

格子QCDシミュレーションでのカイラル対称性の 中間子質量への影響

和田 浩 明*

Effect of chiral symmetry on meson mass in lattice QCD simulation

Hiroaki Wada*

Abstract: I performed numerical lattice QCD simulation with two flavor truncated overlap fermions which have chiral symmetry on lattice sites. The propagators and the effective masses of π and ρ mesons were obtained from this simulation. It was found that the quark mass m_f and the fifth dimension length N_5 significantly contribute for the effective masses of the mesons. In addition, I performed simulation with two flavor Wilson fermion which hasn't chiral symmetry.

Key words: quark, meson, hadron, lattice QCD, chiral symmetry

1. はじめに

バリオン（陽子，中性子，…）や中間子（ π ， ρ ，…）は一括りにハドロンとよばれ，それらは複数のクォークや反クォークから構成されている。クォークや反クォークは3種類のカラー電荷をもち，それらの間にはグルーオンとよばれるゲージ粒子を媒介として強い相互作用（カラー相互作用ともよばれる）が働く。素粒子物理学では，クォークとグルーオンは「量子色力学（QCD：Quantum Chromodynamics）」というSU(3)ゲージ対称性に基づいた基本的な理論によって記述されている。この理論はグルーオン同士の相互作用があるために非線形方程式で表されており，高エネルギー領域では摂動計算によって高精度の結果が得られる。ところが，低エネルギー領域ではグルーオン同士の結合定数が大きくなるため摂動計算をすることができない。

低エネルギー領域（大きなスケール）でのハドロンに関する現象を扱う際，本来のQCDの理論的性質を反映した4体クォーク相互作用やカイラル摂動論などの有効理論が提唱されており，多くの成果が得られている。NambuとJona-Lasinioは4体クォーク相互作用を基にして，クォークと反クォーク対がダイナミカルに真空期待値をもつことにより，カイラル対称性が自発的に破れてハドロンの質量が生成されることを示した [1]。

QCDの第1原理計算による方法として，時空間を離散化した格子上でクォークやグルーオンを定義し，非摂

動的な計算を数値的に行う格子QCDという手法が現在盛んに行われている。この方法では，非常に大きな計算機資源が必要で，初期はクォークの量子的な寄与を無視した計算（クエンチ近似）や，量子的な寄与を含んでもクォークの質量が現実よりも重い領域での計算が行われた。しかしながら，計算機の性能の向上によって，軽い質量のクォークの量子的な寄与を含む計算ができるようになり，より現実の物理に近い計算が可能になってきた。

クォーク質量が軽い領域では，カイラル対称性を考慮して計算することが重要である。とくに，カイラル対称性が自発的に破れた相において，質量がゼロとなる南部・ゴールドストーン粒子に対応する π 中間子に関しては，カイラル対称性の影響が大きいと考えられる。本研究では，カイラル対称性をもつTruncatedオーバーラップフェルミオンを用いて格子QCDシミュレーションを行い， π と ρ 中間子の伝搬関数とそれらの有効質量を求めた。さらに，カイラル対称性を持たないウィルソンフェルミオンによる計算も行い，カイラル対称性が破れていると π や ρ 中間子にどのような影響があるかを調べた。

2. カイラル対称性

フェルミオン場のカイラル変換は

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\theta\gamma_5}\psi(x) \quad (1)$$

で表される。ここで， $\psi(x)$ はクォークを表すフェルミオン場である。フェルミオン場にカイラリティの区別を

* 国士舘大学理工学部基礎理学系

すると式 (1) は

$$\psi_L(x) \rightarrow e^{-i\theta}\psi_L(x) \quad (2)$$

$$\psi_R(x) \rightarrow e^{i\theta}\psi_R(x) \quad (3)$$

となる。ここで、下付き添え字 L, R はフェルミオン場のカイラリティ (L : 左巻き, R : 右巻き) を表す。カイラリティはフェルミオン場 ψ に

$$P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \quad (4)$$

$$P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \quad (5)$$

という射影演算子を作用させることで得られ、

$$P_{L(R)}\psi(x) = \psi_{L(R)}(x) \quad (6)$$

となる。フェルミオンの質量がゼロ質量の場合、フェルミオンの質量項に含まれる $\bar{\psi}_L\psi_R$ や $\bar{\psi}_R\psi_L$ のような異なるカイラリティのフェルミオンと反フェルミオンの結合項は存在しない。また、このような項はカイラル変換で不変とはならない。

