

## 凝固したパーム油の高温液による融解のシミュレーション

岸本 健\*<sup>1</sup>, 浜野 雅夫\*<sup>2</sup>, 石田 隆\*<sup>2</sup>

## Computer Simulation of Melting of Solidified Palm Oil by Hot Liquid in Horizontal Cylindrical Container

Ken Kishimoto\*<sup>1</sup>, Masao Hamano\*<sup>2</sup>, Takashi Ishida\*<sup>2</sup>

**Abstract:** Palm oil should be noted as typical biofuel with less environmental burden, but it cannot be produced in Japan. The melted palmoil packed into a ISO tank container at Southeast Asia get freezing during 6400 km long distance transportation to Japan, and it must make the need to melt by heating in place to use. It is important to estimate the time required for melting as accurately as possible to design the process for fuel palm oil. In this paper, the computer simulation is performed on which the solidified palm oil filled in 24kL ISO tank covered by 50mm thick rockwool as the thermal insulation is melted by flowing-in hot palm oil heated upto 85 °C. The melting of palm oil in a tank is different from that of water. The melting of solidified palm oil is the isothermal process of the enthalpy conduction with the liquid-solid binary phase by phase-change in the considerably thick layer on the surface of freezed solid oil. The energy conservation equation is solved using the sphere assumption by unsteady and one dimensional finite-difference method. And by simulating slow natural convection with the effective heat conduction, it can be found that the experimental time-temperature changes can be well simulated.

**Key words:** phase change, thermal non-equilibrium, computer simulation, heat transfer with phase change

## 1. はじめに

地球温暖化防止のために、バイオ燃料の有効利用が進められている。そのひとつにパーム油の利用があり、パーム油を熱帯地方から船舶で輸送して発電燃料として使用する。パーム油を採取するパームヤシプランテーションは、熱帯林を開拓して転換されることが多く熱帯林保全と自然生態系の影響について懸念があるが、開拓する場所を適切に選択することでパーム油を懸念なく利用できる。短期間で燃料油を採取できるパームヤシから精製されるパーム油を燃料とするディーゼル機関を用いた発電は、課題は多いがカーボンニュートラルとして化石燃料を用いた発電に比べて環境負荷が低い。本研究では、東南アジアから船舶で日本に輸入するときの容器の保温状態が凝固、融解の時間に及ぼす影響について調べたことを報告する。

タンクに注入され、液状に加熱したパーム油が、約500時間（約3週間）かかる輸送時に加熱器を持たない大型の保温タンク中で、容器に注入した溶融パーム油

が、外部の冷却による熱損失によって、凝固してゆく現象を前報<sup>[4]</sup>で扱った。この凝固過程において、液温が融点を下回っても凝固せず過冷却状態の液相が存在し、温度が長周期で振動する現象を計算機シミュレーションでも再現することができた。

輸送中パーム油には前報で予想された時間内に一部凝固し、この凝固部分の融解作業が必要になるが、本報では、容器内が完全に凝固している状態から、85°Cに加熱したパーム油を流入して完全に融解する現象を扱う。

近年、融解のシミュレーションでは分子間力を模擬したもの<sup>[2,3]</sup>や熱力学を考慮した融解アニメーション<sup>[5]</sup>など3Dで扱う報告も多い。

この現象は、単純には融解熱量と容器外への熱損失の見積もりと、注入する液状流体の入出熱量差のバランスではあるが、そこには正確な時間評価が必要となるだけでなく、融解中の固液界面での物質及び熱の移動や固液の比重差による自然対流による熱移動など複雑な現象を考慮する必要がある。本報告ではこの現象を前報と同様にマクロ解析で取り扱う。

これらには、実験による見積りが有効ではあるが、実際に考えられているコンテナ容器は24kLのISOタンクであり、実験するには巨大で実験にかかるコストは極めて

\*<sup>1</sup> 国士館大学理工学部機械工学系\*<sup>2</sup> (株) G-Bio イニシアティブ

高価である。そのため、200Lタンク、20Lタンク、4Lタンクを用いて実験し、計算機シミュレーションで、実タンクである 24kL の ISO タンクでの時間と融解の関連を調べた結果を報告する。

## 2. モデルと実験

本報で使用したモデルを表1に示す。表中の番号0が、24kLの容量を持つ実際のISOタンクであり、番号1～3が実験に使用したタンクである。

表1 容器の種類

| 番号 | 直径<br><i>D</i> mm | 長さ<br><i>L</i> mm | 実容積<br><i>V</i> L | 材質  | 向 | 呼称   |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-----|---|------|
| 0  | 2324              | 5790              | 24560             | SUS | 横 | 20kL |
| 1  | 157               | 193               | 3.7               | ガラス | 縦 | 4L   |
| 2  | 210               | 600               | 21                | SUS | 横 | 20L  |
| 3  | 498               | 1245              | 242               | SUS | 横 | 200L |

これらのタンクは、ガラス容器の番号1を除き、*L/D* *L/D*は約 2.5であり、ほぼ相似形である。ガラス製容器以外のタンクの構造について図1に示した。

ガラス製容器以外では図1に示すように、内容積の大部分をパーム油が占めているが上部にはわずかに空気を入れてある。呼称がおおよそのパーム油の充填量である。

ここで扱うモデルは図2で示すように2つある。(A)

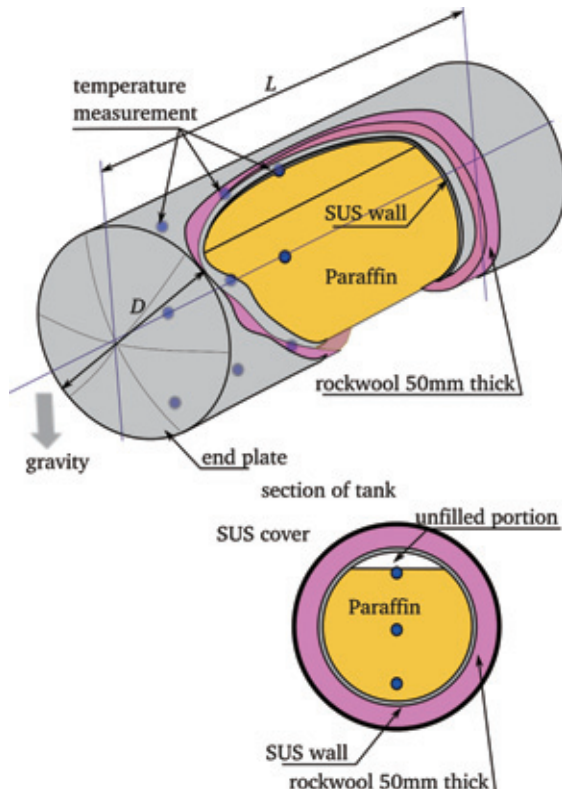


図1 タンクのモデルの構造

は完全に凝固したパーム油にノズルを入れる穴を穿ち、このノズルから高温に加熱して液状になったパーム油を噴射し、中心部分から融解を開始するモデル。(B)はノズルの噴出流体はタンク上部から凝固したパーム油の周辺に噴出し、タンクに接する部分から融解するという2つのモデルを扱った。主に扱ったのは(B)である。

