【翻　訳】

第３章　ソロー成長モデル*

石　山　健　一

目　　次

3.1　はじめに

工業化の進んだ時代には，ほとんどの国家はマルサスの罠から何とか抜け出していた。第３章では，この時代における国家間での富と貧困の決定について分析しよう。たとえば，スイスやノルウェーのような最も豊かな国々のGDPの水準が，ニジェールやハイチのような最も貧しい国のGDPの水準の百倍以上であるのはなぜなのだろうか。ここでは，景気循環のような短期の現象よりは，むしろ，そのような長期的な発展のパターンについて理解することを試みる[1)]。

人口成長が相対的に低い（外生的な）水準で安定していると仮定すると，この枠組みのなかでは，それが重要な役割を果たすことはないと考えられる。初期状態において労働者一人あたり物的資本が相対的に低い水準の経済が，どのようにして相対的により豊かな国々よりもはやく成長するかを示す上では，むしろ，重要な生産要素は物的資本であり，その鍵となる過程は収束（*convergence*）の過程である。

新古典派の成長モデルはロバート・ソローの論文，Solow（1956）をルーツとして築かれ，今では，マクロ経済学の研究において，最も重要なモデルのひとつとなっている。まずは，よく知られた方程式から収束のような最も重要な含意を導き出すことを手始めに，最終節ではソロー・モデルのいくつかの拡張版を示すことにしよう。その拡張においては，技術進歩や人的資本を基礎的な枠組みに組み込む方法が明らかにされる。

3. 2　基本的仮定

すぐに明らかになることであるが，論理的観点からみたソロー成長モデルの主たる貢献は，物的資本が内生的であると仮定したことである[2)]。

最も簡単なソロー成長モデルでは，次のような総生産関数を仮定する。

$$Y_t = F(K(t), L(t)) \tag{3.1}$$

ここで，Y_t は生産面から集計した GDP の合計であり，$K(t)$ は物的資本の合計で，時間の関数である。また，$L(t)$ は総労働力を表す[3)]。$K(t)$ は一国における工場や機械のストックの合計，$L(t)$ は全労働者数と考えても構わない。説明を簡単にするため，今後は，通常，時間（t）の表記を省略することにしよう。したがって，K と L が生産要素あるいは総生産過程における投入である。

同様にして，より技術的な以下の仮定を置く。

- 規模に関して収穫一定（*constant returns to scale*）：$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$。

- すべての生産要素について，限界収入は正であるが逓減する（*all factors of production have positive but diminishing marginal returns*）：K のすべての水準で $\dfrac{\partial F}{\partial K} = F_K > 0,\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial K^2} = F_{KK} < 0$;

L のすべての水準で $\dfrac{\partial F}{\partial L}=F_L>0,\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial L^2}=F_{LL}<0$。

収穫一定の仮定が意味することは，たとえば，もし，K と L が同時に 2 倍になったら，産出量の合計も 2 倍になるということである[4)]。2 つ目の仮定が示唆しているのは，F が両方の生産要素に関して凹関数であること，そして，限界生産物が常に正であることである。これは，マルサス・モデルで用いられていたリカーディアンの収穫逓減の仮定と全く同じものである。

さらに，総生産関数は次のように変換することができると仮定しよう。

$$\frac{F(K,\mathrm{L})}{L}=F\left(\frac{K}{L},\frac{L}{L}\right)=F\left(\frac{K}{L},1\right)=f(k),\ \text{ただし}\ k=\frac{K}{L} \tag{3.2}$$

この変換は（3.1）式の集約型（*intensive form*）と呼ばれ，k は，形式上，労働者一人あたり資本（*capital per worker*）と呼ばれる。後で分かることであるが，この集約型の式を用いることによって，この先の節の計算が著しく簡単化されるのである。

集約型の生産関数は上述したものと全く同じ基本的性質を持っている。

● $k>0$ のすべての水準で $f(0)=0; f'(k)>0; f''(k)<0$。

成長理論における生産関数として最もよく用いられる関数形式は，次のコブ＝ダグラス型（*Cobb-Douglas*）である。

$$Y=F(K,L)=K^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{3.3}$$

L で割ることによって，集約型あるいは一人当たり産出量が得られる。

$$y=f(k)=\frac{K^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L}=K^{\alpha}L^{-\alpha}=\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}=k^{\alpha} \tag{3.4}$$

