

人体システムの呼吸循環応答の同定と健康運動指標の作成 (疲労と競技パフォーマンスの数理モデルの検討)

Identification of pulmonary and cardiovascular response in the human body and devising of health and fitness indicators: Study of a mathematical model of fatigue and competitive performance

木村 真優子*, 海保 享代**, 伊藤 拳***

Mayuko KIMURA*, Takayo KAIHO** and Susumu ITO***

I. 序 論

これまでのプロジェクトとして運動時の呼吸循環応答について研究を続けてきたが¹⁻⁸⁾、今回は、競技のパフォーマンスの比較的単純な数理モデルを構築し、その有用性について検討を始めた。これまでの preliminary な結果について報告する。

運動能力を外から測れば実際の競技成績が何処まで予測できるか、其の為には何を測定すれば良いのかは、体育学の最も根本的な研究課題の一つであろうと思われる。比較的長い時間分解能での個人の運動能力は基本的には遺伝と環境と個人運動履歴 (トレーニング歴、競技歴、etc.) に依存していると考えられる。(←生活習慣病の概念での遺伝、環境、生活習慣に対応する)

運動能力の長期的変動は不可逆的な課程を多く含む。成長と共に運動能力は上昇するが、成人後 (種目によりピークは異なる) は徐々に衰え、老化と共に著しい能力の低下を認める事になる。

短期的な能力の増減はトレーニング、休養、栄養補給、怪我捻挫等の身体の故障などで変化するが、一般に可逆的である。

今回は短期的な能力の変化の指標として疲労と言う概念を用いて、比較的単純なモデルによりその有用性を検討した。

II. 結 果

比較的単純にモデル化が可能と思われる中長距離走の最適戦略について、ある時点 t での出力パフォーマンス (出力変数) $y(t)$ が中枢神経系 (脳) よりの指令 (ここでは指令変数と呼ぶ) $x(t)$ 、と疲労 $f(t)$ のみにより決定され、疲労の変化はその時点の疲労と指令入力のみによって決定される単純なモデルを考える。

すなわち

$$y(t) = y(x(t), f(t))$$

$$df(t)/dt = F(x(t), f(t)) \text{ とする。}$$

少し具体的なモデルを考える。

指令変数は最小を 0、最大を 1 とする。 ($0 \leq x(t) \leq 1$)

疲労は 0 以上の実数で表す。 ($0 \leq f(t)$)

疲労は指令の定数 a 倍で増加し、かつその時点での定数 k 倍の速さで回復するとする。

* 国士館大学ウエルネス・リサーチ・センター (Wellness Research Centre, Kokushikan University)

** 健康科学大学健康科学部 (Department of Health Science, Health Science University)

*** 国士館大学ハイテク・リサーチ・センター (High-Tech Research Centre, Kokushikan University)

$$df/dt = a x(t) - kf(t)$$

出力（走行速度）が疲労がなければ指令入力**b**倍、疲労が∞で0となる式として次式を採用する。

$$y(t) = bx(t)/(1 + cf(t)^2)$$

（定数**c**は疲労の自乗が出力に影響する程度を表す。）

この比較的単純な連立微分方程式によって走りの戦略と結果を考察してみる。

先ずもっとも単純な戦略として最初から最後まで最大の指令入力を維持する結果を示す。

$$x(t) = 1 \text{ となるので、 } y(t) = b/(1 + cf(t)^2),$$

$$df/dt = a - kf(t) \text{ となるが、}$$

初期条件として $f(0) = 0$ として $f(t)$ について解くと、

$$\text{変数分離型なので、 } 1/(a - kf) df = dt$$

両辺を積分して、

$$-\log(a - kf)/h = t + C$$

$$a - kf = C'e^{-kt} \text{ (} C' = he^{-C} \text{)}$$

$$f = (a - C'e^{-kt})/k$$

初期条件より $C' = a$ となり

$$f(t) = a(1 - e^{-kt})/k, \text{ 従って}$$

$$y(t) = bk^2/(k^2 + c a^2(1 - e^{-kt})^2) \text{ となる。}$$

$f(t)$ は時間と共に a に漸近し、従って

$$y(t) \text{ は } bk^2/(k^2 + c a^2) \text{ に漸近する。}$$

ゴールまでの走行距離を L とすると、 $\int_0^t y(t) dt = L$ となる t が競技記録となる。

指令入力を控えて 1 より小さい $0 < x < 1$ とすると、出力 $y(t)$ は

$$y(t) = bk^2x/(k^2 + c a^2x^2(1 - e^{-kt})^2) \text{ となり、}$$

$$y(\infty) = bk^2x/(k^2 - c a^2x^2) \text{ となる。}$$

興味深いのは、この単純なモデルでも一定の指令入力を持続する場合の最適な戦略が疲労関数や出力関数のパラメータとゴールまでの走行距離 L に依存し、短距離では一般に全力走行を続ける事が最適であり、中長距離では指令入力を少し控えた所で最大（走行時間では最小）競技パフォーマンスが得られる事である。