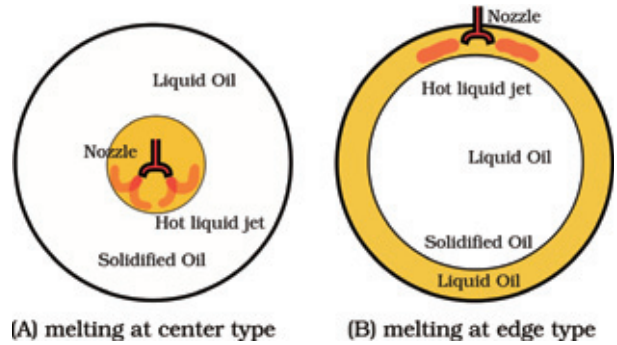


図2 タンクの簡易融解モデル

### 2.1 実験

表1に示した実験容器のうち容器呼称4L(市販のガラス製梅酒瓶)を用いて実験を行った。これは図1とは異なり、円柱を鉛直にして実施した。

20Lタンクにおけるノズルは図3に示すように、ポリ

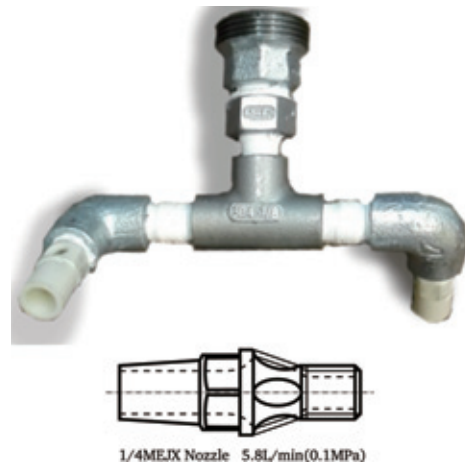


図3 液噴射ノズルとノズルパイプ

プロピレン製ノズルを1/4管継手Tに下向きに取り付けた形状となっている。このタンクには上部に1個の開口があり、この開口から接続方向に取り付けた2本のペアノズルを挿入し、高温(75℃以上85℃以下)に加熱した溶融パーム油を流量2L/minおよび4L/minとして実験を実施した。

200Lタンクの場合は、タンク上部に3個の開口があり、両端の開口にさらに噴出量の大きい(約27L/min)ペアノズルを挿入し、中央の開口からオーバーフロー方式にて流出するようにして実験した。

実験条件としては以下の項目について、それぞれの組

み合わせを行って完全に融解するまでの時間を測定した。

- a) 凝固部にくり抜いた穴をあけてノズルパイプを噴流が凝固部分に直接衝突するように穴内部に設置したもの(表2)の“NH:ノズル用掘削穴”および凝固面に穴をあけずに上面の液体部にノズルパイプを設置したもの

表2 実験条件と融解時間

| 番号 | 容器   | 供給量 L/min | 供給温度 °C | 融解時間 hour | 備考         |
|----|------|-----------|---------|-----------|------------|
| 1  | 4L   | 14.30     | 74.7    | 0.15      | HF         |
| 1  | 4L   | 8.11      | 76.3    | 0.26      | HF         |
| 1  | 4L   | 4.06      | 81.0    | 0.44      | HF         |
| 1  | 4L   | 14.96     | 79.7    | 0.26      | FL         |
| 2  | 20L  | 4.02      | 74.7    | 0.90      | HF, AG, NH |
| 2  | 20L  | 2.02      | 80.3    | 1.37      | HF, AG, NH |
| 2  | 20L  | 4.02      | 71.8    | 1.00      | HF, NH     |
| 2  | 20L  | 2.01      | 80.7    | 1.52      | HF, NH     |
| 2  | 20L  | 2.01      | 80.9    | 1.53      | HF         |
| 2  | 20L  | 4.03      | 75.3    | 1.55      | FL, AG, NH |
| 3  | 200L | 27.21     | 80.5    | 1.267     | HF         |
| 3  | 200L | 27.15     | 79.6    | 1.25      | HF         |
| 3  | 200L | 27.40     | 80.7    | 2.55      | FL         |
| 3  | 200L | 27.46     | 78.2    | 1.58      | HF         |

NH: ノズル用掘削穴 AG: 攪拌 FL: 完全凝固 HF: 半凝固

- b) ノズル取り付け部に攪拌装置を設置したもの“AG:攪拌”および設置しないもの
- c) タンク上部の液面付近にノズルパイプを固定したものもしくは融解に伴って下降してゆく凝固面に対応して可動してゆくもの

タンクに注入される溶融パーム油は、タンク内を循環してオーバーフロー構造を持つ上部開口から流出する。流入および流出液の温度は熱電対温度計を用いて2秒ごとにデータロガーに記録した。

図4に実験システムを示す。実験では、実験開始時タンク内のパーム油の状態は液相と固相が混合している状態、固相のみのいずれかの条件で行っている。解析では、完全固相の状態からの融解現象のみを扱った。

タンク内の温度だけではなく、外気、流出の液体の温度、流入量を測定した。実験においてはタンクに設置した観察窓から凝固状態を観察できる。パーム油は液状は褐色透明であるが、凝固した固体は白色不透明であるた

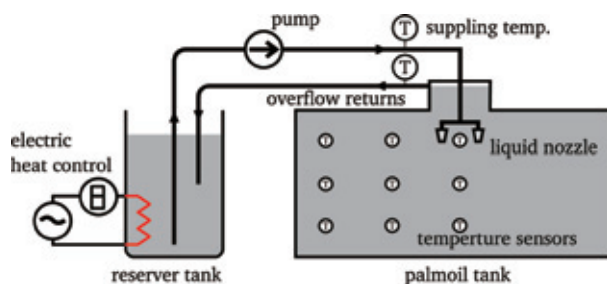


図4 実験システムの概略

め、凝固して壁面に付着すると、実験の全過程でのタンク内の融解の状態を完全には目視できない。超音波などでタンク内の固液の割合を検出するセンサを設置することで融解完了の検出は可能であるが今回はセンサを設置せず融解完了は液体の供給温度と流出温度の差が3℃以下になる時点とした。

タンク内のパーム油が全部融解し融解熱が必要なくなると、液体の供給温度と流出温度の差はタンク外壁の対流熱伝達による損失熱量に相当する。しかし、この熱量は流入量や熱伝達率に依存するため、融解完了時間が明確ではないという欠点はある。いくつかの実験を行い、融解が完了したことが判断できる温度差の時間変化がほとんどなくなった時の温度差を3℃と決めて、終了判定を行った。この結果を実験条件とともに表2に示した。

## 2.2 実験結果の考察

解析に先立って解析のための実験の観察結果を記述する。融解途中のタンク内の状態を図5にスケッチで示した。上部のノズルから回転する液流が噴射ノズルによって流入する。固体部分がタンク内の多く多くを占めるときには主な流れはタンクの側壁に沿って流れる。タンク前後の鏡板付近は中心部よりも早く融解するため、中心部分の融解の状況を把握することができたが固体部分の形状は、周囲の流れによる対流伝熱での溶融ではなく、主に高温の液部からの伝導によることを示すように尖った部分を多く持つ。

完全凝固のタンク内の融解は次のように変化する。

- a) 流入直後は、ノズル近傍の凝固部に円形の孔が生じる。(図5-(a)参照)
- b) 穴の深さが40~50mmになるまで進むと、流入した液体は穿った穴から溢れ、凝固部の外縁を流れて流出する。

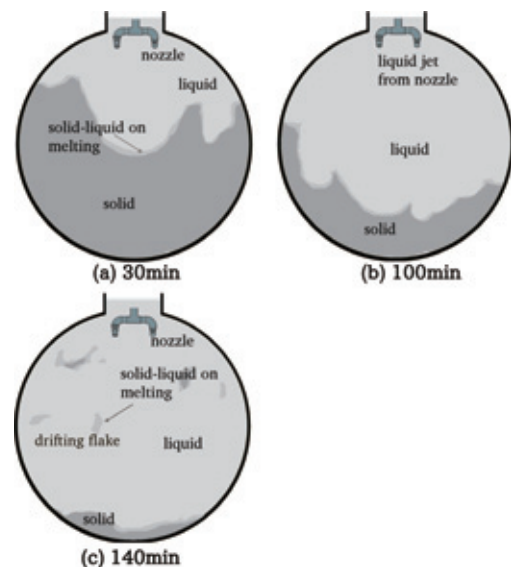


図5 融解中のタンク内のスケッチ

- c) 凝固部の外縁が融解し始め、凝固部はタンクの下部に残るようになる。残った凝固部の形状は、突起のある塊となる (図5-(b) 参照)。
- d) 突起部が凝固部から離脱し、周囲の液体の流れ中を浮遊する。この浮遊物は融解しつつある凝固部に再付着することなく、浮遊しながら融解して消失する (図5-(c) 参照)。
- e) 凝固部は融解によって体積を減少し、壁から離脱する。凝固部は周囲の液体の流れ中で回転しながら消滅する。