3.3　動学

ソロー成長モデルのすべての変数は時間の関数である。よって，次の段階

では，それらの動学あるいは運動法則（*laws of motion*）を明らかにしよう。この設定の下では，労働 L の成長はモデルによって説明されるのではなく，次のように外生的に決まるものと仮定されている。

$$\frac{dL(t)}{dt}=\dot{L}(t)=nL$$

ただし，$n>0$ とする。この式から

$$\frac{\dot{L}}{L}=n$$

が得られる。この式では，n は労働力（あるいは人口水準）の成長率（パーセント）である。本来，時間微分はストックの瞬間的な変化分を示すものであるが，ここでは，たとえば，$\frac{\dot{L}}{L}$ を国民経済計算における年間成長率とみなす[5)]。よって，n の典型的な水準は0.01から0.05程度であろう。

ソロー・モデルのなかでも極めて重要な動学方程式は，物的資本ストックの変化率を明確化した

$$\dot{K}=sY-\delta K \tag{3.5}$$

である。この式において，$s>0$ は産出量の合計 Y のうち貯蓄されたものの割合であり，$\delta>0$ は資本減耗率，すなわち，物的資本全体のうち毎年少しずつ壊れていく資本の割合である。（典型的な，よく観測される水準は $s=0.2, \delta=0.05$ である。）この式を書き直すと，

$$sY=\dot{K}+\delta K=I$$

となる。この式から，貯蓄の合計 sY を（資本ストックの実際の増加に結び付く）純投資（*net investment*）$\dot{K}$ と（壊れた資本を新しいものに置き換える）更新投資（*replacement investments*）δK に使用することが可能であること，さらには，純投資と更新投資を足し合わせたものが総投資の全体 I であることが分かる。

ソロー成長モデルは暗黙的に貿易も政府も存在しない閉鎖経済を仮定している。よって，その経済の支出としては（基本的な方程式（1. 1）と較べて）投資と消費のみが考えられる。それゆえ，

$$Y=\dot{K}+\delta K+C=I+C$$

と書くことができる。ここで C は総消費の水準を表す。

$\dot{K}$ を集約型で表現する $\dot{k}$ を求めるために，$k(t)=\dfrac{K(t)}{L(t)}$ であることを思い出せば，微分のチェーン・ルールと割り算の法則により，

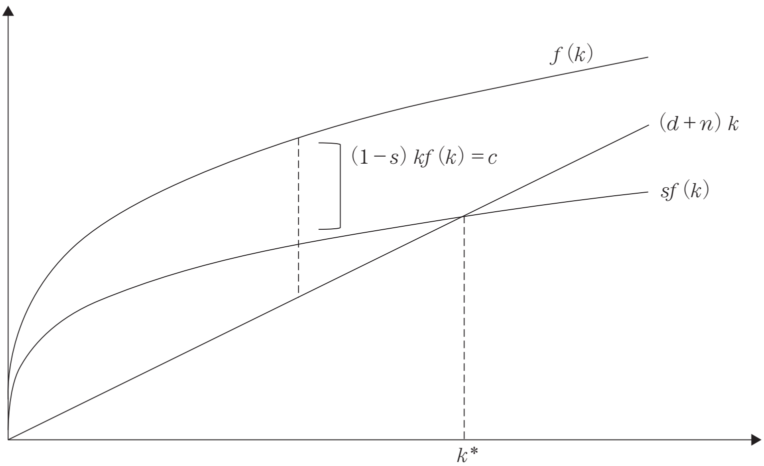
$$\begin{aligned}\frac{dk(t)}{dt}&=\dot{k}=\frac{\dot{K}}{L}-\frac{K}{L^2}\dot{L}\\&=\frac{\dot{K}}{L}-k\frac{\dot{L}}{L}=\frac{sY(t)-\delta K(t)}{L}-nk\\&=sf(k)-(\delta+n)k\end{aligned}\qquad(3.\,6)$$