Nambu と Jona-Lasinio は

$$(\bar{\psi}(x)\psi(x))^2 + (\bar{\psi}(x)i\gamma_5\psi(x))^2 \quad (7)$$

のような、カイラル変換の元で不変なフェルミオンと反フェルミオンの4体相互作用から、カイラル対称性が自発的に破れるとハドロンに質量が生じる (クォークの質量が生じる) ことを示した [1]。カイラル対称性が自発的に破れた相では、南部・ゴールドストーンボソンとよばれる $\bar{\psi}(x)\gamma_5\psi(x)$ で表されるゼロ質量のモードと、ハドロンの質量の元になると考えられる質量を持つ $\bar{\psi}(x)\psi(x)$ のモードが生じる。フェルミオン場を u クォークと d クォークの2つの場から

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \end{pmatrix} \quad (8)$$

のようにアイン2重項で表すと、カイラル対称性が自発的に破れた相では、 π 中間子がゼロ質量の南部・ゴールドストーンボソンに対応する。

離散化された時空間の格子上では、カイラル対称性は

$$D\gamma_5 + \gamma_5 D = 0 \quad (9)$$

で表される。ここで、 D は $\bar{\psi}D\psi$ のようなフェルミオン作用の運動項に含まれるディラック演算子である。ところが、Nielsen-Ninomiya の定理によると、格子上での平行移動不変性、局所性、エルミート性、そして式 (9)

のカイラル対称性を満たすフェルミオンにはダブリング問題 (フェルミオン場に非物理的な粒子が含まれる) が存在することが知られている [2]。Ginsparg-Wilson 関係式

$$D\gamma_5 + \gamma_5 D = aD\gamma_5 D \quad (10)$$

を要請すれば、カイラル対称性の破れを式 (10) の右辺のように時空の格子間隔 a の大きさ程度の局所的にすることができる [3]。このとき、格子上でのカイラル変換は

$$\psi \rightarrow e^{i\theta\gamma_5(1-2aD)}\psi \quad (11)$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}e^{i\theta\gamma_5} \quad (12)$$

と表される。

3. Truncated オーバーラップフェルミオンによる定式化

QCD の作用はグルーオンに関するゲージ作用 S_G と、クォークに関するフェルミオン作用 S_F に分かれている。最も簡潔なゲージ作用としては、

$$S_G = \beta \sum \left[1 - \frac{1}{N_c} \text{Tr} (U_{ij}U_{jk}U_{kl}U_{li}) \right] \quad (13)$$

のようなブラケットゲージ作用がある。ここで、 N_c はカラーの自由度であり、 $N_c=3$ である。また、パラメーター β はクォークとグルーオンの結合定数 g を用いて、 $\beta = 2N_c/g^2$ と定義される。式 (13) の U_{ij}, \dots は、リンク変数とよばれ、グルーオン場 $A_\mu(n)$ を使って

$$U_{n,\mu} = \exp[iagA_\mu(n)] \quad (14)$$

と定義される。ここで、 $U_{n\mu}$ はある時空格子点 n から μ 向きの隣の格子点までの辺上にある物理量である。

フェルミオン作用は

$$S_F = \sum_{i,j} \bar{\psi}(i)D(i,j)\psi(j) \quad (15)$$

と表される。式 (15) 中のディラック演算子 D はウィルソンフェルミオンの場合、

$$D_{WF}(i,j) = I - \kappa \sum_{\mu=1}^4 [(1 - \gamma_\mu)U_{i,j}\delta_{i+\mu,j} + (1 + \gamma_\mu)U_{i,j}^\dagger\delta_{i-\mu,j}] \quad (16)$$

と表される。式 (15) と式 (16) では省略しているが、 ψ や $D_{WF}(i,j)$ はディラックスピノルの成分、カラー成分をもつ。また、 κ はホッピングパラメータとよばれ、

クォーク質量 m と格子間隔 a を用いて、 $\kappa = 1/2(ma + 4)$ と定義される。なお、ウィルソフェルミオンのディラック演算子 (16) を用いるとダブリング問題はないが、カイラル対称性を破ってしまう。