この過程で、凝固部の中心に設けた温度センサの記録の一例を温度計設置図と温度記録図を図6に示す。上側にはタンクの温度測定点を示す。温度計は3つの接続管、及び中央部にCH1、タンク底部にCH2~H4を設置している。図の下の温度変化図で流入温度は温度制御幅が5℃程度と少し大き目だが定温制御しておりほぼ85℃になっている。流入開始から約5分(0.083hour)でオーバーフロー流出が始まる。流出温度ははじめは52℃であるが、時間経過すると容器や内部のパーム油の温度上昇とともに上昇し、最終温度は80℃となっている。

ノズルの噴出方向に位置しているCH3は最も早く立ち上がり、流出温度に等しくなるが、流出する中央筒の下部には流入するノズルからの噴流が底部に届かず、

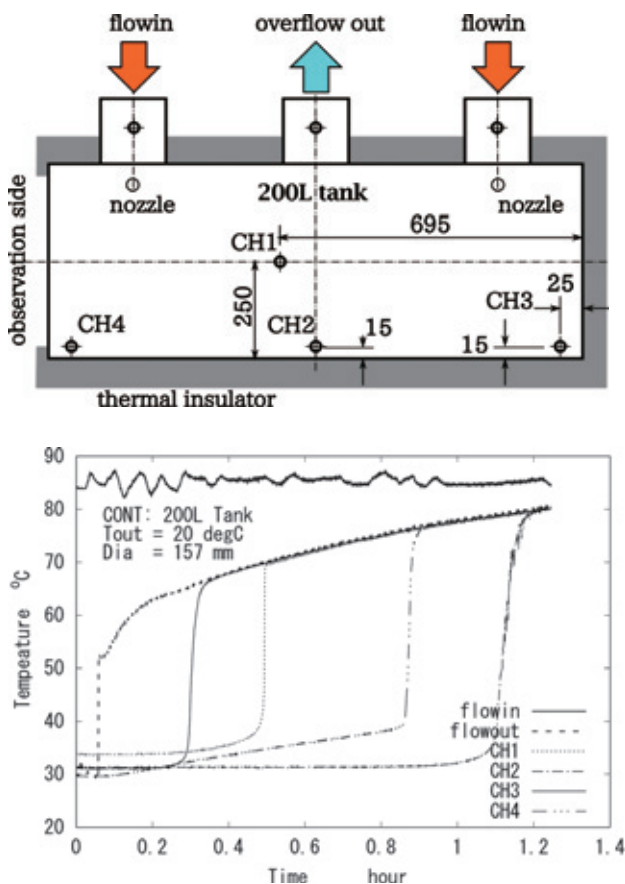


図6 融解中のタンク内の温度変化

CH2の温度は、1.1時間経過後に上昇する。CH2の温度記録では、熱電対に付着したまま徐々に温度上昇し溶融するCH3、CH4の溶融する様態ではなく、温度記録は一定の温度で1時間推移し、最後まで固体のままにとどまる。そして、突然、熱電対に付着した固体が剥がれて浮遊するフレークとなるため、熱電対に付着したまま融解するCH3、CH4の温度記録とは異なる事がわかる。

CH3は旋回する流れが壁面に沿って流れる断熱材で保温された周辺部にあたるために、早い時期に融解するが対称的な位置にあり、観察窓のため保温されていない場所に設置したCH4では、融解する時間が遅くなる。

このように、タンク内の流入ジェットが起こす流れの状態が融解現象を左右することがわかる。しかしながら現在の実験では、ノズルの向きやノズルの噴出速度が融解様相にどのように影響しているのは調べていない。

### 3. 解析

この解析は、三次元解析を利用したフルCFDによる解析でも、分子運動解析などリアルタイムシミュレーションでもない。OpenFOAMを用いた固化・融解の計算シミュレーションは予定している別報に譲ることとして、本報告では短時間で結果を得ることに主眼を置きより低い次元で一つの条件下での解析が実施でき、パーム油の熱伝導率や融点などパラメータに対する計算結果の感度解析が容易に検討できる計算コードを開発して用いることが目的である。

そのため、実験を観察して得られた次の知見を適用し、一次元非定常熱解析とした。

- a) 流れは、軸方向・半径方向にはない。
- b) 流れが周方向を主流とすると、半径方向温度分布には半径方向には流れのない熱伝導のみで模擬できる。
- c) 途中の融解過程で凝固部形状は円筒型タンクの内側にタンク軸を長軸とする回転楕円体に近いため、球座標を用いる。
- d) 融解のために注入される高温液の半径方向分配量は融解した部分に均一に供給される (図7 参照)。
- e) パーム油の物性は、液体と固体では異なるが、それぞれの相での物性値の温度依存性は計算の範囲においては無視できる。

これらそれぞれの項目について、議論を以下に行う。

エネルギーの保存式は対流項を省略し、球座標で記述する。固体部分だけではなく、実際に流れのある液体部分を扱う必要があるが、対流による熱移動を熱伝導型に置くと分子熱伝導との複合熱伝導型の方程式とでき、固液境界形状に依存する対流項を省略する事ができ、大幅な簡略化が可能になる。

流動項を含む保存式は式(1)のように球座標で表す。球座標が適切かどうかは、考察の項で検討する。

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho u \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \ddot{q} \quad (1)$$

ここで、すべての物性値は、液相と固相を表す凝固率  $x$  と温度の関数となり、 $\rho$ : 密度、 $h$ : エンタルピ、 $r$ : 中心からの距離、 $t$ : 時間、 $T$ : 温度、 $u$ : 半径方向速度、 $\ddot{q}$ : 伝熱量+加熱量、 $\lambda$ : 熱伝導率である。融解潜熱  $H_m$  はエンタルピ  $h$  に含まれており、 $h = xc_s T + (1-x)(c_l T + H_m)$  であり、温度の他に凝固率  $x$  は変数となる。前報 (4) で液状のパーム油が外周からの冷却で凝固してゆく様子について論じた時に、融解率ではなく凝固率を用いたことに合わせた。また、 $\ddot{q}$  は、融解のために外部から与えられる高温流体の保有熱であり、境界条件上では、外部空気との熱伝達による熱交換量を表す。高温流体はノズルでタンク内に旋回流として噴出するが、その半径方向分布は図7に示すようになる。つまり、タンク内中心軸近くは固体部分であり、ここには配分されない。図中のAの線上では、固体部分 ( $x=1$ ) と固液共存 ( $0 < x < 1$ )、液体部分 ( $x=0$ ) がそれぞれの割合存在する位置であり、ここには、流入する高温液のうちタンク内全体にある液体部分のA線上の割合が供給されるとしている。そして、タンク内液と流入高温液の混合温度でオーバーフロータンクから排出し循環するとした。

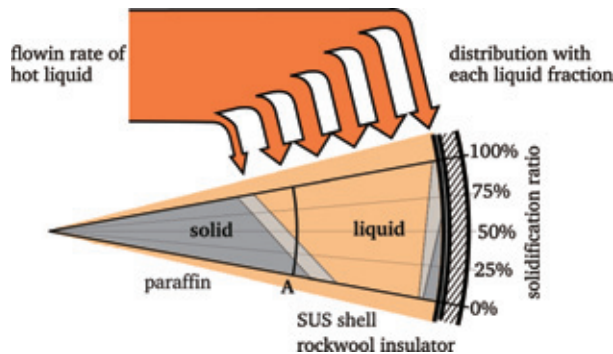


図7 融解用高温液の配分の考え方

凝固した流体 (パーム油) は流れないが、前報に示したような液相中に固相がフレーク状に現れた場合は液相の流動に伴われて流れる。この現象は解析を複雑にするために考慮していない。

流動は凝固部分の複雑な表面形状に沿って流れ、固体形状は刻々とその形状を変えてゆく。そのため、できるだけ正確に融解現象を模擬することは三次元方向の流動を扱っても難しい。本論文では、詳細な流動状態を求めることはせず、次元を減少した可能な限りの簡素化したモデルとしてパラメトリックな研究を容易に行うことができるコードを開発することが目的である。そのため、融解した液部の流れが輸送する熱量を熱伝導項に負わせるという考えを導入する。

