

中国における除算法の起源(二)

鈴木久男

目次

- 一 幼稚な除法―累減
- 二 古代の除法―商除
- 三 省略除法―身外減と求一除
- 四 楊輝の特殊除法
- 五 増成一法
- 六 九帰法の出現
- 七 宋代除法のまとめ  
(以上33号所収)
- 八 帰除法の完成―元代
- 九 明代の普通算法
- 十 明代の特殊算法
- 十一 明代除法のまとめ
- 十二 むすび

八 帰除法の完成

九帰法は元代『算学啓蒙』（一二九九、朱世傑）で完成する。すなわち、総括に积九教法<sup>①</sup>について、

九帰除法

- 一帰如一進 見一進成十 二一添作五
  - 逢二進成十 三三三十一 三二六十二
  - 逢三進成十 四一二十二 四二添作五
  - 四三七十二 逢四進成十 五帰添二倍
  - 逢五進成十 六一下加四 六二三十二
  - 六三添作五 六四六十四 六五八十二
  - 逢六進成十 七一下加三 七二下加六
  - 七三四十二 七四五十五 七五七十一
  - 七六八十四 逢七進成十 八一下加二
  - 八二下加四 八三下加六 八四添作五
  - 八五六十二 八六七十四 八七八十六
  - 逢八進成十 九帰隨身下 逢九進成十
- があり、卷上、縦横因法門 身外加法門 留頭乘法門 身外減法門とつづいたのち、

九帰除法門 二十九門

実少法多従法帰 実多満法進前居

常存除数専心記 法実相停九十余

但遇無除還頭位 然將積九數呼除

流伝故泄真消息 求一穿韜総不如

の七言律詞があり、問題29問がある。

今有錢四貫三百二十文 欲糶白豆每斛價錢二十文 得幾何 答曰 二百十六斛

のような形で、43200÷300, 1416÷4, 27350÷50, 27035÷50, 4416÷6, 62400÷700, 50720÷80, 38250÷90, 17745÷210, 24035÷380, 43875÷4500, 20196÷54, 5661÷68, 151632÷72, 591948÷87, 79534÷91

のような問題が続いている。九婦のみでなく除法も含まれており、詩歌の、「法実相停九十余」は撞婦法の見一無除作九一……を指しており、「遇無除還頭位」は還原法の婦一下還一を指すものである。但し『算学啓蒙』に撞婦句、還原句の記載はない。

詩歌の終りに「流伝故泄真消息」がある。流伝として撞婦還原が伝わっていたと考えてよいであろう。

『丁巨算法』(一三五五)には詩歌はないが、四千八百九十八両八錢五分一釐六毫五糸 以三婦五除 の問題に、

呼逢三進一十 除一五如五 三一三十一 除三五一十五 呼、撞、婦、九、十、三、

除五九四十五 呼三二六十二 除五六三十 呼三二六十二 逢三進一十 除五七三十五 呼逢三進一十

除一五如五 呼撞婦九十三 除五九四十五 総得数

がある。4898.85165÷35=13.996719 がこれで、このとおりの句を使って答が出るのである。この句の中に撞婦九十三が三回出てくる。一番はじめは三四八を三五で割るときである。

三四と三八とでは実少く法多きときで、このとき撞帰九十三を使うから、

(撞帰法)

$$348 \div 35 = 9 \cdots 33 \text{ において}$$

法	実
35	348
—	—
	↓ 90
撞帰九十三<	+ 3
—	
35	978
五九四十五	— 45
	—
	933
	↓ 答
	↓ 余り

となる。なお、この書では、「逢三進一十」となっている。

『算法全能集』は元代の書であろう。

帰除 訶曰として、

惟有帰除法更奇 将身帰了次除之

有帰若是無除数 起一回将元数施

或値本帰帰不得 撞帰之法莫教遅

若還識得中間法 算者並無差一厘

があり、二帰為九十二 三帰為九十三 四帰為九十四 五帰為九十五 六帰為九十六 七帰為九十七 八帰為九十八

九帰為九十九が記され、撞帰法が完成する。

「還原法については、起一回将元数施」の詩歌があるのみで還原句の記載はないが、当然後の起一下還一の方法は理

解できるのである。<sup>②</sup>

(注)

