back を表す比較的単純なモデルとしては、目標となる定常

状態を  $i_\infty$  として、

$$\frac{t}{dt} i_a(t) = -g(i_a(t)) * (i_a(t) - i_\infty)$$

などを考える事ができる。ここで  $g(i_a(t), j_a(t))$  は常に正の値を持つ関数で、右辺全体で目標の定常状態に向かって状態を変化させる力を表す。

Sportsに於いてはこの内部状態により何らかの出力（走行速度、ジャンプ力は内部状態を発生させその結果として記録（対戦競技では勝敗）を得る事になる。とある時点での出力は内部状態と自由意思に依存するとすれば、 $y(t) = h(i_a(t), x_a(t))$  を考える事になる（一般には対戦競技等を含め外部環境  $j_a(t)$  にも依存するが）。総合記録は競技開始時間  $t_{start}$  から終了時間  $t_{end}$  までの出力の全体の汎関数  $G(y(t_{start}) \sim y(t_{end}))$  となる。

最大の記録を得る為には自由意思  $x_a(t)$  を競技の開始以前より調整し、 $G(y(t_{start}) \sim y(t_{end}))$  が可能な限り最良に成るようにすれば良い。但し、前回の報告で示したように、最良の記録を得る為には必ずしも常にその時点での最大出力を保つ事が最良の選択とは限らない<sup>4)</sup>。

Sportsの効率を考える上で重要で面白い問題は自由意思の部分である。単純に言えば、最大限の効果を発揮するように自由意思の選択を行えば良いだけの話であるが、実際には最も安楽な状態を選ぶと最も効果が上がる事にはならず、苦しさや辛さをこらえて頑張ると言うような行動を選択せざるを得なくなると努力する事の得失関数のよう

なものを定義しないと、最適解が出せない事となる。

決定論的なモデルでは内部状態の変化は内部状態そのものと環境（外部状態）の関数として位置的に決まるが、未知のパラメータ（隠れた変数）があるとする場合などでは、少なくとも見かけ上は1点での予測は当たらず、確率的なモデルとなる。確率的モデルを扱う為の数学的取り扱いの代表がランダム変数として白色雑音を用いたWiener過程あり、確率微分方程式等で表される事となる<sup>5)</sup>。今回は主に決定論的なモデルを考えたが、Wiener過程を取り入れた確率的モデルの方が現実的ではあり、頑張っても必ずしも結果が約束されない等のより現実を反映したモデルとはなる。

## 文献

- 1) Shannon C, McCarthy J. (eds) (1956) Automata Studies, Princeton University Press.
- 2) Denecke K, Wilsmath S. L. (2009) Universal Algebra and Coalgebra, World Scientific.
- 3) Cannon, W. (2010). Bodily Changes in Pain, Hunger, Fear and Rage : An Account of Recent Researches Into the Function of Emotional Excitement. FQ Legacy Books.
- 4) 木村 真優子、海保 享代、伊藤 拳 (2019) 人体システムの呼吸循環応答の同定と健康運動指標の作成：疲労と競技パフォーマンスの数理モデルの検討. 国士舘大学体育研究所報37. p103-105
- 5) Wiener N. Nonlinear Problems in Random Theory, the M.I.T. Press, 1958