### 3.1 低速流動と見かけ熱伝導の増大

対流項  $\rho u (\partial h / \partial r)$  と、熱伝導項  $\lambda (\partial^2 T / \partial r^2)$  とを比較する。通常、この2つの項はエネルギー保存式に出現し、運動量保存式での対流項と粘性項との比較で用いられるレイノルズ数  $Re$  に対して、ペクレ数  $Pe = RePr = \rho c u D / \lambda$  を用いる。ここで、 $c$ : 固液混合物の比熱、 $D$ : タンクの直径である。

いま、一次元の方で比較する。融解のない対流項は

$$\frac{1}{\Delta r} \int_r^{r+\Delta r} \rho u \frac{\partial h}{\partial r} dr = \rho c u \frac{T_{r+\Delta r} - T_r}{\Delta r} \quad (2)$$

となり、二点間の温度差と流れの速度の積となる。一方、熱伝導項は

$$\int_r^{r+\Delta r} \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} dr = \lambda \left\{ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+\Delta r} - \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_r \right\} \quad (3)$$

となる。この2つの式 (2) と式 (3) の比を取る。この比において、 $\Delta r \rightarrow D/2$  とし、

$$\frac{T_{r+\Delta r} - T_r}{\Delta r} \iff \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+\Delta r} - \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_r$$

が同じオーダーに近いので、対流項の大きさは伝導項のペクレ数倍と見積もることができる。

すると、流動と熱伝導の比を表すペクレ数  $\rho c u D / \lambda$  が流動に対応する熱伝導率を与える倍数となる。この値は  $\lambda$  が流動しない液体の熱伝導率を用いているので、これを見積もると、 $u \approx 5 \text{ cm/s}$ ,  $\lambda / (\rho c) = 0.072 \sim 0.076 \mu\text{m}^2/\text{s}$ , 固体部の曲率  $D \approx 0.01 \sim 0.1 \text{ m}$  とすると、この比は  $10^4$  のオーダーの値となる。

しかし、 $\lambda$  を  $\lambda_{\text{eff}}$  として流動も含めると有効ペクレ数として  $Pe = 1 \sim 10^2$  を用いることができる。

$$Pe = \frac{\rho c u D}{\lambda_{\text{eff}}} \quad (4)$$

いま、有効ペクレ数を  $Pe \approx 1$  とすることは、 $\rho c u D \approx \lambda_{\text{eff}}$  を意味し、流動による熱移動と等しい相当熱伝導率であることを意味している。ペクレ数は他の無次元数と同じように物理現象のアナロジーを考えるために使うことができる量であるため、上述のように流動を熱伝導で置き換えるときに  $Pe$  数の考え方を採用することは間違っていないと考える。

図6のように実験において、位置の異なる測温結果が液温を示す場合には、位置によらずほぼ同じ値となるが、流動によって十分な液温の均一化ができていないことを表しており、有効熱伝導率を用いた  $Pe$  数を用いる必要性を示している。

本研究では、自然対流条件下で溶融した鉄やアルミの冷却を試算するときと同様に相当熱伝導率を有効  $Pe$  数  $= 20$  前後とし、 $\lambda_{\text{eff}} \approx \rho c u D = 23 \lambda_l$  とした。

### 3.2 支配方程式

溶解に関する方程式を解くとき、タンクの中の固相の形状をほぼ球体として式 (1) から対流項を除き、球座標で近似する。

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\lambda_{eff}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \ddot{q} \quad (5)$$

ただし、

$$\rho = (1-x)\rho_l + x\rho_s \quad (6)$$

$$c = (1-x)c_l + xc_s \quad (7)$$

$$h = (1-x)h_l + xh_s \quad (8)$$

となる。液体のパーム油のエンタルピ  $h_l$  は、凝固率を  $x$  とし、 $c_s$ 、 $c_{ul}$  をそれぞれ、固相、液相の比熱とし、 $H_m^o$  を融解熱とすると、

$$h_l = c_l T + H_m^o + h_0 \quad (9)$$

$$h_s = c_s T + h_0 \quad (10)$$

$$h(T) = (1-x)(c_l T + H_m^o) + xc_s T - h_0 \quad (11)$$

となる。 $h_0$  は基準エンタルピであり、 $h_0 = c_s T_{std}$  とする。

式 (5) のエンタルピを凝固率  $x$  と温度  $T$  で表すと、

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho H_m \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \ddot{q} \quad (12)$$

となる。

### 3.3 計算条件

計算の条件は以下とした。

| 項目      | 値          | 単位    |
|---------|------------|-------|
| タンクサイズ  | 表1の3       |       |
| 初期状態    | 完全凝固、ノズル固定 |       |
| 断熱材厚み   | 50.0       | mm    |
| 外気空気流速  | 1.50       | m/s   |
| 外周空気温度  | 20.0       | °C    |
| 初期温度    | 25.0       | °C    |
| 融解点     | 43.3       | °C    |
| パルミチン割合 | 75.0       | %     |
| 流入温度    | 85.0       | °C    |
| 計算終了温度  | 80.0       | °C    |
| 半径方向分割数 | 40~60      | (自動)  |
| 時間ステップ  | 1m~0.1     | s(自動) |

融解点は、パーム油の成分表に基づき算出したものであるが、実験では図6に示すようにこの表の値よりもかなり低い。同じ融解熱量でも融解点が低いほうが融解

時間は短くなる。ここでは、実験からできるだけ独立した計算による結果をえるため、パーム油成分から物性を推測する方法を重視して実験値より、推算値を採用している。同時に、パーム油は軟化点(約34°C)に達すると融解しなくても流動性を持つことになる。タンクから融解したパーム油の液状取出しについてパーム油の融解を扱うこの研究では軟化点で扱うことも必要あると考える。このように融点は明確ではないが、200Lの実験のように、目視観察をしながらすべてが液体となった時間を融解時間としているので、あえて43.3°Cを融解点とした。

### 3.4 吸発熱項 $\ddot{q}$

式 (5) の吸発熱項  $\ddot{q}$  は、外部からの熱供給を示す。高温液による熱供給と境界では熱伝達による冷却を含む。このモデルでは、半径方向に差分化のため体積  $V_i$  のセルに分割する。セルへの熱供給は図7に示すように、固相ではゼロだが各部分の液相の割合  $(1-x)V_i$  に比例して熱が供給される。

セル  $i$  には、加熱された温度  $T_{in}$  の液が式 (13) のように供給される。

$$\dot{m}_{hi} = \dot{m}_h \frac{(1-x_i)V_i}{\sum_{i=1}^N (1-x_i)V_i}, \quad V_i = 4\pi r_i^2 \Delta r \quad (13)$$

ここで、 $1-x_i$  はセル  $i$  の液相分率を表す。各セルには、 $\dot{m}_{hi}$  の高温液が供給され、 $T_i$  の温度で供給と同じ体積の液が排出される。よって、

$$\ddot{q} = \dot{m}_{hi} c_l (T_{in} - T_i) \quad (14)$$

が、注入液による分布した加熱量となる。固相にある部分では流動がないので加熱されない。こうしたため、融解のために必ず流入する液体が存在する必要がある、一部のセルは液が存在する条件を設けた。

また、容器外周の空気と接する部分では対流熱伝達による熱損失も含まれる。表面形状を比表面積として  $b/D$  で表す。球形では、 $A/V = 6/D$  となるので、 $b = 0$  である。

$$\ddot{q}_4 = b\pi D_4^2 \alpha (T_f - T_0) \quad (15)$$

ここで、 $\ddot{q}_4$  は、断熱材表面から放散する熱量であり、 $D_4$  は断熱材の外周径、 $\alpha$  は熱伝達率である。強制対流時と自然対流時それぞれの熱伝達率は、前報と同じであるが、記述する。自然対流においては、レイリー数 ( $Ra = Gr \cdot Pr$ ) を用いて

$$Nu_1 = 0.75 \left( \frac{Pr}{2.4 + 4.9\sqrt{Pr} + 5.0Pr} \right)^{0.25} Ra^{0.25} \quad (16)$$