を得ることが出来る。(3. 6) 式の 3 行目の式がソロー成長モデルの中心的な方程式である。

3. 4　均衡

先の $\dot{k}$ 方程式は，図 3. 1 のように描くこともできる。横軸が効率労働 1 単位あたりの資本 k を示しているのに対し，縦軸は単なる水準を表している。ここで，最も重要な 2 つの線は，曲線 $sf(k)$ と $(\delta+n)k$ である。$f''(k)<0$ であるから前者は凹であることに注意しなくてはならない。$sf(k)$ は投資の実際の水準（*actual level*），$(\delta+n)k$ は投資の損益分岐の水準（*break-even level*）として言及されることもある。一方，これらの曲線の上には，もうひとつの曲線 $f(k)$ がある。曲線 $sf(k)$ と曲線 $f(k)$ の間の垂直距離が $c=C/L$，すなわち，労働 1 単位あたりの消費に等しいことに注意しよう。

図3.1　新古典派的成長の図



k の値が高い水準では $\dot{k}<0$ であるのに対し，k の値が低い水準では $\dot{k}<0$ である。図3.1のなかでは，唯一の安定な均衡は，曲線 $sf(k)$ と $(\delta+n)k$ が交差する点 k^* に存在する。これは $\dot{k}=0$ となる，つまり，K と L がある「均斉」成長率で増大するときの k の水準でもある[6)]。k^* は，しばしば，定常均衡（*steady-state equilibrium*）ともよばれる。

3.5　含意

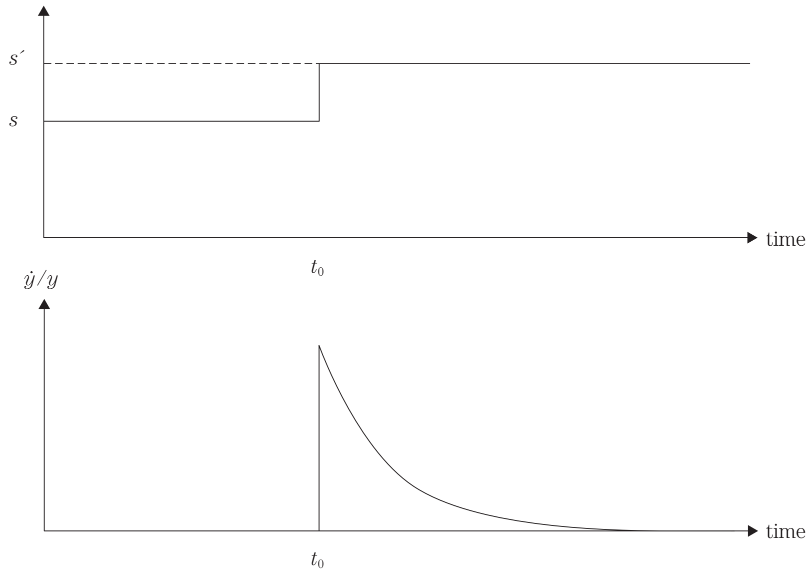
3.5.1　コブ＝ダグラス型の関数形式

もし，生産関数として（3.4）式のなかにあるようなコブ＝ダグラス型の関数形式を仮定するなら，以下の $\dot{k}$ 方程式が得られる。

$$\dot{k}=sk^{a}-(\delta+n)k$$

この式から，（チェーン・ルールを使うことによって）労働者一人あたり成長率を求めることもできる。

図 3. 2　貯蓄率の増加が労働者一人あたり成長率に及ぼす影響



$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\frac{d(k^a)}{dt}}{k^a}=\frac{ak^{a-1}\dot{k}}{k^a}=\frac{a\dot{k}}{k} \tag{3.7}$$

$$=sak^{a-1}-a(\delta+n)=\frac{sa}{k^{1-a}}-a(\delta+n)$$

k が低い水準のときには $\dot{k}>0$ であり，経済は高成長するであろうことから，短期的には，労働者一人あたり成長率は k の初期水準に依存すると考えられる。しかし，k が増加するにつれて，経済は，$\dot{k}=0$ である定常状態の水準 k^* に徐々に接近するであろう。さらに，定常状態における貯蓄率 s の偶発的な増加は，$\dot{k}$ の符号を正に変えるため，労働者一人あたり成長率を一時的に高めると考えられる。ただし，長期的な効果は，k が新しい（そしてより高い）均衡水準（図 3. 2 を見よ）に到達したときゼロになるはずである。同様にして，人口成長における突然の増加は，k の値とそれに関連した