- ① 九九に当る。一一如一、一二如二、二三如四、一三如三、二三如六、三三如九、一四如四……一九如九、二九一十八、三九二十七、四九三十六、五九四十五、六九五十四、七九六十三、八九七十二、九九八十一に終る四十五句、  
② 起「還五の還原句の初見は『詳明算法』明・安止齋・何平子共著、一三七三年刊、元が、減びて五年後のこと。

## 九 明代の普通算法

帰除法は元から明にかけて商除法に代って普通算法になって行く。正術でないはずの算法でありながら朱世傑は九<sup>①</sup>帰除を詳解し、正術であるべき商除法を省いており、賈亨の『算法全能集』になると、商除法については詳細な説明を述べているのに九帰、帰除では問題と答を述べているに過ぎない。僅か五十余年の間にその主客を転倒したのである。

『算法全能集』の商除の説明のところに、

……如九帰但能分爲九分 定身除止能分一十百千万令 帰除又只能分二三十以上有零之數 今商除一法却該三法之所分 欲求其徑捷終不若前三法之疾 本不載此商除以惑算者之心 然此法另有所用処 又不容不載於其間也。の文言がある。要約すると、

中国における除算法の起源（鈴木）

法数が一桁のときは九帰

法数が二桁以上でも法首一のときは省一除、その他は帰除

を用いて計算する。商除法はその三法を兼ねているのだが、速度の点で及ばない。

商除は計算する者を惑わすので、もと載せなかったのだが、別に用いるところがあるのでこれを載せるとしている<sup>②</sup>のである。この解説こそが上述の変遷を明確に表わしているといえよう。

（注）

- ① 『算学啓蒙』九帰除法のところに、非正術也とある。
- ② 開方に用いている。

## 十 明代の特殊算法

宋時代までは普通算法であった商除法が、元から明の時代にかけて特殊算法となったことについては前述したとおりである。

省略算法としても身外減法（定身除<sup>①</sup>とも、減法とも呼ぶ<sup>②</sup>）や、求一除などが行なわれていたが、その起源については前号で述べた。

この時代になって新らしく紹介された除法はつぎの如くである。

一 積歩為畝法―『九章詳註比類算法大全』<sup>③</sup>

特別な歌訣を用いる除法である。

見一作一二五 見二作二五 見三作三七五 見四作五 見五作六二五 見六作七五 見七作八七五 見八作十  
見九作十一二五

八で割るときのわり声と思えばよい。田地は一畝が二四〇歩であるから、積歩を八で割り、さらに三で割ればよい。そのときに右の歌訣を被除数の末位から呼んで直して行くのである。

二 金蟬帰除法―『九章比類大全』

金蟬脱穀法とも呼ばれる。『九章比類大全』には「乗除易会算訣」として七言の律詩で説明があり、算例がある。『数学通軌』に易しい例題があるからこれを述べてみよう。

金蟬帰除法義

不用帰因之數、但置一箇原法、又一箇半法、只云、進二除倍、添一還原、滿去過身一、折半当身五、又云、進一如原法除之、進五如半法除之。

如銀六錢四分買米一石、將銀為実、以六錢四分為法、又另置一箇半法、得三錢二分、呼云進一除六四、進五除三二、只此二句以代帰除、皆從実前置數、次第除之、又云進五身前位、身一前隔位、庶不疊本位。

この計算法は累減と同じように除法と云えるものではない。起源も明代から初まったものではあるまい。漢代の珠算に用いられていた計算法と推定できるのである。<sup>④</sup><sup>⑤</sup>

（金蟬帰除）

576 ÷ 64 = 9 において

商	実	法
	5 7 6	64, 32
0.5	- 3 2	
<hr/>		
	2 5 6	
1	- 6 4	
<hr/>		
6	1 9 2	
1	- 6 4	
<hr/>		
7	1 2 8	
1	- 6 4	
<hr/>		
8	6 4	
1	- 6 4	
<hr/>		
0.9	0	

解法 ある数を64で割るとき、法に64と64の半分の32を置き、実から64を引けば商に1を、32を引けば0.5を加え、引き終ったときに商とするのである。

三、帰総還零——『古今算学宝鑑』

帰総還零法最奇 借帰総数補還虧

寔同本法帰成十 可免来回進退数

という絶句がある。

解曰 帰総者借補欠数而帰之 如二十以上用三十帰之 三十以上用四十帰之 即帰得数命原欠数還於下位 可免

進退得量除数 此本法尤便。

と説明がある。



(衆九為除)