強制対流では、 $Re = \rho_a u D_4 / \mu_a$ として、

$$Nu_2 = C_1 Re^n \quad (17)$$

とした。定数 $C_1$ と $n$ は $Re$ の各範囲においてそれぞれ与えた。

比表面積を表す式(15)の $b$ は代表長さを等価直径 $D$ として、比表面積 $A/V$ を $b/D$ と表す。表3のように、単純な形状では4~6倍の範囲にあるが、表面が球の表面が数倍となる。さらに複雑な表面形状になると $b$ の値は10倍程度になる。ここでは、球体の薄片としてこの解析では、 $b=6$ とした。

表3 比面積の関係

| 形状   | 代表長               | $b$   |
|------|-------------------|-------|
| 球体   | $D$               | 6     |
| 長楕円体 | $D, L \approx 2D$ | 5     |
| 長円柱  | $D$               | 4     |
| 歯車型  | $D, H = 0.1D$     | 6.284 |

式(12)の $\ddot{q}$ は、表4に示した。表の中で、 $T_{in}$ は融解のための高温の液体の温度である。また、 $\dot{m}_{iin}$ は要素中の液体分率に比例して供給される融解用高温流体の量である。また、 $\zeta$ はその要素の表面積と熱伝達率の積を無次元化したものである。

表4 式(12)における $\ddot{q}$ の値

|          |           |   |
|----------|-----------|---|
| 1) 内部    | $r < R_i$ | $\ddot{q}_1 = \dot{m}_{iin}(T_{in} - T_i)$                                      |
| 2) 壁面要素  | $r = R_i$ | $\ddot{q}_2 = \pi D_3^2 \alpha_i (T_{i+1} - T_i) + \dot{m}_{iin}(T_{in} - T_i)$ |
| 3) 断熱材   | —         | $\ddot{q}_3 = 0$  |
| 4) 断熱材表面 | $r = R_o$ | $\ddot{q}_4 = b \pi D_4^2 \alpha_o (T_{n-1} - T_a)$                             |

$\dot{m}_i$ は $i$ 要素への流入量、 $T_{in}$ は流入オイルの温度、 $\alpha_i$ は熱伝達率、 $T_a$ は外気温度である。

### 3.5 支配方程式の無次元化

支配方程式は、熱伝導項 $k$ と熱伝達項 $a$ を次のようにすると、

$$k = \frac{\lambda}{\rho c}, \quad a = \frac{b \alpha}{D \rho c} \quad (18)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{H_m}{c} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\ddot{q}}{\rho c}$$

であり、右辺最後の $\ddot{q}$ は、3.4節に示すように流入する高温の液体による加熱と熱伝達である。

境界条件：

$$\left. \begin{aligned} r = 0 & : \frac{dT}{dr} = 0 \quad \text{軸対称} \\ 0 \leq r < R_1 & : \text{物質はパーム油で,} \\ & \quad : x \text{で固相か液相かを表す。} \\ r = D_4/2 & : \text{熱伝達} \\ r \rightarrow \infty & : T = T_a \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

初期条件： $t = 0$

$$\left. \begin{aligned} r < R_1 & : T = T_0 \text{初期温度 } 25^\circ\text{C} \\ r > D_4/2 & : T = T_a \\ R_1 - \Delta r < r < r_1 & : x = x_0, T = T_{in} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

を解く。ここで、 $R_1$ はタンク内容器半径、 $T_0$ は凝固しているパーム油の初期温度、 $T_a$ は外気温度、 $T_{in}$ は流入高温液体パーム油の温度である。

無次元の基準を固相の物性値、容器の直径 $D$ 、温度差 $T_{in} - T_{std}$ として、無次元化する。各変数は以下のように書き直す。

$$T^* \leftarrow \frac{T - T_{std}}{T_{in} - T_{std}}, \quad r^* \leftarrow \frac{r}{D}, \quad t^* \leftarrow \frac{\lambda_s}{\rho c_s D^2} t,$$

$$H^o \leftarrow \frac{H_m^o}{c_s (T_{in} - T_{std})}, \quad \ddot{q}^* \leftarrow \frac{D^2}{(T_{in} - T_{std}) \lambda_s} \ddot{q},$$

$$\dot{m}^* \leftarrow \frac{c_l}{\pi D \lambda_s} \dot{m}$$

これらを、式(12)、境界条件(19)、および初期条件(20)に代入すると、すべての変数が無次元となるので、以下の式では、無次元を表す添字\*を省略して表す。

支配方程式は、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{C}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - H^o \frac{\partial x}{\partial t} + \ddot{q} \quad (21)$$

となる。基準が固相であるので、融解中及び液相においては、 $C$ は物性値の比となる。

表5 式(21)における $C$ の値

|             |             |   |
|-------------|-------------|---|
| 1) 固体要素     | $x = 1$     | $C_1 = 1$   |
| 2) 融解中要素    | $0 < x < 1$ | $C_2 = \frac{\lambda \rho_s c_s}{\lambda_s \rho c}$             |
|             |             | $T = T_m, \lambda = x \lambda_s + (1-x) \lambda_{l,eff}$        |
|             |             | $c = x c_s + (1-x) c_l$   |
| 3) 液体       | $x = 0$     | $C_3 = \frac{\lambda_{l,eff} \rho_s c_s}{\lambda_s \rho_l c_l}$ |
| 4) 容器壁(SUS) | —           | $C_4 = \frac{\lambda_m \rho_s c_s}{\lambda_s \rho_m c_m}$       |
| 5) 断熱材      | —           | $C_5 = \frac{\lambda_i \rho_s c_s}{\lambda_s \rho_i c_i}$       |

ここで、 $\lambda_i, \lambda_m$ はそれぞれ断熱材、SUSの熱伝導率、

式 (11) に示した  $x$  は、要素の中の固体の比率を表す。差分化する要素の状態に対応して、式 (21) での右辺第一項熱伝導項の  $C$  の値を表 5 に示す。

### 3.6 融解率補正

式 (21) の右辺には、 $\partial x/\partial t$  という融解の進捗を表す項があるが、相変化を伴う輸送方程式では相変化に関する式との連立方程式としなければならない。ここでは  $x$  と  $T$  を連立する必要があるが、式 (5) に示すように移動するエネルギーは融解熱を含んだエネルギーであり、 $x$  の時間変化を独立して処理できるものではないので、解法として図 8 にあるように、各場所の  $\partial x/\partial t$  を固定して式 (21) を解き温度分布を求めた後、融解の進行をエンタルピ評価し  $x$  を再計算して、エンタルピ輸送式を満足するように新たに  $\partial T/\partial t$  を求める方法をとる。式 (21) を解き求めた温度を  $T(r, t)$  とする。また、融解率を  $1 - x(r, t)$  とすると、

$$h = xT + (1 - x) \left( \frac{c_l}{c_s} T + H^o \right)$$

であり、

$$x = \frac{h - \frac{c_l}{c_s} T - H^o}{T - \frac{c_l}{c_s} T - H^o} \quad (22)$$

$T_m$  を融点とすると、上式で求めた  $x$  を用いて、以下のように補正してゆく。

$$\begin{aligned} x &= 1 : h = T \\ 0 < x < 1 : h &= xT_m + (1 - x) \left( \frac{c_l}{c_s} T_m + H^o \right) \\ x &= 0 : h = \frac{c_l}{c_s} T + H^o \end{aligned} \quad (23)$$

つまり、 $x > 1$  では、 $x=1$  として、 $T=h$  とする、 $0 < x < 1$  では、 $T=T_m$  として式 (22) で  $x$  を修正するとして、解となった温度をエンタルピが保存されるように、温度補正と融解率補正を行い、擬似連立積分法とした。積分精度を上げるだけでなく計算回ごとにこの補正ができる Runge-Kutta 法を用いた。

### 3.7 解法

現象を一次元でモデル化するため、球座標を採用した。

図 8 に示すように、時間進行は 4 次ルンゲクッタ法で解き、空間である  $r$  方向分布は式 (21) に示す保存式を差分化した式を陰解法で解いた。

このプログラムは、スクラッチから  $C$  で記述している。流れ図にはないが半径方向の区分数  $n$  と時間ステップ幅  $\Delta t$  は、融解時間の変化がない最小の区分数と最大のステップ幅に自動的に調整される。 $n > 50$ ,  $\Delta t < 0.1s$  となることが多かった。流入量が多いケースでは、時間