労働者一人あたり産出量がより低い水準の均衡に経済がたどり着くまでマイナス成長をもたらすと考えられる。成長率への一時的な効果と定常状態における産出水準への永続的な効果に関するこの予測は，このモデルから得られる最も重要な予測のひとつであり，実証研究の分野において数えきれないほど検定されているものである。

k の定常状態の水準は次のようにして求めることもできる。

$$\dot{k}=0 \Rightarrow s(k^*)^{\alpha}=(\delta+n)k^* \tag{3.8}$$

$$\Rightarrow (k^*)^{\alpha-1}=\frac{(\delta+n)}{s} \Rightarrow k^*=\left(\frac{\delta+n}{s}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

$$=k^*=\left(\frac{s}{\delta+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

ここで留意しておくべきことは，最後の式変形は指数 $\left(\dfrac{1}{\alpha-1}<0\right)$ を正の値にするためのものであったことである。定常状態の水準に関するこの式は，k^*が貯蓄率 s の増加とともに増大し，資本減耗率 δ や人口成長率 n の増加とともに減少することを明示している。同じ結果は，図3.1の曲線を動かすことによっても得られる。定常状態における労働者一人あたり産出量の水準は，

$$y^*=(k^*)^{\alpha}=\left(\frac{s}{\delta+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

となる。

3.5.2　資本蓄積の黄金律

貯蓄率 s の増加は，定常状態における効率労働1単位あたりの消費水準 c^* にどのような影響を与えるであろうか。ここで留意すべきは，

$$c^*=(1-s)f(k^*)=f(k^*)-(n+\delta)k^* \tag{3.9}$$

である。（3.8）式からk^*はsとともに増大することが分かるが，（3.9）式にはk^*がc^*に及ぼす正と負，両方の影響が存在する。偏微分をとると，

$$\frac{\partial c^*}{\partial s}=[f'(k^*)-(n+\delta)]\frac{\partial k^*}{\partial s}$$

となる。この式の符号は，大括弧のなかの項の符号によって決まると考えられる$\left(\frac{\partial k^*}{\partial s}>0\right.$が常に成り立つことは分かっている$\left.\right)$。$k^*$の値が小さいときには$f'(k^*)$が非常に大きいため（図3.1を見よ），そのときには$\frac{\partial c^*}{\partial s}>0$であると推測することができる。他方，$k^*$の値が大きいときには$\frac{\partial c^*}{\partial s}<0$となると考えられる。よって，$\frac{\partial c^*}{\partial s}=0$となる$k^*$が存在する。それを$k^{*,\mathrm{gold}}$で表すと，次のようになる。

$$\frac{\partial c^*}{\partial s}=0\ (f'(k^{*,\mathrm{gold}})=n+\delta\ \text{のとき}) \tag{3.10}$$

kの値がこの水準を超えるような資本蓄積は一人あたり消費cを減少させると考えられる。その資本蓄積に対応する水準sはs^{gold}とみなされる。この資本蓄積の黄金律（*golden rule of capital acumulation*）に関する洞察は，ある水準まで貯蓄率を増加させることが最良の方法である，ということである。

3.5.3　収束

収束（*convergence*），すなわち，kがより低い水準からスタートした国が労働者一人あたり産出量のより高い成長を経験するという現象について，上で述べたモデルからいくつかの説得力のある予想が導かれている。以下では，収束という特性を説明するもう一つの方法が述べられる[7]。