9989001 ÷ 9999 = 999 において

9989001 ÷ (10000 - 1) = 999

$$\begin{array}{r}
 9989001 \\
 + 1000 \\
 - 1 \\
 \hline
 9990000
 \end{array}$$

四 衆九為除 — 『古今算学宝鑑』

目録に一訣二問とあるが、原本に欠けている。衆九相乗の反対だから、つぎのようにしたものであろう。

(掃総還零)

1943 ÷ 29 = 67 において

$\frac{(1943+67)}{(29+1)}$  と考える

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1} \quad 9 \quad 4 \quad 3 \\
 \downarrow \\
 \text{三一三十一} \cdots \cdots 3 \quad 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 3 \quad + \quad 4 \quad 3 \\
 \text{九進三十} \left\langle \begin{array}{l} - 9 \\ 3 \quad 0 \end{array} \right. \\
 \hline
 \boxed{6} \quad 1 \quad 4 \quad 3 \\
 \text{一六六} \cdots \cdots \quad \quad 6 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6 \quad 1 \quad + \quad 3 \\
 \text{三一三十一} \cdots \cdots \quad \quad \downarrow 3 \quad 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6 \quad 3 \quad + \quad 3 \\
 \text{九進三十} \left\langle \begin{array}{l} - 9 \\ 3 \quad 0 \end{array} \right. \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6 \quad 6 \quad 2 \quad 3 \\
 \text{一六六} \cdots \cdots \quad \quad \quad \quad 6 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6 \quad 6 \quad 2 \quad 9 \\
 \text{遇二十九百} \left\langle \begin{array}{l} - 2 \quad 9 \\ 1 \quad 0 \quad 0 \end{array} \right. \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6 \quad 7
 \end{array}$$

### 五 単因代除—『古今算学宝鑑』

因代繁除妙入神 思来此法有源根

只将一数為之寔 幾数除来幾数因

の絶句がある。

二因可代五除 三因可代繁三除 四因可代二五除 加六可代六二五除 三十二可代三一二五除

などである。

$$a \times 2 = a \div 5, \quad a \times 3 = a \div 3, \quad a \times 4 = a \div 25, \quad a \times 16 = a \div 625, \quad a \times 32 = a \div 3125$$

として近似値を求めたものもある。

### 六 新増加乗代除—『古今算学宝鑑』

近似値を求めるために身外加法を用いるものである。

$$a \div 8333 = a \times 12, \quad a \div 76923 = a \times 13, \quad a \div 71428 = a \times 14, \quad a \div 52631 = a \times 19$$

などを用いる。

### 七 商因代繁除—『古今算学宝鑑』

繁位帰除不易推 先商得数後因之

因乗減積無差誤 住位皆然法妙奇

の絶句がある。法数の因数を用意して、実から差引する算法である。

(商因代繁除)

229500 ÷ 95625 において

$$2 \times 95625 = 19125$$

$$4 \times 95625 = 38250$$

$$\begin{array}{r}
 229500 \\
 -191250 \cdots 95625 \times 20 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 38250 \\
 -38250 \cdots 95625 \times 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

0 答 24

八 飛帰―『古今算学宝鑑』

目録には二、位、帰、法、七、訣、二、問とあるのだが、原本には四訣、すなわち六十七、七十三、八十七、九十三帰歌訣のみを記している。

六十七帰括曰

見一下三十三 見二下六十六 見三作四百三十二 見四作五百六十五 見五作五百七十一<sup>⑥</sup> 見六作八百六十四

見三三五作五 遇六十七成百。

七十三帰括曰

見一下二十七 見二下五十四 見三作四百零八 見四作五百三十五 見六作八百一十六 見七作九百四十七 見

三六五作五 見二下二十六。<sup>⑦</sup>(見五と遇七十三成百が欠けている)

八十七帰括曰

見一下一十三 見二下二十六 見三下三十九 見四下五十二 見五下六十五 見六下七十八 見八作九百一十七

見四三五作五 遇八十七成百。(見七が欠けている)