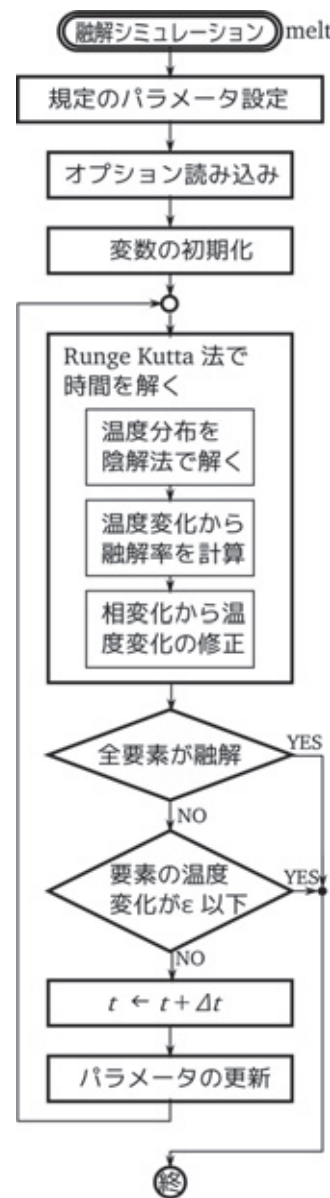


図8 解法の流れ図

ステップ幅は変化に応じて減少する。半径方向区分数はタンク容積によってはあまり変化せず、 $n = 40 \sim 60$ であった。計算時間は 3D 層流のフル CFD で計算すると数時間必要となることがわかっているがこの大胆なモデル化では、融解時間が 12hour の条件下で 7sec 程度で計算が完了する。さらに、計算結果は、Perl で処理し、グラフ化は汎用の gnuplot で行っている。

節 3.3 に示した計算条件は、プログラムを再コンパイルせずコマンドラインオプション及び設定ファイル読み込みを併用して計算を実行すればよい。

例えば、容器 1 を用いた条件ファイルを用いて (`-o set001.cfg`)、融解のモデルは中央融解型 (`-s`) にし、流入量を 2.5L/min (`-F 2.5`)、計算結果の書き出しを 60s ごとに (`-p 60`)、ファイル `mt01259.dat` に書き



出し、結果をグラフ化 (-g) するという指定は以下のようになる。

```
$ melt -f set001.cfg -s -F 2.5 -p
60 -o mt01250.dat -g
```

条件を変化させながら、挙動変化を検査していくという本研究のような課題には再コンパイルする必要がないという利点は大きい。

### 3.8 相変化と熱伝導率

前報では、冷却過程で凝固する時、過冷却が起こり、融点以下の液相が存在しているため、温度が振動した。しかし、融解においては温度が振動したり、融解熱の偏在による振動現象は起っていないので、融解中は高温の液相から固相に熱伝達して固相が融点に達してただちに融解するものとした。この融解速度は固相と液相間の熱伝達に依存し、融点において伝わった熱量の相当する融解熱量分が融解すると考えた。

さらに、冷却過程において凝固は、冷却壁面で起こるが凝固した固体は冷却壁面に付着固定することなく、フレーク状の破片となって集合する現象が起こることを報告した。しかし、加熱融解では、固相中に部分融解が起こることはないので単純な融解現象であると考えた。

前述のように液相にあるパーム油は褐色の透明な液であるが、固相では不透明のロウ白色である。本実験でも融解中の固体表面層には半透明の薄い層が形成される。固体と液体の混合した熱平衡状態にある流体（半固体）が融解中の固体表面に形成される。図6のCH1では、ノズルで噴出される高温のオイルが循環する部分に当たり、実験開始後から融点である38℃で推移する。その後0.47時間経過すると温度計設置部分は融解し、噴射されたオイルで融解された液体が流れるため急激に融解温度以上となる。

このことから、エネルギー保存式において、流動は完全に融解して液体になった時に起こるものとし、液体側の流動を加味した相当熱伝導率を Filippov-Jamieson を用いて、273Kにおける固体と液体の混合物の熱伝導度を推定し<sup>[1]</sup>、次のように与えた。添字sは固相、lは液相を表す。また $\lambda_{eff}$ は、流動の効果を加味した相当熱伝導率である。

$$\lambda = x\lambda_s + (1-x)\lambda_{eff} - 0.72x(1-x)|\lambda_s - \lambda_l| \quad (24)$$

これは単純な算術平均であるが、液体と固体の相互作用の小さい時の式であり、融解率 $1-x$ がわずかに増すと流動を始める物体では液体成分が支配的になるように、 $x \leftarrow x^n$  ( $n > 1.0$ ) で与える必要がある。しかし、パラフィンのような物質では適切なモデル化の元で $n$ をいくつにするかの指標は与えられていないので、ここで

は、 $n=1$ という簡単な算術平均を用いた。

### 3.9 オーバーフロー温度

一定温度(85℃)に加熱されたオイルを融解用に流しこみ、オーバーフローさせて回収する。解析の考え方は図7に示すように、半径各部の液相分率に応じて流入し、その場所で混合し混合温度で排出する。オーバーフロー温度 $T_{out}$ は式(25)のように各場所から排出される液のエンタルピー平均温度とした。

$$T_{out} = \frac{\sum_k \rho_l (1-x) V_k h_k + \dot{m}_k h_{fin} \Delta t}{c_l \sum_k \rho_l (1-x) V_k + \dot{m}_k \Delta t} - \frac{H_m}{c_l} \quad (25)$$

## 4. 結果

### 4.1 各位置における温度変化

図9、10は、200Lタンクの融解シミュレーション結果の一例で実験の図6に対応した図である。実験ではノズルからの高温流体の流れによって融解の形状が異なってくるため、設置した熱電対の温度上昇時刻がばらつく。

本計算法の特徴として $\rho u \frac{\partial h}{\partial r}$ を熱伝導項に埋め込む方

法のため、融点(43℃)を越えた温度で融解して液体になり、ノズルの運動量と自然対流によって起こる流動性による温度の平滑化が液体の温度をほぼ一様にし、融解したらすぐに高温となる実験結果を十分に模擬できてはいない。図9でも温度上昇曲線は融点で変曲折れ線とはなっていない。

しかし、流動性を低いものと仮定し対流項を除いた本解析でも、それぞれの場所の温度変化及び流出するパーム油の温度は融解の状況を実験と比較できるほどよく模擬できていると考える。

完全凝固状態からタンク周辺に流入液が入り、中心部が液相になるまでの時間を計算した結果を図12に示し

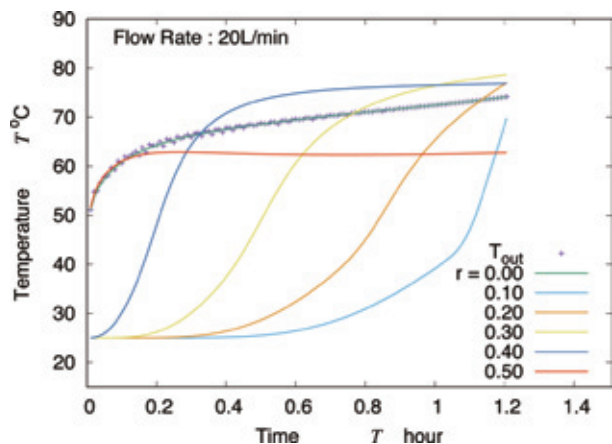


図9 周辺部融解モデルの各位置の温度変化と流出温度(200L容器20L/min時)

た。完全融解の判定はタンク内のすべての固相のパーム油が液相に変化する瞬間であるが、2~3時間ステップ程度の誤差を持つため計算結果であるがプロットで示した。

200L容器で流入量20L/minのときの半径方向の温度分布の変化の様子を示す図9では図2-(B)のモデルに対応し、周辺から固体部分は球形を維持しながら融解してゆく計算結果である。融点は計算設定値よりも実験値の方が低いと考えられ、融点までは固相の熱伝導率で決まる温度上昇であり、その速度は小さいが、融点を越えて融解が始まるとその場所の温度上昇速度は20数倍と著しく大きくなる。計算では液相での温度上昇速度は3倍程度あり、実験では計算結果以上に流動による温度伝導が大きいことを表している。