上述のモデルにコブ＝ダグラス型生産関数$f(k)=k^{\alpha}$を挿入するならば，労働者一人あたり産出量の成長率を次のように書けることが分かる。

$$\frac{\dot{y}}{y}=a(sk^{a-1}-\delta-n)$$

$\dfrac{Y}{L}=k^a=y$ であるから，k を $k=y^{\frac{1}{a}}$ と表すことができる。これを先の成長方程式に代入すると，

$$\frac{\dot{y}}{y}=a\left(sy^{\frac{a-1}{a}}-\delta-n\right)=a\left(\frac{s}{y^{\frac{1-a}{a}}}-\delta-n\right) \tag{3.11}$$

となる。この方程式をわずかに変えたものが経済成長の決定要因についてのクロスカントリー的な実証研究の基礎となっている。収束に関する重要な予想は，労働者一人あたり産出量の成長率が初期水準 y の上昇とともに減少するに違いないというものである。言い換えれば，他の全ての要素を一定とすると，より貧しい国はより豊かな国より早く成長するのである。収束の過程における一国の成長率は，貯蓄率 s が上昇すれば上昇し，人口成長率 n や資本減耗率 δ が上昇すれば低下する。すでに定常状態に到達している豊かな国々の成長率は，外生的なパラメータ g に依存すると考えられる。

この結果は，世界で最も貧しい国々が最も高い経済成長を経験することを示唆している。かつては貧しかった多くの国々，たとえば，中国，インド，ボツワナが最近の数十年の間に非常に急速に成長したことは周知の通りであるが，残りの国は停滞，あるいは，それどころか衰退をも経験しているのである。コンゴ民主共和国やザンビアのように，一人あたり所得の水準が半分まで落ちた国もある。次は，この問題に話を戻そう。

3.6　拡張

上で提示されたソロー成長関数の簡易版は，収束に関する重要な性質と物的資本蓄積が演じる中心的役割に気付くためのヒントを与えている。しかしながら，その関数は，経済成長にとって重要であると信じられている多くの要素のなかから，中期においてさえ起こることを捨象している。その中で最

も重要な2つの要素は，技術進歩と人的資本蓄積である。

3.6.1　技術進歩

技術進歩は，上述の基本モデルに直ちに含めることができる。第2章のように，時間 t における技術に関する知識の水準を A_t で表そう。ほとんどの成長モデルでは，さらに，技術は主として労働増大的（*labor augmenting*），すなわち，A_t は労働者たちの生産性の水準を上昇させると仮定する。合成した生産要素 A_tL_t を効率労働（*effective labor*）とよぶことにしよう[8)]。すると，総生産関数は次のようになる。

$$Y=F(K,AL)=K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}$$

さらに，技術進歩率は次のように外生的に与えられると仮定しよう。

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t}=g>0$$

いまや集約型は $\kappa=\dfrac{K}{AL}$ と表され，効率労働1単位当たりの資本（*capital per unit of effective labor*）とよばれる。κ の時間微分は，

$$\dot{\kappa}=\frac{\dot{K}}{AL}-\frac{KL}{(AL)^2}\dot{A}-\frac{KA}{(AL)^2}\dot{L}$$

$$=\frac{sY-\delta K}{AL}-\kappa\frac{\dot{A}}{A}-\kappa\frac{\dot{L}}{L}=s\hat{f}(\kappa)-\kappa(\delta+g+n)$$

となる。ただし，$\hat{f}(\kappa)=\dfrac{F(K,AL)}{AL}$ とする。ある水準 $\kappa^*=\left(\dfrac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ で $\dot{\kappa}=0$ となるのだが，そのとき，ひとつ前の節で述べたように，経済は定常状態均衡にあると考えられる。よって，効率労働1単位当たりの資本の均衡水準は，技術進歩率の上昇によって低下するのである。

いまや一人あたりの産出量は $\dfrac{Y}{L}=\dfrac{K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}}{L}=A\kappa^{\alpha}$ と表されるので，そ

の成長率は次のようにして与えられる。

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{A}}{A}+a\frac{\dot{\kappa}}{\kappa}=g+a\left(\frac{s\hat{f}(\kappa)}{\kappa}-\delta-g-n\right)$$