最適戦略としては一般に時間と共に指令入力を

変化させる事が必要となり変分を用いて $\int_0^t y(t) dt = L$ の最小値を得る事が可能である。かなり一般的な仮定の基でゴール直前では最大指令入力 ($x(t) = 1$) を与える事が最善であることがモデルによって示される。

少し一般化して現実に合わせてモデルとしては、疲労が単純に指令入力に依存するのではなく、身体の状態を表す内部変数 $I_1(t)$ （血糖値、乳酸値、動脈酸素分圧、動脈二酸化炭素分圧、その他）に依存し $df(t)/dt = F(I_1(t), I_2(t), I_3(t), \dots, x(t), f(t))$ の様な形となり、それぞれの内部変数が

$$dI_1(t)/dt = \text{Int}_1(I_1(t), I_2(t), I_3(t), \dots, x(t), f(t))$$

$$dI_2(t)/dt = \text{Int}_2(I_1(t), I_2(t), I_3(t), \dots, x(t), f(t))$$

・
・
・

の様な形の連立微分方程式で表されるモデルが考えられる。

単純なモデルとの違いは、疲労の変化が、その時点での疲労と指令変数だけでは決まらず、内部変数にも依存する為、見かけ上同一の疲労状態であっても指令入力による疲労の増大が異なるので、同一の指令入力に対してもその後の出力経過に差が出る事である。

この場合でも変分法を用いて最適戦略を求める事が可能である。但し、非線形性が強いモデルになると、極小解が複数得られる場合があり、真の最小解を得る際に注意が必要となる場合がある。この状況は経済学での Nash equilibrium に見られるように、トレーニングなどで走行の仕方（初めから高出力で走る、比較的 low 出力で最後に全力を出す等の戦略）を最適になるよう調整して行く事で少しづつ近づけようとしても極小解にしか到達できず最適解に至らない等の現実問題とも関連してくる。

Ⅲ. 考 察

局所的な線形性を仮定すれば出力パフォーマンスの疲労依存性、および疲労の内部変数に対する依存性がある程度実験によって決定する事が可能であると思われるが、今の所それを目的とした研究は殆どないと思われる。今回は比較的単純な中長距離走のモデルを考察したが、3つの別々な相が続くトライアスロンの最適戦略や、さらにはテニス、剣道、柔道などの1対1の試合の結果予測も確立過程を組み入れたモデルを構築する事で考察が可能と思われる。比較的簡単で実際の競技を反映するようなモデルが構築できれば、スポーツ科学の中で興味深く役に立つ研究につながると考えている。

参考文献

- 1) Nemoto K, Kaiho T, Ito S, Yoshioka K and Maki A, "Effects of passive leg raising on cardiovascular functions as analyzed by fingertip pulse pressure profiles". Biomed Res Clin Prac (2016) 1 : 6-81
- 2) Németh H, Saito H, Kimura M, Kuboyama I, Ito S, Yoshioka K and Pavlik G, "Rapid Restitution of the Lung Functions Following Short-Term Breath-Holding During Moderate Intensity Cycling Exercise". The Open Sports Medicine Journal, (2009) 3 : 66-72
- 3) Kaiho T, Németh H, Watanabe T, Ito S, Yoshioka K "Recovery processes of the respiratory gas dynamics after breath-holding during cycling exercise". Hungarian Review of Sports Medicine (2013) 54 : 89-99
- 4) 木村真優子, 海保享代, 吉岡耕一, 渡邊剛, 窪山泉, 伊藤拳 "運動負荷に対する呼吸循環応答の線形性と非線形性". 体育研究所報 (2015). 34 : 79-82
- 5) 小野浩二, 竹川智樹, 木村真優子, 上村孝司, 海保享代, 窪山泉, 渡邊剛 "起立時、着席時における血圧変動について". 体育スポーツ科学研究 (2011) 11 : 55-60
- 6) 齊藤初恵, 木村真優子, Németh H, 渡邊剛, 伊藤拳, 吉岡耕一 "自転車エルゴメーターによる漸増負荷運動時の酸素摂取動態に対するモデルの妥当性". 体育・スポーツ科学研究 (2007) 7 : 55-59
- 7) 齊藤初恵, 木村真優子, 渡邊剛, 伊藤拳, 窪山泉, 吉岡耕一 "連続ウェーブレット変換を用いた一定負荷運動時における酸素摂取応答の時間周波数解析". 体育研究所報 (2006) 25 : 103-107
- 8) 齊藤初恵, Németh H, 木村真優子, 渡邊剛, 伊藤拳 "ランプ負荷運動を含む一定負荷自転車ペダリング運動時の酸素摂取動態に対する数式モデルの検討" 体育・スポーツ科学研究 (2006) 6 : 65 : 69-12)