200Lモデルで流入量20L/minのときの半径方向の温度分布の図10では図2-(A)の中空球の形状を維持しつつ融解してゆく計算結果となっている。温度上昇についてはモデルの差はない。しかし、融解時間は大きく異なり、周辺部融解モデルのほうが短い時間で融解する。

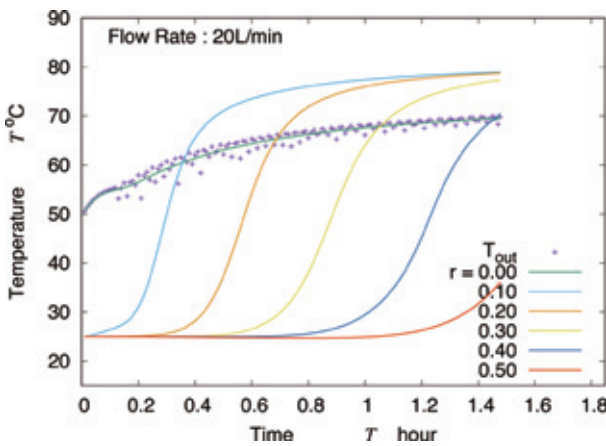
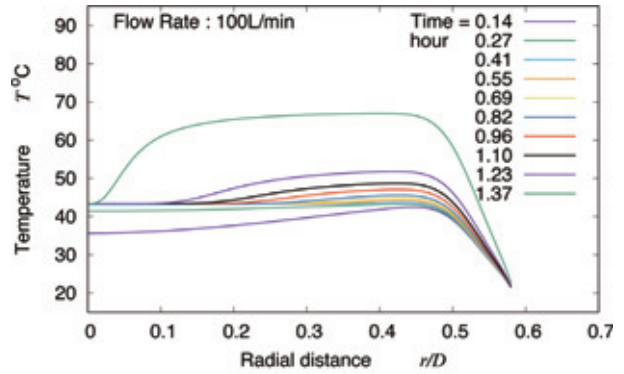


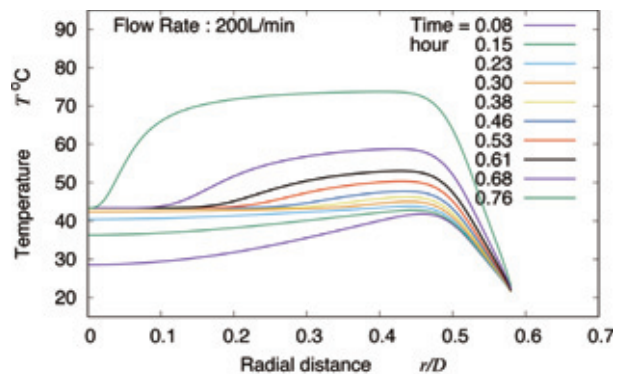
図10 中心部融解モデルの各位置の温度変化と流出温度 (200L容器20L/min時)

図11には、200Lタンクでの融解中の半径方向温度分布を示す。融解終了は中心 $r=0$ が、融解点を越えた時間としている。また、各図は10本の温度分布を重ねて入れている。それぞれ計算している時間の1/10周期での分布であるが、いずれも90%時間から完全融解時間に大きく温度分布は高温側にシフトする。特に中心付近においてはこの変化は大きく中心部分が融解点よりもはるかに高い温度(例えば60°C)を終了条件としても融解時間はほとんど変わらない。図11-(a)と(d)で。初期温度分布が異なるのは1/10時間が図ごとに異なるためであり、図(d)の方が初期温度25°Cに近い分布をしているのはこの理由による。

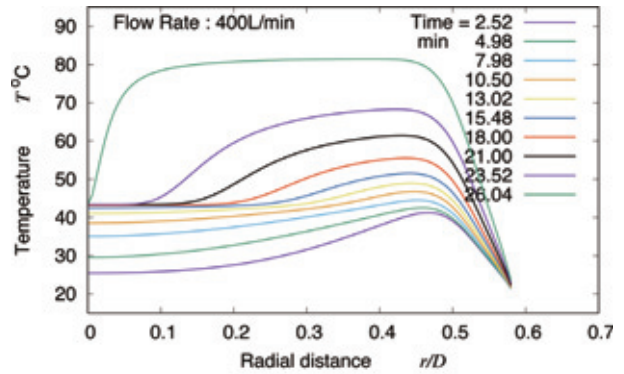
図12に示す値は融解完了時間を求めることができる最小流量から非現実な大流量まで計算可能な予測値を示



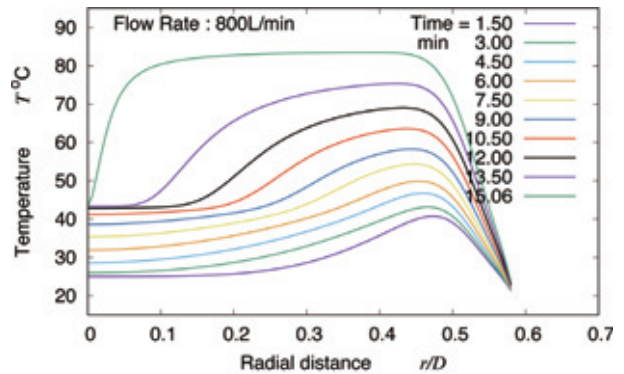
(a)  $V_f = 100L/min$



(b)  $V_f = 200L/min$



(c)  $V_f = 400 L/min$



(d)  $V_f = 800 L/min$

図11 各半径方向の温度分布変化 (200Lタンク)

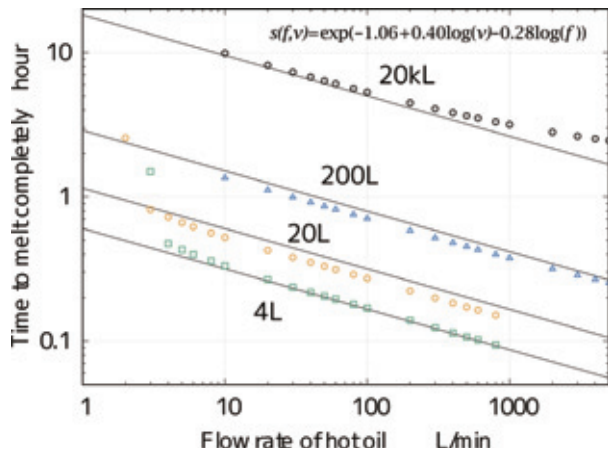


図12 タンクサイズごとの液流入量と融解時間の計算結果と指数関数で近似した計算結果

している。最小流量はエネルギーバランスで次のようにして決まる。計算セルに流入した高温流体はセルに存在していた低温の液体と混合し流出する。そのため、セルに与えられる熱量は流入出温度差に比例するが、同時にセルは熱伝導で周辺に熱が逃げる。逃げる熱が多い場合は温度が上昇せず融解しなくなるため、融解完了時間が求められない。

セル体積は中心からの距離に比例するため中心に近いセルでは流入流量が存在流量に比べて多く、混合温度は流入温度に近い。そのため、流入出温度差に比例する系に与えられる熱量は中心部分ほど少なくなるために、同量の流入量があっても、同時に系に存在する固体の融解に使われる熱量は少ないことになり、融解完了までの時間は、周辺部融解モデルの方が短いと考える。

周辺部融解モデルでの融解時間  $\tau_m$  を示した図12において、両対数表示すると傾きが  $-0.28$  の直線で近似できる。図12に近似した関数と実験値を比較できることを示した。

$$\tau_m(f, v) = 0.3465v^{0.40}f^{-0.28} \quad (26)$$

ここで、 $f$  は流入量 L/min、 $v$  はタンクの容積 L である。

異なる体積を持つ4つのタンクの計算結果を良い精度で評価できる式(26)において、同じタンク容量で小流量時は、この曲線から外れ融解時間は流量が小さくなればなるほど両対数グラフの中でも指数関数的に大きくなり、更に小さな流量では融解することができなくなる。