$\kappa=\kappa^*$のとき括弧内の項の和がゼロになることに注意しよう。よって，一人あたり産出量の均衡成長率は$g>0$だけになる。このようにして，均衡成長の状態にある豊かな国々では，技術進歩を通してのみ成長すると考えられる。その成長率は，ソロー・モデルでは外生的に与えられており，それについて何か非常に興味深いことを述べるのは不可能である。内生的成長理論（*endogenous growth theory*）の主たる狙いは，研究開発（R&D）における意図的な人的投資の結果として，この成長率を導出することであり，そのことが次の章のテーマとなっている。

3. 6. 2　人的資本

技術に関する知識の水準A_tは，（知的財産権がなく）誰もが自由に使うことのできる生産に関するアイデアのストックを捉えることを意図したものである。経済学の専門用語としては，アイデアは非競合（*nonrival*）財とよばれ，そして，それはほとんどの公共財と同じ基本性質を持つ。ひとつのアイデアは同時に数千の場所，状況で用いることができるのである[9)]。

他方，人的資本は人々に体化された技術と能力である。ある特定の人の技術を同時に二つの事業所で用いることはできない。人的資本は典型的に教育や学習を通じて強化され，陳腐化，あるいは人々が忘れる傾向にあるために，しばしば時間とともに減耗していくものである。投資を通じて増加し，減耗によって減少する物的資本とは，この意味において，人的資本は多くの共通点を持っている。

Mankiw et al（1992）は，人的資本をも含めるようにソローの基本モデルを拡張している。彼らのモデルでは，ある経済における人的資本の総量Hは，効率労働ALとは，はっきりと異なるものと考えられている。彼らの想定する総生産関数の形式は，

$$Y=F(K,H,AL)=K^{\alpha}H^{\beta}(AL)^{1-\alpha-\beta}$$

である。彼らのモデルでは，物的資本と人的資本の両方が内生的に成長する。$\kappa=\dfrac{K}{AL}$，$\eta=\dfrac{H}{AL}$，$\tilde{y}=\dfrac{K^{\alpha}H^{\beta}(AL)^{1-\alpha-\beta}}{AL}=\kappa^{\alpha}\eta^{\beta}$としよう。２つのストックの動学は，それぞれ次の式によって与えられる。

$$\dot{\kappa}=s_{\kappa}\kappa^{\alpha}\eta^{\beta}-\kappa(\delta+g+n)$$

$$\dot{\eta}=s_{\eta}\kappa^{\alpha}\eta^{\beta}-\eta(\delta+g+n)$$

パラメータ $s_{\kappa}>0$ と $s_{\eta}>0$ は，それぞれ，効率労働１単位当たりの産出量の合計 $\tilde{y}=\kappa^{\alpha}\eta^{\beta}$ のうち，物的資本や人的資本に投資される割合を示す。所得の合計に占める $1-s_{\kappa}-s_{\eta}$ の割合は，消費に回される。ゆえに，s_{η} を一国の教育投資の比率と理解してもよい。第２章で論じたように，1800年頃までのほとんどの国では，この率は非常に低かった。簡単のために，物的資本と人的資本の減耗率が全く等しい率 $\delta+g+n$ であると仮定する。

定常状態の水準 κ^* と η^* は，$\dot{\kappa}=\dot{\eta}=0$ となるところで求められる。定常状態の２つの水準のうちの一方を先に解き，その結果をもう一方に代入せねばならないため，解を得るには前より多くの代数計算が必要となる。最初に，$\dot{\kappa}=0$ から

$$\kappa^*=\left(\frac{s_{\kappa}(\eta^*)^{\beta}}{\delta+g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

が得られ，さらに，$\dot{\eta}=0$ から

$$\eta^*=\left(\frac{s_{\eta}(\kappa^*)^{\alpha}}{\delta+g+n}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