九十三婦歌訣

見二下七零 見二下一十四 見三下二十一 見四下二十八 見五下三十五 見六下四十二 見七下四十九 見八

下五十六 見九下六十三 見四六五作五 遇九十三成百。

この書の巻七の第四の章には、

二十四婦括

見一作四百零四 見二作百零八<sup>⑨</sup> 見二四進一十 見四八進二十 見七二進三十 見九六進四十 見一四四作六

見一六八作七 見一九二作八 見二一六作九。

があり、飛婦口訣とあつて、

飛婦見畝聽根源 見一添三隔四連

見二作八加少八 二四身前進一堪

四八身前須進二 若逢七二進為三

也知九六進為四 一二更身作五者

の絶句がある。

(注)

① 安止齋・何平子の『詳明算法』ではこれを定身除としている。その説明に、

定身除 即減法也一十一百一千万之類但首位一數者以此法分之。從首位大數算起用加法還元と説明がある。

② 吳敬の『九章詳註比類算法大全』では減法としている。

減法 即定身除法遇一乃一十一百一千万之類起用免布法代二位除即反用加法從首大數算起

とある。

③ 以下『九章比類大全』と略称する。

④ 漢の徐岳撰『數術記遺』中の珠算。

⑤ 詳しくは『珠算算法の歴史』山崎・戸谷・鈴木共著、三七ページ以降参照。森北出版株式会社刊。

⑥ 見五作七百三十一が正しい。五〇〇を六十七で割れば七余り三十一だから。

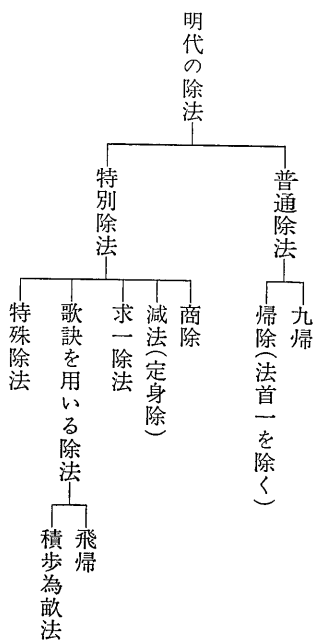
⑦ この句は不要。

⑧ 見一下零七の書き誤り。

⑨ 見二作八百零八の書き誤り。

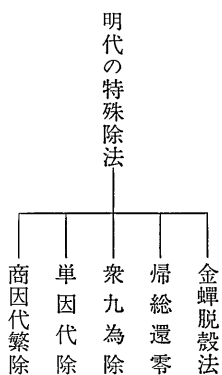
## 十一 明代除法のまとめ

以上が『詳明算法』以後『算法統宗』までに行なわれた除算法である。いまこれを表にしてみよう。



と分類すべきであらう。

さらに特殊除法はつぎのように分類できる。



## 十二 むすび

「乗算法の起源」でも述べた如く、中国における除算法の全部について、その起源を述べたものは本稿が最初である。そこで各算書間の関連と、その起源を表にしてみよう。

附表1 中算書と除算法

書名	時代	成立年代	著者	商除	身外減	求一除	九帰・帰除	飛帰	その他の除法
孫子算経		1世紀か3世紀	孫子	除の法	去二身外減 二の名				
夏侯陽算経	南北朝	6世紀	夏侯陽	○					
夢溪筆談	宋	1166	沈括	/	/	求一の名あり	増成一法		
指南算法	宋	11、12世紀?	?	?	減の名あり	求一の名あり	九帰の名あり		
楊輝算法	宋	1274	楊輝	○	減一位、減二 減兩位、減兩位	○	古括、新括	÷83 ÷69	帰一除、帰一混用除
算学啓蒙	元	1299	朱世傑	○開法に	○	/	○	穿箱 の名	
丁巨算法	元	1365	丁巨	○問題中	體除減法	/	○問題中にあり	/	
算法全能集	元	1357?	賈亨	○	○	○	○○	/	
詳明算法	明	1373	安止齋 何平子	○	○	○	○○	/	
九章比類大全	明	1450	呉敬	○	○	○	○○	/	積歩為敵、金彈脱股
古今算学宝鑑	明	1524序	王文素	○	○	○	○○	67.73 87.93	帰総還察、衆九為除 金彈脱股、商因代除、 軍因代除
数学通軌	明	1578	柯尚遷		○	/	○○	/	金彈除法
算法統宗	明	1592序	程大位	○	○	○	○○	/	金彈脱股、二句字訣(果減)