ドメインウォールフェルミオンでは、4次元時空（空間、時間）の他に5番目の次元を設ける [4]–[6]。この5番目の次元はフェルミオンのカイラリティを区別するために導入される。5番目の次元の座標を離散化して $x_5 = (1, 2, \dots, N_5)$ とすると、 $x_5=1$ におけるフェルミオンは全て左巻きフェルミオン ψ_L で、右巻きフェルミオン ψ_R は存在しない。 x_5 の座標値が増加するにつれて、 ψ_L の割合が徐々に減っていき、反対に ψ_R の割合が徐々に増加する。そして、 $x_5=N_5$ において、 ψ_L は存在せず、フェルミオンの全てが ψ_R となる。ドメインウォールフェルミオン作用は

$$S_{DWF} = \sum \bar{\psi}(x, x_5) D_{DWF}(x, y; x_5, y_5) \psi(y, y_5) \quad (17)$$

と表される。ここで、 x, y は4次元時空の座標で、 $x_5, y_5 = (1, 2, \dots, N_5)$ は5次元の座標である。式 (17) 中の D_{DWF} はドメインウォールフェルミオンのディラック演算子であり、式 (18) のようにウィルソフェルミオンのディラック演算子 D_{WF} と式 (4) のカイラル射影演算子 P_L, P_R を用いて $N_5 \times N_5$ 行列の形で表される。式 (18) でのウィルソフェルミオンのディラック演算子 D_{WF} は

$$\begin{aligned} D_{WF}(x, y) &= (4 - M_5) \delta_{x,y} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^4 [(1 - \gamma_\mu) U_\mu(x) \delta_{y, x+\hat{\mu}} \\ &\quad + (1 + \gamma_\mu) U_\mu^\dagger(y) \delta_{y, x-\hat{\mu}}] \end{aligned} \quad (19)$$

のように再定義している。なお、 m_f はフェルミオンの質量、 M_5 はドメインウォールの高さと呼ばれるパラメータである。さらに、式 (18) において、フェルミオン質量を $m_f=1$ とした演算子をパウリ・ヴィラース型演算子 D_{PV} とよぶ。そして、 $N_5 \times N_5$ 行列

$$D_{DWF} = \begin{pmatrix} D_{WF} + 1 & -P_L & 0 & \cdots & 0 & m_f P_R \\ -P_R & D_{WF} + 1 & -P_L & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & -P_R & D_{WF} + 1 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & -P_L & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & -P_R & D_{WF} + 1 & -P_L \\ m_f P_L & 0 & \cdots & 0 & -P_R & D_{WF} + 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$P = \begin{pmatrix} P_L & P_R & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & P_L & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_L & P_R \\ P_R & 0 & \cdots & 0 & P_L \end{pmatrix} \quad (20)$$

と、 $N_5 \times 1$ 行列

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

を用いて、Truncated オーバーラップフェルミオンのディラック演算子を

$$D_{TOF} = \epsilon^\dagger P^\dagger D_{PV}^{-1} D_{DWF} P \epsilon \quad (22)$$

のように定義する [7]。式 (22) は

$$\begin{aligned} D_{TOF} &= \frac{1 + m_f}{2} + \frac{1 - m_f}{2} \\ &\quad \times \gamma_5 \frac{(1 + H_W)^{N_5} - (1 - H_W)^{N_5}}{(1 + H_W)^{N_5} + (1 - H_W)^{N_5}} \end{aligned} \quad (23)$$

と表すことができ、

$$H_W = \gamma_5 \frac{D_{WF}}{D_{WF} + 2} \quad (24)$$

である。式 (23) において、5番目の次元の長さ N_5 が無大の極限をとるとカイラル対称性が成り立つ。

4. ウィルソフェルミオンによる π 中間子と ρ 中間子の質量計算

初めに、カイラル対称でない計算として、ウィルソフェルミオンで π 中間子と ρ 中間子の計算を行った。ディラック演算子は式 (16) を用い、式 (8) のように u