周辺部融解モデルでは、タンク表面からの熱損失が流入による加熱熱量を上回れば、タンク内の固体は固相のままわずかに温度上昇しただけで定常になる。中心部融解モデルでは、融点よりも低い初期値になっているため、小流量では流入した高温液体から受ける熱量はすべて周囲への熱伝導で散逸し、温度が融点を下回るとそこは凝固したこととなり、新たに高温流が流入できなくな

るため、計算は停止してしまう。実際に見ることができ現象でも、ロウの高温液が流入すると同時に冷却されて凝固することがあることに対応する。

表2に示すように実験値には完全凝固状態からの融解、半分凝固した状態からの融解も含まれている。しかしながら、同じ条件でも融解時間は異なるなど、実験の初期値としての凝固状態はあまり結果に影響していないため、区別せずに図13に示すようにこの計算値は実験値をよく表している。

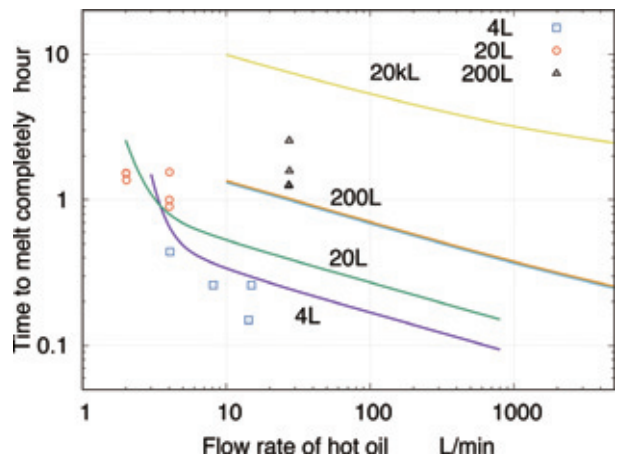


図13 タンクサイズごと融解時間の計算結果と実験値の比較

この計算が停止する最小流量は、半径方向の分割幅に依存することがわかっている。セルが微小になればより少流量まで停止しにくくなる。この少流量での融解現象を模擬するためには別のモデルが必要になるが最小流量の決定要因について実験と計算から求めることは本論のテーマではない。

## 5. 考察

すでに多くの考察は、前節結果の中で論じてきた。ここでは、計算の結果求められた、流入量と融解時間と関係について考察する。

### 5.1 流入量と融解時間と関係

1つのタンクサイズでは固相にあるパーム油量は同じであるので、総融解熱量はタンクサイズで決まる。そのため、流出入するパーム油の保有熱量差(流量×エンタルピー差)は、融解熱量とタンクの外周から消散する熱伝達損失量に対応したものとなる。

$$m\Delta H + \int_0^{\tau} K(T_i - T_0)dt = \int_0^{\tau} \dot{m}c(T_{in} - T_{out})dt \quad (27)$$

ここで、 $m$ : タンク内固相パーム油量、 $\Delta H$ : 融解熱、 $K$ : タンク表面の熱通過率、 $T_i$ : タンク内温度、 $T_0$ : 外気温度、 $\tau$ : 融解時間、 $\dot{m}$ : 流入量、 $c$ : 液相の比熱、 $T_{in}$ : 流入温度、 $T_{out}$ : 流出温度、である。

$K$ は微小であり、融解時間 $\tau$ も短い場合には左辺第二項は微小になり、 $m\Delta H$ は一定であるので、パーム油の流出入温度差が一定なら、 $m\Delta H \propto \dot{m}\tau$ となり、図13は両対数で傾きが $-1$ の直線になるはずである。しかし、計算結果は傾きが約 $-0.3$ となる。これは、流出入温度差が一定でなく、融解量の関数となるため、 $\tau = C\dot{m}^{-0.3}$  ( $C$ =定数) となると考える。つまり、 $T_{in} - T_{out} \propto \dot{m}^{-0.7}$ であり、流量を多くしても、流入熱は有効に使われないことを意味する。

また、同じタンク容量では低流量時の傾きは0.3よりも大きく、 $T_{out}$ は融点となり、 $T_{in} - T_{out}$ =一定になるため、 $\dot{m}$ に比例するようになるばかりか。式(27)で、左辺の被積分値が小さくなり、 $\tau$ は大きくなるため、左辺第二項の表面からの熱伝達による損失が無視できなくなる。このため、直線から外れる。

また、同じタンク容量で高流量時の傾きは0.3よりもさらに小さくなる。融解速度を律速する要因には、

- a) 融解した液体からの固相への相変化を伴う熱伝導
- b) 凝固部分の熱伝導
- c) 融解面の形状と界面の液の温度と流速

がある。相変化している層は水のような物質の一定の温度である融点ではなく融点の範囲(パーム油では組成によって $30 \sim 60^\circ\text{C}$ )が広く、凝固によって組成分離が起こるため融解面では組成偏在する。これは融解している界面の構造を決めるには詳細な計算が必要となり、融点の低い一部が融解した時に、融点の高い部分を剥離したり、軟化した固相部分を変形させたりすると考えられる。

流入した高温の液体から凝固部分に伝熱するときに、厚い融解層を通して伝熱することになり、高温の流量を増加させても流入熱が融解に使われることなく流出する傾向が強くなることを意味している。

## 6. ま と め

以上の予備実験と予備実験をスケールアップした本実験を模擬する計算の結果から次の知見が得られた。

- a)  $L/D=2.5$ の円筒型のタンクを球体として一次元近似をし、融解した液体の自然対流による熱移動を熱伝導項に組み込むことで、熱伝導方程式として解くことができる。
- b) 組み込んだ相当熱伝導率には、Pe数を用いることができる。
- c) 熱伝導方程式モデルで、実験結果をほぼ模擬することが可能である。
- d) 融解のモデルとして、周辺部融解モデルと、中心部融解モデルを比較した結果、周辺部融解モデルの方が実験結果をよく説明できる。
- e) 融解時間 $\tau$ は、本研究のモデルについては、 $85^\circ\text{C}$ 液体の流入量を $fL/\text{min}$ 、タンク容量を $VL$ とする

と、 $4 < V < 20 \times 103$ ,  $2 < f < 2000L/\text{min}$ の範囲では、

$$\tau = 0.3465v^{0.40}f^{-0.28}$$

- f) 融解時の温度履歴から、過冷却や履歴にヒステリシスは起こっていないことがわかった。

本研究は融解している凝固部分と液体部分の境界の細部に立ち入らず、融解現象を模擬できるかに挑んだ研究である。対流項を入れた計算はそれほど難しくはなく、比較すべき課題ではあるが、本研究ではあえて相当熱伝導率で記述することを目標とした。更に、相当熱伝導率の細かい検討や、融解モデルの再検討、融点の変化における融解特性への影響などこの簡略化したモデルで検討すべき内容があることが明らかになった。

このような簡略化にはそれなりの限界があることが分かったが、相変化という熱と物質移動が同時に起こり半凝固状態にある層の問題をしっかりと記述できる数式モデルがない限り3Dで相変化を組み込んだフルCFDで現象を模擬計算する場合にも融解状態の詳細な解明という同じ問題が存在することを明らかにした。

## 参考文献

- [1] L.P. Filippov. Liquid thermal conductivity research at moscow state university. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 11, p. 331, 1968.
- [2] Kenji Mochizuki, Masakazu Matsumoto, and Iwao Ohmine. Defect pair separation as the controlling step in homogeneous ice melting. Nature, Vol. 498, p. 350, June 2013.
- [3] 内田英行, 岩崎慶. 融解後の水を考慮した粒子ベース水塊融解シミュレーション. 情報処理学会関西支部大会, 2009.
- [4] 岸本健, 浜野雅夫, 石田隆. 溶融したパラフィンの凝固現象. 国士館大学理工学部紀要, No. 11, pp. 3-10, 2018.
- [5] 藤澤誠, 三浦憲二郎. 熱力学に基づく氷解現象のアニメーション. 情報処理学会論文集, Vol. 47, p. 2746, August 2006.