が得られる。２つの式の対数をとると，

$$\ln\kappa^*=\frac{1}{1-\alpha}\ln\left(\frac{s_{\kappa}}{\delta+g+n}\right)+\frac{\beta}{1-\alpha}\ln\eta^* \tag{3.12}$$

$$\ln\eta^* = \frac{1}{1-\beta}\ln\left(\frac{s_\eta}{\delta+g+n}\right) + \frac{\alpha}{1-\beta}\ln\kappa^* \tag{3.13}$$

が得られる。（3. 13）式の $\ln\eta^*$ を（3. 12）式に代入すると，

$$\ln\kappa^* = \frac{1}{1-\alpha}\ln\left(\frac{s_\kappa}{\delta+g+n}\right) + \frac{\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\ln\left(\frac{s_\eta}{\delta+g+n}\right) + \frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}\ln\kappa^*$$

となる。これを $\ln\kappa^*$ について解くと，

$$\ln\kappa^* = \frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}\ln\left(\frac{s_\kappa}{\delta+g+n}\right) + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta}\ln\left(\frac{s_\eta}{\delta+g+n}\right)$$

となる。この式を指数変換することによって，閉じた形式の解

$$\kappa^* = \left(\frac{s_\eta^\beta s_\kappa^{1-\beta}}{\delta+g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

を得ることができる。同様にして η^* を求めると，次のようになる。

$$\eta^* = \left(\frac{s_\kappa^\alpha s_\eta^{1-\alpha}}{\delta+g+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

これらの方程式には，s_η が上昇すると κ^* が増大し，s_κ が上昇すると η^* が増大するという特筆すべき特徴がある。このような効果が発生するのは，s_η が高くなると η の水準が上昇し，利用可能な資源 $\tilde{y}$ も増え，物的資源に投資される所得の合計も増えるからである。

この経済における定常状態での一人あたり産出量の水準は

$$y^* = A_t(\kappa^*)^\alpha(\eta^*)^\beta = A_t\left(\frac{s_\eta^\beta s_\kappa^{1-\beta}}{\delta+g+n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{s_\kappa^\alpha s_\eta^{1-\alpha}}{\delta+g+n}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}$$

$$= A_t\left(\frac{s_\eta^\beta s_\kappa^\beta}{(\delta+g+n)^{\alpha+\beta}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}$$

である。A_t が一定水準に収束しない唯一の生産要素であるから，一人あたり産出量の均衡成長率は上述したように g に等しいと考えられる。

参考文献

Mankiw, G., D. Romer and D. Weil（1992）A contribution to the empirics of economic

growth. *Quarterly Journal of Economics*, 107 (2),407-437.
Romer, P.（1994）The origins of endogenous growth. *Journal of Economic Perspectives*, 8 (Winter), 3-22.
Solow, R.（1956）A contribution to the theory of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70 (February), 65-94.

注

＊　本翻訳は，原著「Essentials of Advanced Macroeconomic Theory」の著者である Ola Olsson ならびに権利者である TAYLOR & FRANCIS（UK）の許諾を得て行っている。

1）典型的な景気循環の周期を約5年とすると，長期という用語は，少なくともそれよりは長い期間として用いられている。

2）内生的な（*endogenous*）変数とは，それがそのモデル自身によって説明される変数のことである。他方，外生的な（*exogenous*）変数は，それが所与として扱われ，モデルによって説明されない変数である。

3）通常，この関数は技術に関する知識の水準 $A(t)$ をも含んでいる。$A(t)$ については，後程紹介しよう。

4）このことを，生産関数は1次同次であるということもある。

5）後の章に出てくる世代重複モデルでは，時間は連続的ではなく離散的であると仮定している。

6）系が安定であることを確認するためには，k^* の左にある k の値を1つ選んで試せばよい。その値では $sf(k)$ は $(\delta+n)k$ を超過しているだろう。すると，$\dot{k}>0$ なので，k は増大して右に動く。k^* の右では逆のことが起こる。k^* 上でのみシステムは安定な点に到達する。

7）同様の議論については，Romer（1994）を見よ。

8）この特性を「ハロッド中立的」ということもある。技術に関しては別の仮定を置くこともあるが，それらについては，ここでは議論しないことにしよう。

9）技術の性質については，後程議論する予定である。