と d クォークのアイソ2重項のフェルミオン場 ψ と反フェルミオン場から擬スカラー中間子である π 中間子と、ベクトル中間子である ρ 中間子を

$$\pi = \bar{\psi}\gamma_5\psi \quad (25)$$

$$\rho_i = \bar{\psi}\gamma_i\psi \quad , (i = 1, 2, 3) \quad (26)$$

のように構成する。数値シミュレーションは以下の手順で行った。なお、実際の計算は大阪大学サイバーメディアセンターのベクトル計算機NEC SX-ACEを使用した。まず、時空間の格子の大きさは $8^3 \times 24$ とし、グルーオンのゲージ配位は熱浴法によって生成した。結合定数は $\beta (=1/g^2) = 5.9$ とした。ゲージ配位の生成手順は、最初にリンク変数を単位行列とし、熱浴法により42000回アップデートした後、2000回ごとにゲージ配位を保存していった。そして、保存した40個のゲージ配位を用いて中間子の伝搬関数を計算した。ホッピングパラメータとしては、 $\kappa = 0.1574, 0.1583, 0.1589, 0.1595$ の4通りを選ぶと、得られた π 中間子と ρ 中間子の伝搬関数は図1, 2のようになった。

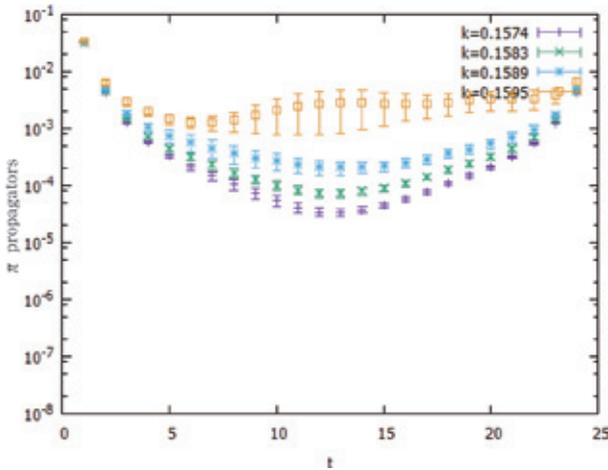


図1 ウィルソンフェルミオンで計算した π 中間子の伝搬関数

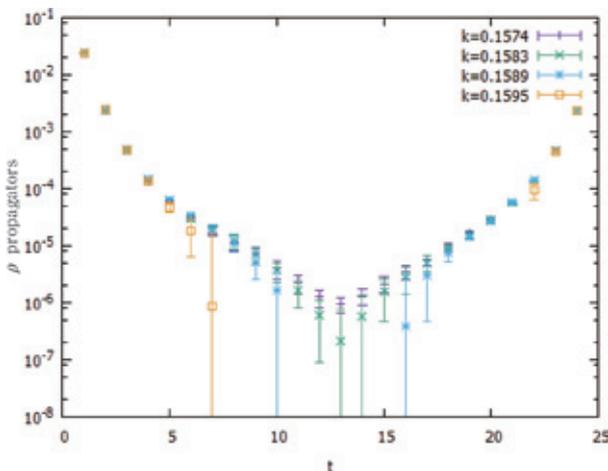


図2 ウィルソンフェルミオンで計算した ρ 中間子の伝搬関数

周期的境界条件のもとで伝搬関数の計算を行ったため、伝搬関数はほぼ左右対称になる。図1で π 中間子の伝搬関数が左右非対称になっているのは、最もクォーク質量が軽い場合である。このことから、ホッピングパラメータ $\kappa = 0.1595$ 付近よりも軽いクォーク質量に対しては、本計算で用いたパラメータ値の選び方(格子サイズや β)では正しい結果が得られないことが分かる。また、 ρ 中間子の伝搬関数は π 中間子よりも誤差が大きくなった。ホッピングパラメータが $k = 0.1595$ の場合の ρ 中間子の伝搬関数は中央付近でグラフから消えてしまい、 π 中間子と同様に最も軽い質量のクォークに対しては有意な結果が得られなかった。

つぎに、伝搬関数から、有効質量を求めると図3, 4のようになった。さらに、図3, 4の $6 \leq t \leq 10$ の範囲でそれぞれの有効質量を平均すると、表1の結果が得られた。

横軸をホッピングパラメータ κ の逆数(クォーク質量に比例)、縦軸を有効質量にとったグラフに中間子の有効質量をプロットすると、図5になった。ここで、カ

表1 ウィルソンフェルミオンで求めた π, ρ 中間子の有効質量

κ	$m_\pi a$	$m_\rho a$	m_π/m_ρ
0.1574	0.414(25)	0.617(38)	0.671(45)
0.1583	0.369(36)	0.576(76)	0.641(84)
0.1589	0.340(43)	0.515(71)	0.660(83)