註、宋代の指南算法は現存せず



付表 2

## 除算法の起源

算 法 名	書 名	時 代	年 紀	計 算 法
1. 除 外 法 減	孫子算經	1~3世紀		$a \div 9$ 商除法のごと、商除の名は楊輝から
2. 身 外 法 減	夏侯陽算經	6世紀		$a \div 12$ 省一除法のごと
3. 増 成 一 法 減	夢溪筆談	宋	1166	九帰法の前身、補数利用の除法
身 外 減	楊輝算法	宋	1274	減一位、減二位、重減、減隔位に細別
4. 求 一 除	楊輝算法	宋	1274	法、実を加工して身外減
5. 帰 一 除	楊輝算法	宋	1274	$a \div 97$ のとき補数 3 を用いる
6. 帰 一 混 用 除	楊輝算法	宋	1274	$a \div 699$ のとき法 700 と補数 1 を用いる
7. 飛 帰 算 法	楊輝算法	宋	1274	$a \div 83$ 、 $a \div 69$ のときわり声使用
8. 九 帰 算 法	楊輝算法	宋	1274	古括、新括 (1けたのわり声)
"	算学啓蒙	元	1299	九帰歌訣 (" 現行のもの)
9. 帰 除	丁巨算法	元	1355	撞帰句の初見 (2けた以上のわり声)
"	算法全能集	元	1357?	帰除法完成
10. 積 歩 為 減 法	九章比類算法	明	1450	$a \div 8$ のとき特別な歌訣使用
11. 金 蟬 脱 殻	九章比類算法	明	1450	古代の除法と考えられる算法、法に倍法を併用
12. 帰 総 還 零	古今算学宝鑑	明	1524字	帰一混用除法と類似算法
13. 衆 九 為 除	古今算学宝鑑	明	1524字	$a \div 999$ のとき使用
14. 単 因 代 除	古今算学宝鑑	明	1524字	$a \div x = a \times y$
15. 新 増 加 乘 代 除	古今算学宝鑑	明	1524字	近似値計算法 (乘法採用)
16. 商 因 代 繁 除	古今算学宝鑑	明	1524字	減算応用の除算 (積数使用)
飛 帰	古今算学宝鑑	明	1524字	$a \div 67$ 、 $a \div 73$ 、 $a \div 87$ 、 $a \div 93$ 、 $a \div 24$ のときわり声使用

以上の付表から、乗法との関連において、つぎの如く結論づけることができる。

- (1) もっとも初期の除法は累減によった。
- (2) やがて金蟬法と称する、法に二倍を用いるものも行なわれるようになった。
- (3) 九九が出来て、三段布算による除法が、算木によって行なわれるようになった。
- (4) 六世紀ごろには二段に布算して行なう改革が行なわれた。
- (5) 宋代の終りまでは商除法が除法の主流を占め、法数の首位が一の場合には省一除法（身外減）が行なわれた。その関係から、応用として求一除法も考えられたが、やがて九帰法も登場した。
- (6) 九帰法は補数を応用して行なう「増成一法」から進展したものである。
- (7) 九帰法はもと古句と新句と併用されたが、元代に至り歌訣として整備されてから急速に発展した。
- (8) 二けた以上の割り算に撞帰句が用いられるようになってから、商除法を用いなくても計算できることを知り、商除法は退化した。
- (9) 明代のはじめごろから、現在のような七珠算盤が盛んに使われるようになり、計算器具として使われていた算木に代えて、各算法を算盤に利用した。算木と算盤の併用時代は「九章比類大全」一四五〇年までで、この書以降では総て計算は算盤で行なわれるようになった。
- (10) 除法に帰除法、乘法に留頭乘法を用いた珠算算法は、すべて迅速に、且つ正確に行なわれることを知って、やがて求一乗除は使用されなくなり、飛帰も無視された。
- (11) 十七世紀のころになると、身外加、身外減（定身乗除）さえも算書に申訳に述べられる程度となり、留頭乗・帰

除法の全盛時代を迎える。算木が使用された時代には、定身乗除や求一乗除は計算の簡略化に貢献すること大であったが、算盤では大きな機能は無い。求一乗除の如きはむしろ繁雑であり、難解に感じられたからである。

(12) こうして商除は開方を学ぶための算法となり、普通除法のみ発展を遂げ、一部の学習者のための特別除法になっ  
てしまったのである。