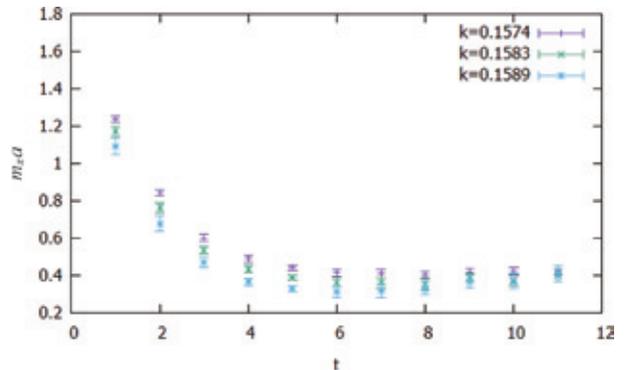


図3 ウィルソンフェルミオンで計算した π 中間子の有効質量

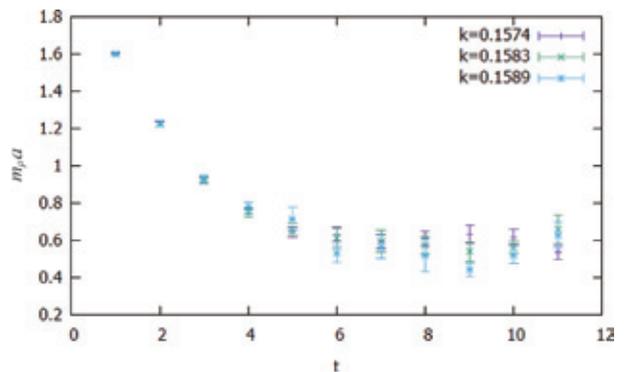


図4 ウィルソンフェルミオンで計算した ρ 中間子の有効質量

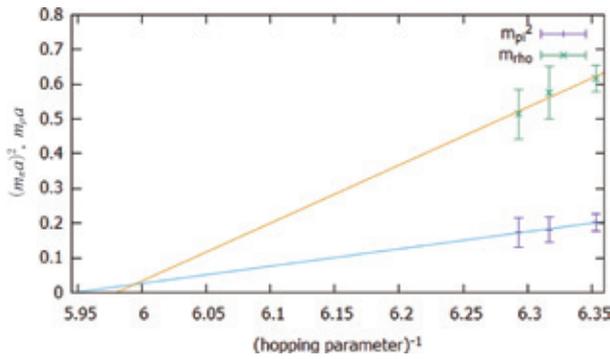


図5 ウィルソンフェルミオンで計算した π の質量2乗 m_π^2 や ρ の質量 m_ρ とホッピングパラメーターの逆数のグラフ

イラル摂動論より、 π 中間子の質量の2乗はクォーク質量に比例することが示されているので、 π 中間子に関しては質量の2乗 m_π^2 をプロットした。さらに、それらのプロット点を線形関数でフィットした。 π 以外の中間子の現実の質量は、 $m_\pi^2=0$ となるカイラル極限における質量である（正確にはその値を格子間隔 a で割った値である）。ところが図5では、カイラル極限において ρ 中間子の質量が負の値となってしまった。本計算は周期的境界条件の下で行っており、格子の大きさが十分でないとき中間子の質量が重くなる傾向がある。そのため、軽いクォーク質量に対して中間子の質量が現実よりも重くなった可能性があり、そのことが今回の結果に影響しているかもしれない。さらに検討をするためには、格子サイズをより大きくとった計算をする必要があると思われる。

5. Truncatedオーバーラップフェルミオンによる π 中間子と ρ 中間子の質量計算

カイラル対称性をもつ計算として、Truncatedオーバーラップフェルミオンで π 、 ρ 中間子の伝搬関数を計算した。格子の大きさは $6^3 \times 24$ 、結合定数は $\beta=5.9$ と、ウィルソンフェルミオンで計算したときと同じ値とした。なお、拡張した5次元の長さは $N_5=4$ 、8の2通りにとった。ドメインウォールの高さおよびパラメーターは $M_5=1.80$ 、 1.60 の2通りにとった。また、フェルミオン質量は $m_f=0.02$ 、 0.04 、 0.08 の3通りで計算した。グルーオンのゲージ配位はウィルソンフェルミオンで π 、 ρ 中間子を求めたときと共通の40個を用いた。図6と7に、 $N_5=8$ 、 $M_5=1.8$ 、 $m_f=0.02$ 、 0.04 、 0.08 とした場合の π 、 ρ 中間子の伝搬関数を示した。

さらに、得られた伝搬関数から有効質量を求めたところ、 π 中間子の有効質量は $M_5=1.8$ で計算すると図8となり、 $M_5=1.6$ で計算すると図9となった。また、同様に ρ 中間子の有効質量は $M_5=1.8$ の場合に図10となり、 $M_5=1.6$ の場合は図11となった。

さらに、図8-図11のグラフで $6 \leq t \leq 10$ の範囲で有効質量の平均をとると、表2-表5となった。これらの

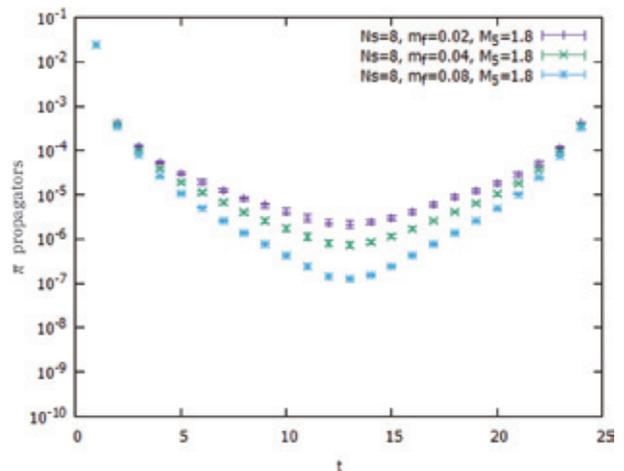


図6 Truncatedオーバーラップフェルミオンで計算した π 中間子の伝搬関数 ($N_5=8$ 、 $M_5=1.8$ 、 $m_f=0.02$ 、 0.04 、 0.08)

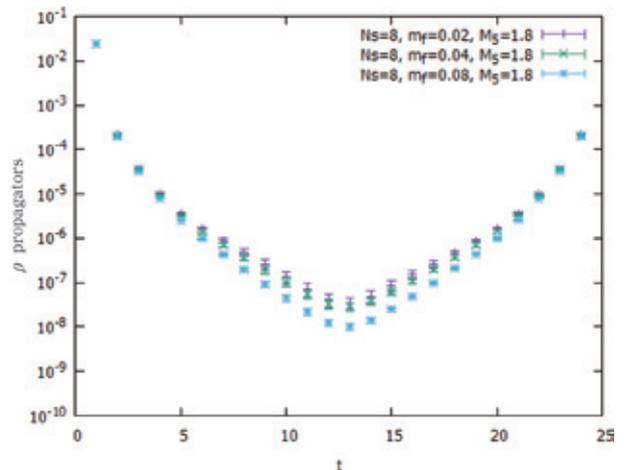


図7 Truncatedオーバーラップフェルミオンで計算した ρ 中間子の伝搬関数 ($N_5=8$ 、 $M_5=1.8$ 、 $m_f=0.02$ 、 0.04 、 0.08)

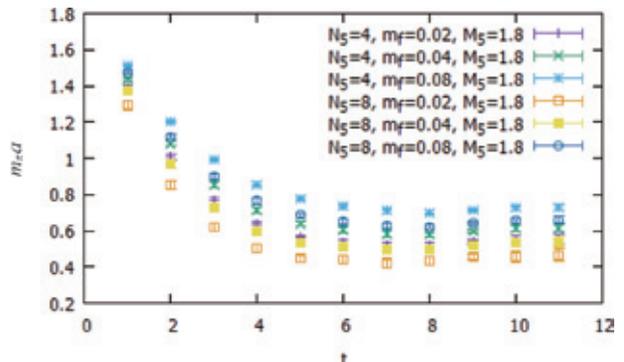


図8 Truncatedオーバーラップフェルミオンで計算した π 中間子の有効質量 ($M_5=1.8$)

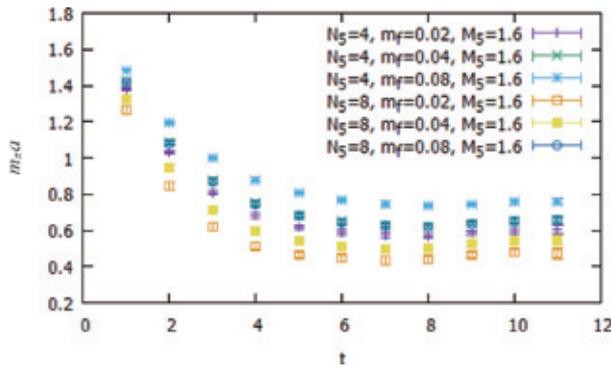


図9 Truncated オーバーラップフェルミオンで計算した π 中間子の有効質量 ($M_5=1.6$)

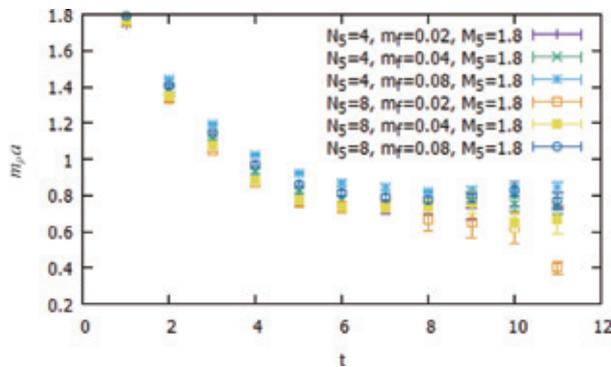


図10 Truncated オーバーラップフェルミオンで計算した ρ 中間子の有効質量 ($M_5=1.8$)

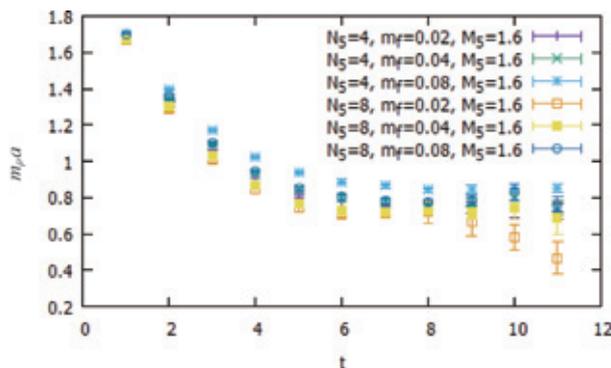


図11 Truncated オーバーラップフェルミオンで計算した ρ 中間子の有効質量 ($M_5=1.6$)

表2 Truncated オーバーラップフェルミオンで求めた π , ρ 中間子の有効質量 ($N_5=4$, $M_5=1.8$)

m_0	$m_{\pi} a$	$m_{\rho} a$	m_{π}/m_{ρ}
0.020	0.532(27)	0.716(76)	0.743(80)
0.040	0.595(22)	0.758(46)	0.785(51)
0.080	0.717(14)	0.840(30)	0.854(33)

表3 Truncated オーバーラップフェルミオンで求めた π , ρ 中間子の有効質量 ($N_5=4$, $M_5=1.6$)

m_0	$m_{\pi} a$	$m_{\rho} a$	m_{π}/m_{ρ}
0.020	0.582(21)	0.737(43)	0.790(48)
0.040	0.638(18)	0.781(39)	0.817(43)
0.080	0.750(13)	0.858(25)	0.874(28)

表4 Truncated オーバーラップフェルミオンで求めた π , ρ 中間子の有効質量 ($N_5=8$, $M_5=1.8$)

m_0	$m_{\pi} a$	$m_{\rho} a$	m_{π}/m_{ρ}
0.020	0.441(36)	0.683(35)	0.646(50)
0.040	0.511(29)	0.723(75)	0.707(80)
0.080	0.640(19)	0.800(46)	0.800(50)

表5 Truncated オーバーラップフェルミオンで求めた π , ρ 中間子の有効質量 ($N_5=8$, $M_5=1.6$)

m_0	$m_{\pi} a$	$m_{\rho} a$	m_{π}/m_{ρ}
0.020	0.453(33)	0.678(89)	0.668(95)
0.040	0.515(26)	0.726(91)	0.709(95)
0.080	0.636(18)	0.795(41)	0.800(45)

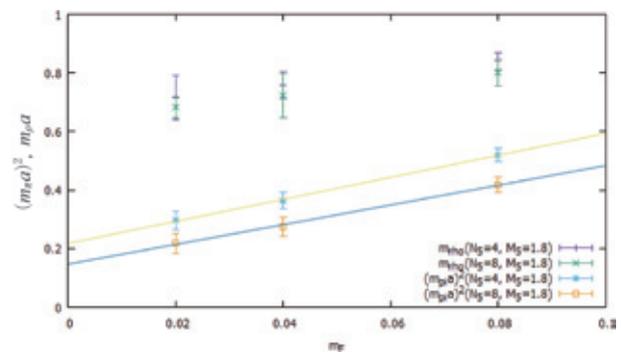


図12 Truncated オーバーラップフェルミオンで計算した π の質量 2 乗 m_{π}^2 や ρ の質量 m_{ρ} とフェルミオン質量 m_f のグラフ ($M_5=1.8$)

表より、ドメインウォールの高さ M_5 の有効質量に対する寄与は少ないと言える。 π , ρ 中間子の有効質量に対して影響が大きいのは、フェルミオン質量 m_f と 5 次元の長さ N_5 であった。フェルミオン質量が小さいほど中間子の質量が小さくなるのに対して、5 次元の長さ N_5 が大きいほど中間子の有効質量が小さくなることが分かった。

図12に、フェルミオン質量 m_f に対する、 π 中間子の質量の 2 乗と ρ 中間子の質量の変化を表した。カイラル対称性が完全に成り立つ計算を行った場合、フェルミオン質量が $m_f=0$ となるときに $m_{\pi}^2=0$ となるはずであるが、本計算ではそうならなかった。理論的には、5 次元の長さ N_5 が無限大の極限において、Truncated オーバ

ラップフェルミオンは完全にカイラル対称性を持つので、これは予想された結果といえる。なお、図12より5次元の長さ N_5 が大きい方がフェルミオン質量 $m_f=0$ のときの m_π^2 が小さいことから、5次元の長さ N_5 を十分に大きくした計算を行えば $m_f=0$ のときの m_π^2 が0に近くなり、よりカイラル対称性の寄与を反映した結果が得られることが期待できる。

6. まとめと今後の課題

本研究では、格子QCDの手法を用いて π と ρ 中間子の伝搬関数を計算して有効質量を求めた。中間子に対するカイラル対称性の影響を調べるため、格子上でカイラル対称性があるTruncatedオーバーラップフェルミオンによる計算と、カイラル対称性を破ったウィルソンフェルミオンによる計算を行った。今回の計算では、格子サイズが小さかったためか、ウィルソンフェルミオンによる計算ではカイラル極限における ρ 中間子の質量が非物理的なものになった。一方、カイラル対称性があるTruncatedオーバーラップフェルミオンによる計算では、ウィルソンフェルミオンで見られたような非物理的な結果にはならなかった。しかし、カイラル対称性が完全なときにカイラル極限で成り立つ、「 $m_f=0$ のときに $m_\pi^2=0$ となる」ことにはならなかった。今後は、5次元の長さ N_5 を大きくした計算を行い、中間子の質量やカイラル極限に対する N_5 の依存性を詳しく調べる必要がある。そして、要求される精度の計算を行うためには、どのていどの大きさの N_5 が必要かを示す指標を検討したい。

7. 謝 辞

本研究は、若山将征氏（大阪大学核物理センター）と村上祐子氏（広島大学）の多大なる協力を得て進めることができました。若山氏には、用いた計算コードの作成作業に協力していただきました。ウィルソンフェルミオンを使った計算コードから、Truncatedオーバーラップフェルミオンによる計算コードに改良する際には莫大な協力をしていただきました。また、村上氏にはTruncatedオーバーラップフェルミオンに関する理論的な面で、コード開発に貢献していただきました。本研究成果は、大阪大学核物理センター、サイバーメディアセンターのスーパーコンピュータシステムSX-ACEを利用した計算で得られました。

参考文献

- [1] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961),
Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 124, 246 (1961)
- [2] H. B. Nielsen and M. Ninomiya, Nucl. Phys. B185, 20 (1981) and B193, 173 (1981) 219-223
- [3] P. Ho. Ginsparg and K. G. Wilson, Phys. Rev. D25, 2649 (1982)
- [4] D. B. Kaplan, Phys. Lett. B288, 342 (1992)
- [5] Y. Shamir, Nucl. Phys. B406, 90 (1993)
- [6] V. Furman and Y. Shamir, Nucl. Phys. B439, 54 (1995)
- [7] A. Boriçi, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 83, 771 (2000)